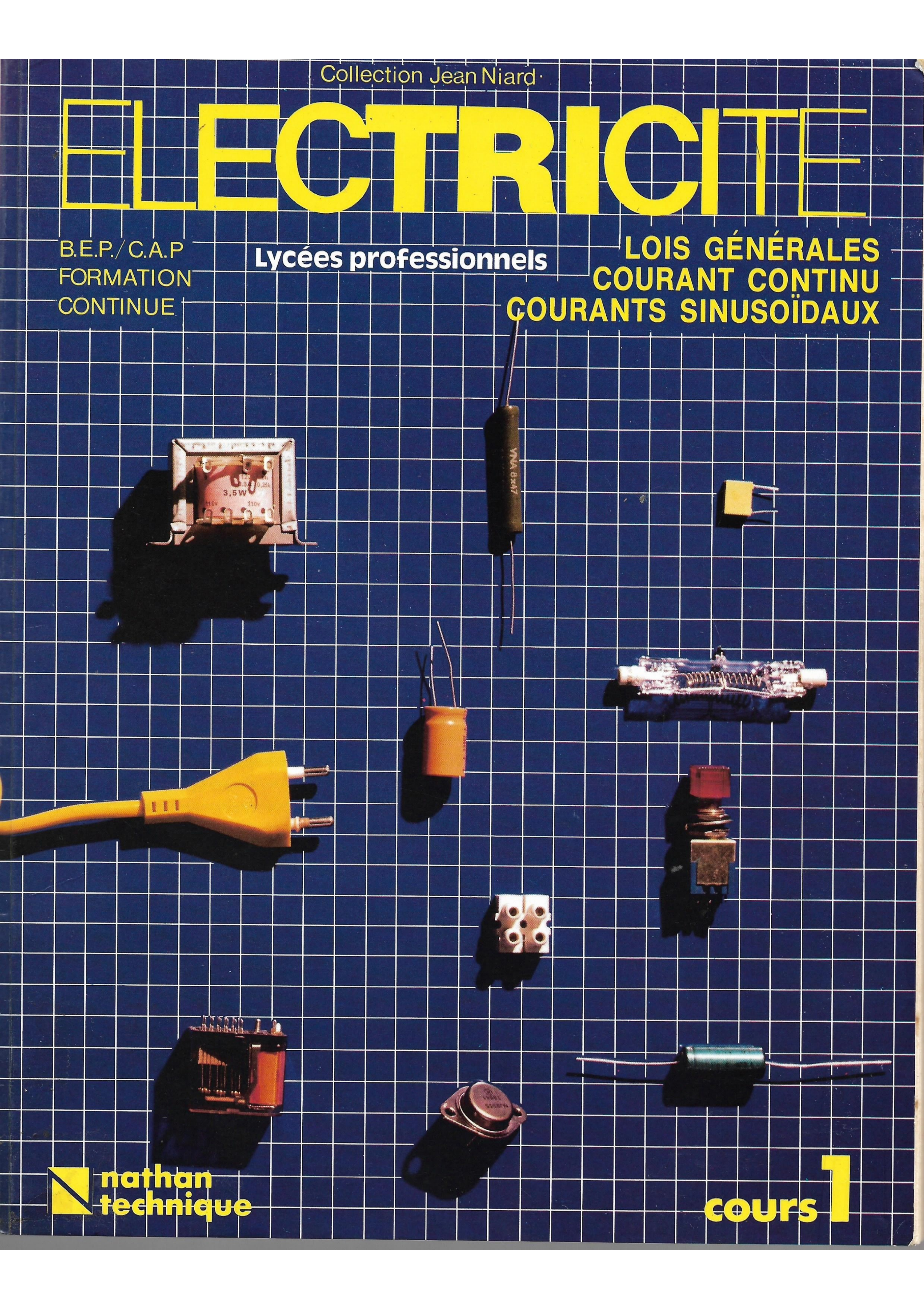


Collection Jean Niard
ELECTRICITE
B.E.P./C.A.P
FORMATION
CONTINUE
Lycées professionnels
LOIS GÉNÉRALES
COURANT CONTINU
COURANTS SINUSOÏDAUX
nathan
technique
cours 1

COLLECTION JEAN NIARD
lycées professionnels

Michel DIARD
Jean-Claude GALLOIS
Jean NIARD
Guy SAVEL
Michel SYBILENSKY
Roger VALLET

Avec la collaboration de Philippe NIARD et Pierre THUILLIER

COURS D'ÉLECTRICITÉ

1. lois générales

Courant continu, courants sinusoïdaux

- Brevet d'enseignement professionnel
- Certificat d'aptitude professionnel
- Formation continue
- Promotion sociale
- Baccalauréat professionnel

NATHAN TECHNIQUE

Avertissement

Nous espérons que cet ouvrage avec sa présentation claire, en deux colonnes et une couleur d'appoint, continuera à bénéficier de l'accueil qui lui a été réservé jusqu'ici.
Il devrait constituer un outil de travail aussi agréable qu'efficace, en particulier grâce à la présence de nombreux exercices et problèmes. Ceux-ci permettront un contrôle permanent des connaissances, tant aux lecteurs qui suivent une scolarité traditionnelle qu'à ceux qui suivent des cours de perfectionnement ou qui travaillent seuls.

Les auteurs

Table des matières

SYMBOLES GRAPHIQUES

Courant continu	Mise à la terre ou à la masse
Courant alternatif	Résistor quelconque
Conducteurs se croisant sans connexion	Résistor parfait (R)
Croisement de conducteurs connectés	Rhéostat
Dérivation (2 variantes)	Lampe d'éclairage ou de signalisation
Borne ou contact (2 variantes)	Lampe à incandescence
Interrupteur monopolaire	Générateur chimique (1 élément). Le trait long et fin est le pôle +
Interrupteur bipolaire	Batterie de piles ou d'accumulateurs
Shunt	Fusible
Ampèremètre (A)	Réactor sans fer
Voltmètre (V)	Réactor avec fer
Wattmètre (W)	Condensateur

INTRODUCTION

1. Écriture des nombres.

1° — Dans un nombre entier ou décimal, les groupes de trois chiffres d'une même classe doivent être séparés par un **espace blanc** *et non par un point :*
il faut écrire :

$$\left\{\begin{matrix}\mathbf{64\,785} \\ \mathbf{0{,}234\,71}\end{matrix}\right\} \text{ et non } \left\{\begin{matrix}64785 & \text{ou} & 64.785 \\ 0{,}23471 & \text{ou} & 0{,}234.71\end{matrix}\right\}.$$

2° — Tous les chiffres, quel que soit leur rang, doivent être écrits de la même façon :
il faut écrire **7,32** et non $7,_{32}$ ou $7,^{32}$.

3° — Les résultats d'un calcul doivent être exprimés par un nombre décimal et non par une fraction, il faut écrire : 0,333 et non $\frac{1}{3}$.

4° — Un résultat numérique concret s'écrit en faisant suivre le nombre de l'unité correspondante et non en écrivant celle-ci au milieu du nombre quand il comporte une virgule. Cette unité doit être placée sur **la même ligne** que les chiffres et avec un **caractère de même corps,** il faut écrire :

9,45 m et non 9 m,45 ou $9,^{m}45$.

5° Expression d'un résultat en électricité. — Il est rare qu'une mesure électrique soit effectuée avec une précision supérieure à 1 %, il est donc inutile (et dangereux car les calculs s'en trouvent allongés et compliqués) de donner plus de **trois chiffres significatifs** à un résultat. Par exemple :

$$\text{si le calcul donne } \left\{\begin{matrix}4\,752{,}4 \\ 3{,}546\end{matrix}\right\} \text{ conserver } \left\{\begin{matrix}\mathbf{4\,750} \\ \mathbf{3{,}55}\end{matrix}\right\}.$$

Le dernier chiffre conservé étant *majoré d'une unité* si le premier chiffre abandonné est 5, 6, 7, 8 ou 9.

6° — Pour éviter de traîner des zéros avant ou après la virgule, il est indispensable d'écrire les nombres plus grands que 1 000 ou plus petits que 0,1 en utilisant les puissances positives ou négatives de 10.

EXEMPLES : $375\,000 = 375 \times 10^3$
$0{,}002\,51 = 2{,}51 \times 10^{-3}$.

Il faut donner la préférence aux puissances de 10 dont l'**exposant est multiple de 3** car elles correspondent aux préfixes usuels que l'on place devant les unités.

Exemples : 10^3 = kilo; 10^{-6} = micro.

2. Symboles littéraux.

1° Grandeurs. — Chaque grandeur physique est représentée par une lettre appelée « symbole de la grandeur ». Ce symbole doit être écrit en *italique* mais les symboles des unités doivent être écrits en caractères romains.

2° Unités.

a) Noms des unités. — Ils s'écrivent toujours avec une **minuscule** comme première lettre et s'accordent comme un nom commun même s'ils sont dérivés d'un nom propre. Exemples :

1 mètre → 7 mètres
1 ampère → 4 ampères.

b) Symboles. — Ils s'écrivent le plus souvent avec une seule lettre (parfois deux, rarement trois) quand l'unité a reçu un nom particulier. Si

l'unité vient d'un nom commun les lettres sont **minuscules;** si l'unité dérive d'un nom propre la première lettre est **majuscule,** les autres non. Dans tous les cas, les caractères doivent être **droits** (romains). Les symboles ne prennent jamais d's au pluriel.

EXEMPLES :

nom commun : 2 mètres → **2 m** (et non 2 ms)
nom propre : 9 ampères → **9 A** (et non 9 As).

REMARQUE. — Si l'unité n'a pas reçu de nom particulier elle rappelle l'opération (multiplication ou division) qui permet de calculer la grandeur correspondante, le signe de la multiplication (· ou ×) étant le plus souvent supprimé.

EXEMPLES :
résistivité : ohm-mètre (multiplication) **Ωm**
vitesse : mètre par seconde (division) **m/s.**

3° Multiples et sous-multiples. — Ils permettent d'écrire des nombres très grands ou très petits en évitant d'accumuler les zéros et sans utiliser les puissances de 10.

Pratiquement, en électricité, les seuls préfixes utilisés correspondent aux puissances de 10 dont l'exposant est multiple de trois. La nouvelle unité s'écrit sans trait d'union, il faut écrire :

millimètre et non milli-mètre.

Les symboles correspondants s'écrivent sans point, il faut écrire :

mm et non m.m (encore moins m/m!).

TABLEAU

MULTIPLES			SOUS-MULTIPLES		
Préfixe	**Symbole**	**Rapport à l'unité**	**Préfixe**	**Symbole**	**Rapport à l'unité**
déca	da	$10 = 10$	déci	d	$0{,}1 = 10^{-1}$
hecto	h	$100 = 10^{2}$	centi	c	$0{,}01 = 10^{-2}$
kilo	k	$1\,000 = 10^{3}$	milli	m	$0{,}001 = 10^{-3}$
méga	M	1 million $= 10^{6}$	micro	μ	1 millionième $= 10^{-6}$
giga	G	1 milliard $= 10^{9}$	nano	n	1 milliardième $= 10^{-9}$
tera	T	$= 10^{12}$	pico	p	$= 10^{-12}$

3. Grandeurs physiques.

1° — Une grandeur physique est mesurée par un **nombre concret,** ce nombre doit toujours être suivi d'une unité sans quoi il ne signifie rien.

2° Formules. — Une formule doit être HOMOGÈNE c'est-à-dire ne comporter que des termes additifs de **même nature physique.**

EXEMPLES :

volume = aire × longueur
travail = force × longueur
} formules homogènes

Une formule homogène peut ne pas être exacte, mais **une formule non homogène est toujours FAUSSE.**

EXEMPLE de formule non homogène :

volume = longueur × longueur.

4. Système international d'unités (système S.I.).

1° — Il est seul légal en France depuis le 3 mai 1961. Cependant, certaines unités anciennes restent utilisées (bien qu'interdites) ou sont devenues multiples ou sous-multiples des unités S.I.

EXEMPLES :

1 calorie = 4,19 J (interdite)
1 dyne = 10^{-5} N (sous-multiple).

2° Grandeurs et unités de base (ou fondamentales).

a) Nous utiliserons cinq grandeurs fondamentales dont les unités sont matérialisées par des étalons ou définies par rapport à une référence physique immuable : **longueur** (mètre); **temps** (seconde); **masse** (kilogramme); **intensité de courant électrique** (ampère); **température thermodynamique** (kelvin).

Il y a en outre une unité supplémentaire :
l'unité d'angle plan : le radian (symbole : « rad »).

b) Remarque à propos de la température. — La température est couramment exprimée en degrés celsius (°C) alors qu'en physique il est souvent nécessaire de parler de la température thermodynamique qui s'exprime en kelvins (K).

La correspondance est connue :

0 °C = 273 K et 100 °C = 373 K.

Cela veut dire qu'en **intervalle de température** les deux degrés sont égaux : l'intervalle de température s'exprimera uniquement en **kelvins (K).**

EXEMPLE. — Entre 20 °C et 75 °C il y a un intervalle de 55 K.

SYSTÈME S.I. (M.K.S.A. GIORGI)

GRANDEURS	*SYMBOLES*	*UNITÉS*	*SYMBOLES*
ANGLE PLAN	α, β...	radian	rad
LONGUEUR	L, ℓ	mètre	m
aire, superficie	S, s	mètre carré	m^2
volume	V	mètre cube	m^3
TEMPS	t	seconde	s
vitesse angulaire	ω, Ω	radian par seconde	rad/s
fréquence	f	hertz	Hz
fréquence de rotation	n	$(\text{seconde})^{-1}$	s^{-1}
vitesse	v	mètre par seconde	m/s
accélération	γ, g	mètre par seconde par seconde	m/s^2
MASSE	M, m	kilogramme	kg
masse volumique	ρ, μ	kilogramme par mètre cube	kg/m^3
force	F	newton	N
moment d'une force ou d'un couple	M, T	newton-mètre	Nm
énergie, travail	W	joule	J
puissance	P	watt	W
pression	p	pascal	Pa, N/m^2
TEMPÉRATURE (thermodynamique)	θ, T	kelvin	K
température Celsius	θ, t	degré Celsius	°C
intervalle de température	$\theta, \Delta\theta, \Delta T$	kelvin	K
quantité de chaleur	W	joule	J
capacité thermique massique	c	joule par kilogramme et par kelvin	J/kg·K
conductance thermique	λ	watt par kelvin	W/K
INTENSITÉ D'UN COURANT	I	ampère	A
quantité d'électricité	Q	coulomb	C
champ électrique	E	volt par mètre	V/m
tension, d.d.p., f.é.m.	U, E	volt	V
capacité	C	farad	F
densité de courant	J	ampère par mètre carré	A/m^2
résistance	R	ohm	Ω
conductance	G	siémens	S, A/V
résistivité	ρ	ohm-mètre	Ωm
excitation magnétique	H	ampère par mètre	A/m
champ magnétique	B	tesla	T
flux magnétique	Φ, φ	weber	Wb
inductance	L, M	henry	H

1
ÉNERGIE ET PUISSANCE

1. Le travail.

1° Définition. — On dit qu'une force travaille quand son point d'application se déplace.

2° Calcul. — Quand la force se déplace dans sa direction d'une longueur AB = ℓ, le travail est (fig. 1.01) :

(1) $$W = F\ell$$ F en newtons, ℓ en mètres, W en joules.



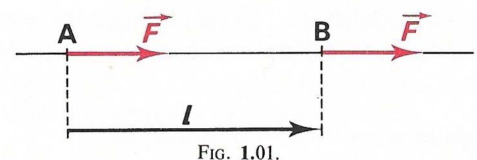


FIG. 1.01.

3° Cas particulier. — Si le déplacement se fait perpendiculairement à la direction de la force, le travail est nul (fig. 1.02).

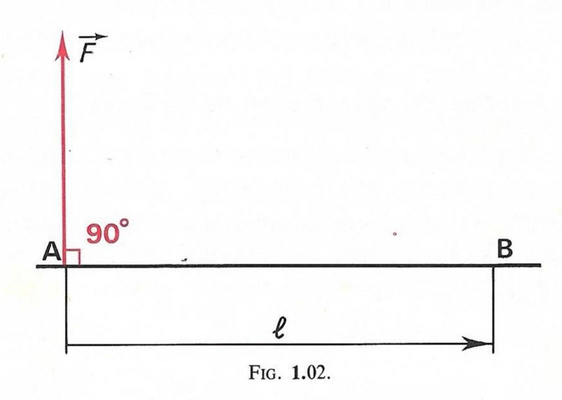


FIG. 1.02.

2. L'énergie et ses formes.

1° Définition. — « Un corps possède de l'énergie lorsqu'il peut fournir du travail ou de la chaleur. »

2° Sources d'énergie : l'énergie en réserve.

a) Le soleil : il nous envoie de l'énergie sous forme de radiations. Ces radiations chauffent et produisent une quantité de phénomènes : réactions chimiques, mise en mouvement de l'eau par évaporation, production de vents. De plus en plus, l'énergie solaire est domestiquée : fours solaires, générateurs électriques à photopiles.

b) Réserves géologiques : pétrole, charbon, gaz naturel, bois, matériaux nucléaires.

c) Réserves potentielles : l'eau accumulée derrière un barrage ou dans un lac de montagne possède de l'énergie potentielle.

3° L'énergie cinétique. — L'eau en mouvement et le vent sont des sources d'énergie mais elles nécessitent une utilisation immédiate : leur énergie est sous forme cinétique.

4° L'énergie électrique. — Les centrales produisent de l'énergie électrique à partir d'une autre forme d'énergie. L'énergie électrique n'y est donc pas en réserve : **elle doit être produite à l'instant même où elle est consommée.**

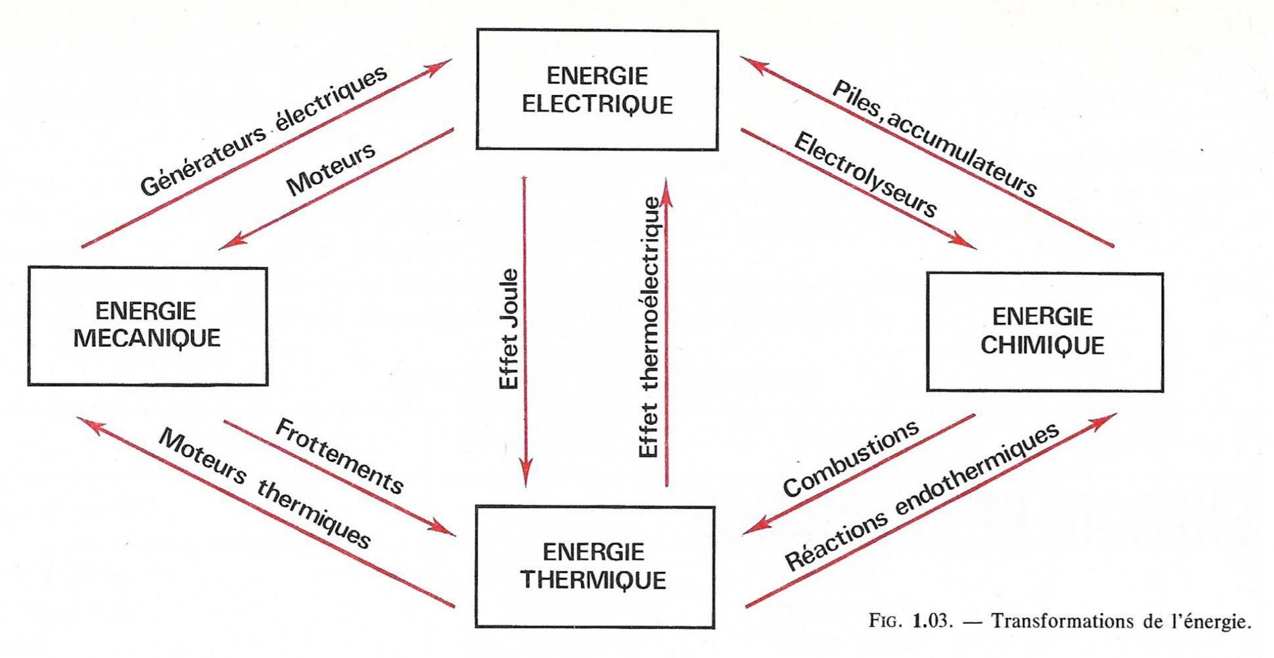


FIG. 1.03. — Transformations de l'énergie.

3. Transformation de l'énergie.

1° Passage d'une forme à une autre. — Nous donnons quelques exemples de transformation d'une forme d'énergie en une autre (fig. 1.03).

2° Principe de conservation de l'énergie.

En fonctionnant, un moteur électrique absorbe en un temps t une énergie W_a; dans le même temps, il restitue une énergie mécanique W_1 mais aussi de la chaleur ou énergie thermique W_2 (fig. 1.04). L'expérience montre que :

$$W_a = W_1 + W_2$$

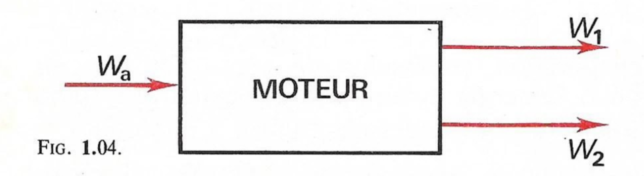


FIG. 1.04.

Cette égalité exprime le **principe de conservation** de l'énergie :

« Lorsqu'une énergie est transformée, d'une forme en une ou plusieurs autres formes, la somme des quantités d'énergie obtenues est égale à la quantité d'énergie initiale. »

3° Principe de dégradation.

a) Énoncé : au cours d'une transformation d'énergie d'une forme en une autre, il y a toujours apparition d'énergie thermique même si celle-ci n'est pas désirée.

b) Conséquences :

— Cas général : la quantité d'énergie obtenue sous la forme désirée est toujours inférieure à la quantité d'énergie mise en jeu initialement (fig. 1.05).

— Cas du chauffage : toute l'énergie mise en jeu peut être transformée en chaleur.

4° Signification des deux principes.

a) Le principe de conservation se borne à constater une égalité entre énergies sans considération pour la forme obtenue; le principe de dégradation le complète en précisant que, *sauf dans le cas du chauffage,* il est impossible d'obtenir une transformation totale en la forme désirée.

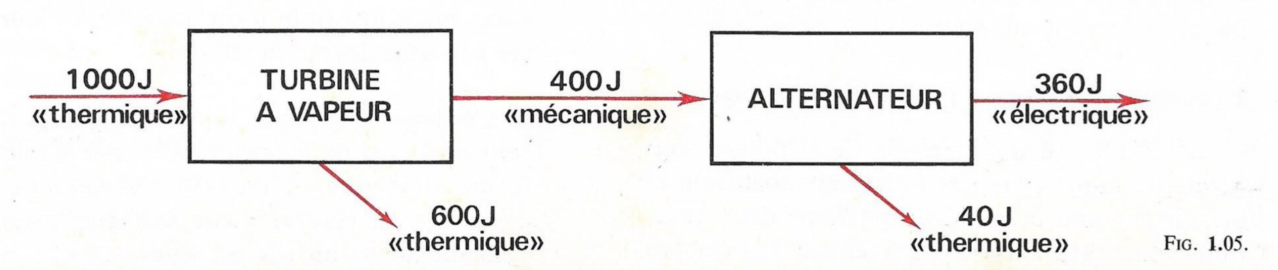


FIG. 1.05.

De plus, quel que soit le cas, il y a **toujours dégradation** parce que l'énergie thermique facile à obtenir et difficile à transformer est de **moins bonne qualité** que les autres formes. Enfin, quand elle n'est pas désirée, l'énergie thermique est de **l'énergie perdue.**

b) Formule : dans toute transformation d'énergie, nous pouvons écrire :
énergie absorbée = énergie utile + énergie perdue
soit :

(2) $$W_a = W_u + W_p$$

5° Unités d'énergie.

a) Le joule (J) : pour toutes les formes d'énergie, on doit employer la même unité; dans le système S.I. cette unité est le joule (J).

b) Autres unités : le joule est une petite unité; en électricité, on emploie fréquemment le wattheure (Wh) et son multiple le kilowattheure (kWh) :

$$1\ \text{Wh} = 3\,600\ \text{J}; \quad 1\ \text{kWh} = 3{,}6\ \text{MJ}.$$

Pour les énergies thermiques, les spécialistes utilisent encore :

la calorie (petite) : 1 cal = 4,19 J
la thermie : 1 th = 10^6 cal = 4,19 MJ.

On vérifiera que : 1 kWh = 0,864 th.

4. Rendement.

1° Définition. — Le rendement (η) d'une machine est le quotient de l'énergie utile qu'elle restitue par l'énergie totale qu'elle reçoit :

$$\text{rendement} = \frac{\text{énergie utile}}{\text{énergie absorbée}}$$

(3) $$\eta = \frac{W_u}{W_a}$$

2° Remarques.

I. Les deux termes du quotient doivent être exprimés avec la même unité.

II. Quotient de deux grandeurs de même nature, le rendement est un **nombre abstrait** (sans unité) et non une énergie.

III. Le rendement est plus petit que l'unité puisque l'énergie utile est inférieure à l'énergie absorbée.

IV. Il est préférable d'exprimer le rendement en pourcentage : $\eta = 0{,}82$ donne $\eta = 82\,\%$.

3° La formule (3) peut s'écrire :

a) $W_u = \eta\, W_a$. *b*) $W_a = \dfrac{W_u}{\eta}$.

5. Puissance.

1° Insuffisance de la notion d'énergie. — Deux machines peuvent absorber la même énergie mais en des temps très différents. Par exemple, un moteur de locomotive absorbe 1 000 kWh en 2 h de fonctionnement et un moteur de machine à laver 1 000 kWh en 2 000 h. Ces moteurs sont donc très différents et, pour les comparer, il faut considérer l'énergie qu'ils consomment au cours d'une même durée de fonctionnement.

2° Notions de puissance.

a) Définition : la puissance d'une machine se mesure par l'énergie qu'elle absorbe (ou fournit) dans l'unité de temps.

Pour les deux moteurs cités, nous trouvons :
— locomotive : 500 kWh par heure,
— machine à laver : 0,5 kWh par heure.

La puissance du premier est mille fois celle du second.

b) Calcul : la puissance se calcule en divisant l'énergie par le temps correspondant,

(4) $$P = \frac{W}{t}$$ $\left\{ \begin{array}{l} W \text{ en joules} \\ t \text{ en secondes} \\ P \text{ en watts} \end{array} \right.$

3° Unité. — Le watt est la puissance d'une machine qui absorbe (ou fournit) une énergie de 1 J en 1 s(1).

4° Calcul de l'énergie. — La formule (4) peut s'écrire $W = Pt$; elle permet alors le calcul de l'énergie (ou du travail).

En particulier pour $P = 1$ W et $t = 3\,600$ s, on a $W = 3\,600$ J; si le temps est exprimé en heures, on écrit : $W = (1\ \text{W}) \cdot (1\ \text{h}) = 1$ Wh. Cela explique la relation 1 Wh = 3 600 J.

6. Puissance absorbée et puissance utile.

1° — Si l'on considère une durée de fonctionnement égale à l'unité de temps, l'égalité :

(1) Le cheval-vapeur (ch) est encore parfois utilisé : 1 ch = 736 W.

énergie absorbée = énergie utile + énergie perdue

devient pour les puissances :

puiss. absorbée = puiss. utile + puiss. perdue :

$$\boxed{P_a = P_u + P_p}$$

2° Rendement. — Il peut se calculer avec les puissances :

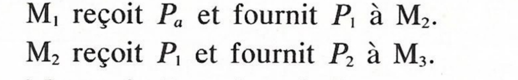
(5) $$\boxed{\eta = \frac{P_u}{P_a}}$$

3° Suite de transformations. — Soit trois machines fonctionnant en cascade (fig. 1.06) :

M_1 reçoit P_a et fournit P_1 à M_2.

M_2 reçoit P_1 et fournit P_2 à M_3.

M_3 reçoit P_2 et fournit P_u.



Pour l'ensemble des trois machines, le rendement global est :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{P_u}{P_2} \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_a} = \eta_1 \times \eta_2 \times \eta_3$$

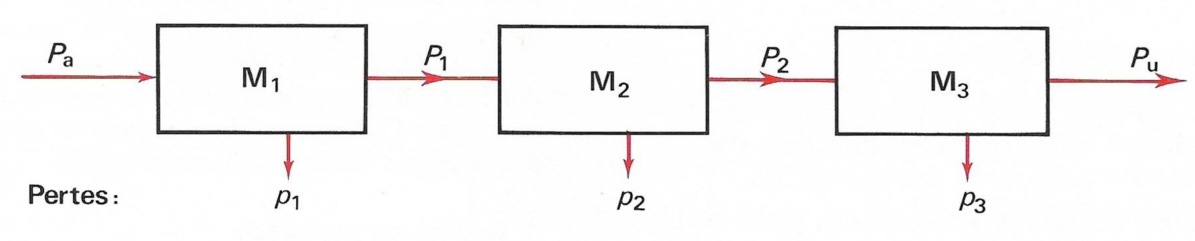


Fig. 1.06.

Exercice

1.01. — Compléter le tableau ci-dessous en calculant la valeur manquante de chaque colonne.

P_u	200 W	57 kW	156 kW		6 MW
P_a	250 W	0,1 MW		320 W	
η			78 %	75 %	90 %

Réponses en désordre et sans unité : 6,67; 57; 80; 200; 240.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

1.02. — Une chute d'eau, de 90 m de hauteur et de 12 m³/s de débit, fait tourner une turbine dont le rendement est 80 %. Calculer :

1° L'énergie fournie à la turbine en 24 h.

2° La puissance absorbée par la turbine et sa puissance utile.

Solution

1° Les 12 m³ d'eau ont une masse de 12×10^3 kg et un poids :

$$G = 12 \times 10^3 \times 9{,}8 = 117{,}6 \times 10^3 \text{ N.}$$

Puissance développée par la chute :

$$P = \frac{G\ell}{t} = \frac{117{,}6 \times 10^3 \times 90}{1} = 10{,}6 \times 10^6 \text{ W.}$$

Énergie en 24 h :

$$W = Pt = 10{,}6 \times 10^6 \times 24 = 254 \text{ MWh.}$$

2° Puissance utile :

$$P_u = \frac{10{,}6 \times 10^6 \times 80}{100} = 8{,}48 \text{ MW.}$$

II. AVEC RÉPONSES.

1.03. — Un alternateur fournit 20 millions de kWh en 400 h de fonctionnement. Calculer l'énergie qu'il absorbe en 1 h sachant que son rendement est de 92 %.

Réponse : 54,3 MWh.

III. A RÉSOUDRE.

1.04. — Un radiateur absorbe 90 kJ en 1 min.

1° Quelle est, en wattheures, l'énergie absorbée en 1 h?

2° Quelle est, en thermies, la quantité de chaleur correspondante?

1.05. — La puissance utile d'un générateur est 250 MW. Il fonctionne à pleine puissance 16 h par jour et 300 jours par an. Calculer l'énergie qu'il fournit dans l'année.

1.06. — La centrale souterraine de Brommat I, dans l'Aveyron, est alimentée par une chute d'eau de 256 m de hauteur dont le débit est 86 m³/s. Elle fait tourner 6 groupes générateurs ayant chacun une puissance utile de 28 000 kW. Calculer :

1° la puissance de la chute;

2° le rendement d'un groupe;

3° le nombre d'heures de fonctionnement annuel si la production totale est de 800 millions de kWh (800 GWh).

1.07. — La centrale de Lacq-Artix est alimentée au gaz de Lacq (9,4 th/m³). Le générateur a une puissance utile de 125 MW et un rendement de 97 %. En admettant que 35 % de l'énergie libérée par le gaz est absorbée par le générateur, calculer la consommation de gaz par heure de fonctionnement.

2
LE COURANT ÉLECTRIQUE

1. Électrisation par frottement.

1° Exemples d'électrisation.

a) Frottons un bâton de verre, sur une peau de chat ou sur du drap, et approchons-le de particules très légères telles que des morceaux de papier : le verre attire les morceaux de papier (fig. 2.01). Nous dirons que le verre s'**est électrisé** et que des charges électriques sont apparues à sa surface.

b) Frottons maintenant un bâton de résine et approchons-le des morceaux de papier : nous obtenons le même résultat.

c) Tentons l'expérience avec une tige de cuivre tenue à la main : nous échouons; le cuivre *électrisé dans ces conditions* n'attire pas les morceaux de papier (fig. 2.02).

d) Recommençons cette dernière expérience avec une tige de cuivre fixée sur un manche en verre et tenue à la main par ce dernier (les doigts ne touchant pas le cuivre) : nous obtenons à nouveau l'attraction du papier (fig. 2.03).

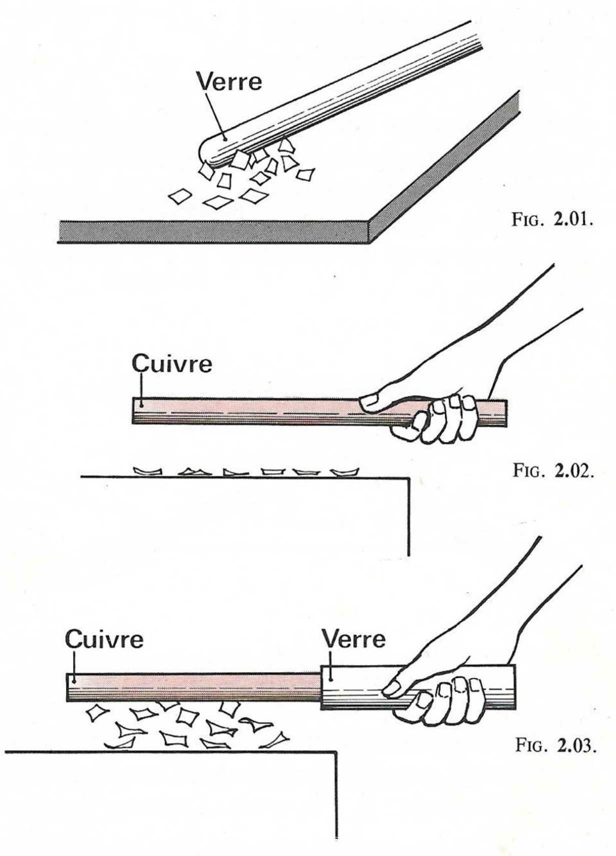


FIG. 2.01.
FIG. 2.02.
FIG. 2.03.

2° L'électrisation par frottement est un phénomène général.

a) Faits d'observation. — Une règle en plexiglas, un stylo sont capables après frottement d'attirer du papier. Un peigne frotté sur un vêtement attire les cheveux.

Le disque d'un électrophone attire les poussières parce qu'il s'électrise en tournant sous le lecteur de son. Par frottement dans l'air une voiture s'électrise et le passager qui en descend le premier reçoit une décharge quand il touche la portière.

b) Tous les corps peuvent s'électriser par frottement mais nous pouvons déjà les classer en deux catégories :

— les isolants, qui conservent les charges électriques là où elles sont apparues;

— les conducteurs, pour lesquels les charges électriques ne restent pas localisées mais, au contraire, se répartissent sur toute la surface.

c) Pourquoi l'électrisation du cuivre tenu à la main ne peut-elle être mise en évidence? Parce que le cuivre *conducteur* est tenu par le corps humain *conducteur* qui, lui-même, est en contact avec la terre *conductrice;* il en résulte que les charges obtenues par électrisation se répartissent sur toute la surface de l'ensemble conducteur {cuivre-corps humain-terre} et, étant donné les dimensions de la terre, le cuivre ne conserve pratiquement pas de charges. En revanche, le cuivre s'électrise et conserve ses charges, quand un corps isolant est interposé (fig. 2.03).

2. Les deux espèces d'électricité.

1° Action du verre sur le verre. — Électrisons par frottement une tige de verre et suspendons-la à un support par l'intermédiaire d'un fil isolant. Électrisons une seconde tige de verre et approchons-la de la première, il y a répulsion (fig. 2.04).

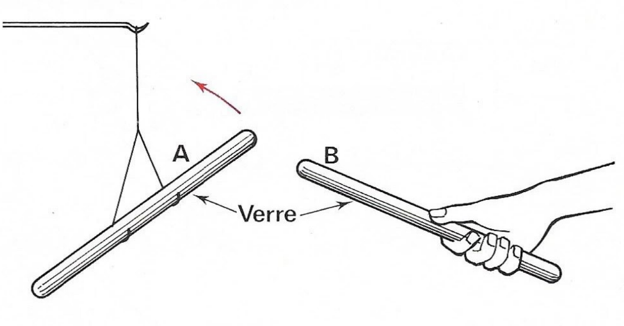


FIG. 2.04.

2° Action de la résine sur la résine. — Répétons l'expérience précédente avec deux morceaux de résine électrisés : il y a aussi répulsion.

3° Action du verre sur la résine. — Approchons après électrisation, un morceau de résine d'un bâton de verre : il y a attraction (fig. 2.05).

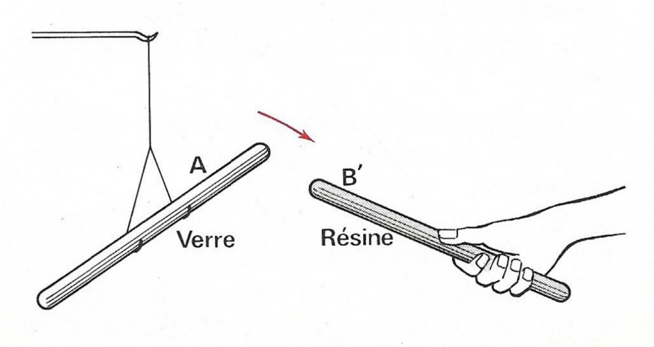


FIG. 2.05.

4° — L'expérience montre que tous les corps électrisés se comportent :

— soit comme le verre,

— soit comme la résine.

Il n'y a donc que deux espèces d'électricité : l'électricité « vitreuse » et l'électricité « résineuse ».

Il a été décidé, **arbitrairement,** que la première électricité serait appelée « **positive** » et la seconde « **négative** ».

5° Loi. — Des expériences précédentes, il résulte que :

Des charges électriques de même signe se repoussent.
Des charges électriques de signes contraires s'attirent.

3. Structure de l'atome.

1° — Un corps pur est formé de molécules toutes identiques. Les molécules sont elles-mêmes constituées par un ou plusieurs atomes selon les corps.

Au centre de l'atome est situé un noyau autour duquel gravitent des électrons planétaires. Entre le noyau et les électrons c'est le vide absolu. Sur la figure 2.06, les courbes noires sont les trajectoires elliptiques des électrons.

2° Le noyau. — Toute la masse de l'atome y est pratiquement concentrée. Son diamètre est inférieur à la dix-millième partie de celui de l'atome. Le noyau est constitué de particules neutres appelées **neutrons** et de particules positives appelées **protons.** Le noyau d'hélium, par exemple, possède deux neutrons et deux protons.

3° Les électrons. — Leur masse est négligeable devant celle du noyau. Ce sont des grains indivisibles d'électricité négative. Leurs trajectoires délimitent le volume occupé par l'atome : c'est le *volume d'encombrement.*

4° Les charges. — La plus petite charge qui puisse exister est celle d'un électron, elle est négative et notée $-e$.

La charge d'un proton est $+e$, donc égale en valeur absolue à celle de l'électron.

Dans son état normal, un atome possède le même nombre d'électrons et de protons; ce nombre noté Z est appelé nombre atomique :

Z = Nbre atomique = Nbre électrons = Nbre protons.

La charge apparente totale d'un atome est donc :

$$Z \times (+e) + Z \times (-e) = 0.$$

Dans son état normal, un atome est électriquement neutre.

5° Le mécanisme de l'électrisation par frottement. — Au cours du frottement d'un corps A sur un corps B, des électrons sont arrachés, de A par exemple, et se retrouvent sur B. Le corps B possède alors des électrons excédentaires : il porte *une charge négative*.

Au contraire le corps A, qui a perdu des électrons, est chargé *positivement par défaut d'électrons.*

Le nombre d'électrons gagnés par B est rigoureusement égal au nombre d'électrons perdus par A : il n'y a pas eu création de charge mais seulement **transfert.**

4. Isolants et conducteurs.

1° Isolant. — Les électrons des atomes d'un isolant ne peuvent pas, ou ne peuvent que très difficilement, passer d'un atome à l'autre : ce sont des **électrons liés.**

De même les électrons excédentaires, apportés sur un isolant par électrisation, ne peuvent pas circuler ou ne peuvent circuler que très difficilement et très lentement.

Il en résulte que, si un isolant a été électrisé, les charges restent à l'endroit où elles sont apparues.

2° Conducteurs. — Dans les conducteurs métalliques, certains électrons sont également liés mais il en existe aussi toujours, au moins un par atome, qui sont très mobiles et peuvent circuler facilement à l'intérieur du conducteur : ce sont les **électrons libres**[1].

A l'intérieur des conducteurs métalliques, les électrons libres sont en incessante agitation, ils se déplacent en tout sens de manière désordonnée (fig. 2.07). Si nous considérons un plan quelconque coupant le conducteur, dans un temps donné aussi petit soit-il, ce plan est traversé par le même nombre d'électrons dans chaque sens : il n'en résulte aucune modification dans la distribution des charges, chaque portion de conducteur reste neutre.

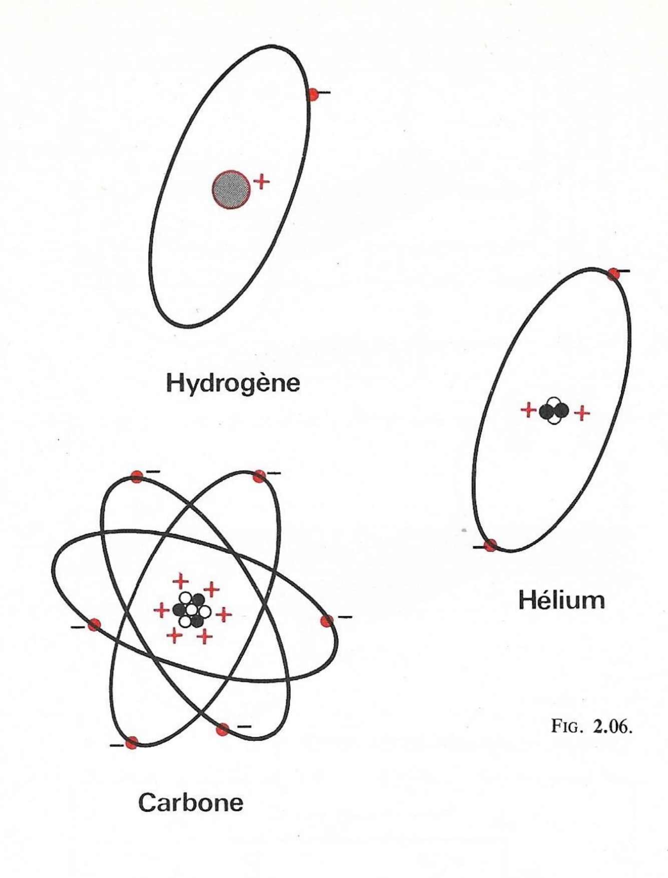


Fig. 2.06.

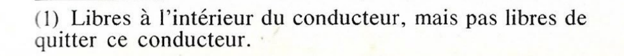
Fig. 2.07.

3° — Dans les isolants et dans les conducteurs métalliques, **les charges positives sont toujours liées aux noyaux** et ne peuvent se déplacer; par conséquent, dans ces deux types de substance, les modifications de charges ne peuvent être dues qu'aux transferts d'électrons (charges négatives).

5. Nature du courant électrique.

1° Mouvement des charges électriques.

a) Soit deux conducteurs l'un A, chargé positivement et l'autre B, chargé négativement.



(1) Libres à l'intérieur du conducteur, mais pas libres de quitter ce conducteur.

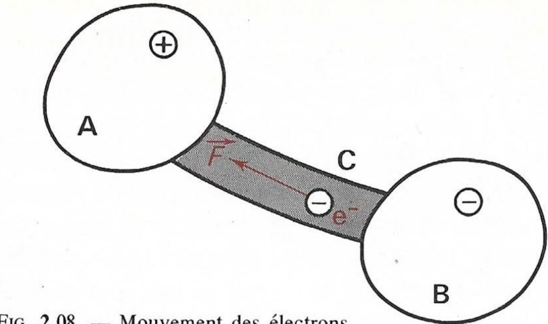


FIG. 2.08. — Mouvement des électrons.

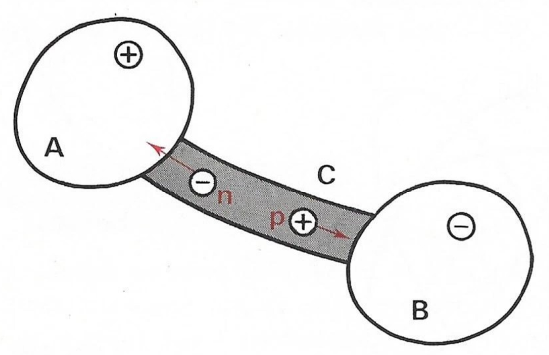


FIG. 2.09. — Mouvements des porteurs *p* et *n*.

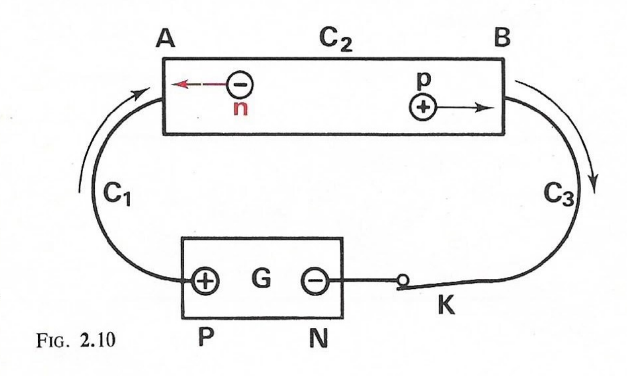


FIG. 2.10

Réunissons-les par un troisième conducteur **métallique C non chargé mais qui, parce qu'il est conducteur,** contient des électrons libres (fig. 2.08).

D'une part, les électrons de C repoussés par B négatif et attirés par A positif, vont se déplacer dans le sens de la flèche; d'autre part, les électrons de B vont pouvoir se déplacer vers A à travers C. La charge positive de A va être progressivement compensée et l'état final des trois corps sera un état d'équilibre où toutes les charges seront immobiles.

Le mouvement d'électrons qui vient d'être décrit constitue un **courant électrique,** dont la durée est très brève.

b) Généralisation. — Supposons maintenant que le conducteur C contienne à la fois des électrons (porteurs mobiles négatifs *n*) et des porteurs mobiles positifs *p* (fig. 2.09). Les porteurs *n* se dirigeront vers A et les porteurs *p* vers B. Le courant électrique sera, dans ce cas, constitué par deux mouvements de charges en sens contraires l'un de l'autre.

c) Régime permanent. — Les courants précédents sont de très faibles durées. Pour obtenir un courant durable, il faut constituer un circuit électrique (fig. 2.10), comprenant un générateur muni de deux bornes N et P, chargées négativement et positivement. Ces deux bornes sont réunies par une chaîne de conducteurs C_1, C_2, C_3 et un interrupteur K. Supposons que C_2 contienne à la fois des porteurs *p* et *n*, tandis que C_1 et C_3 sont de simples fils métalliques de liaison.

Le circuit étant fermé grâce à l'interrupteur K, les charges mobiles se mettent en mouvement comme dans les deux exemples précédents. Toutefois, ici, le générateur G ayant la propriété de remettre en circulation, par sa bonne négative, les électrons qui arrivent à sa borne positive le courant électrique aura une grande durée : il sera permanent.

d) Sens conventionnel du courant. — Par convention, on attribue au courant **le sens du déplacement des charges positives** (porteurs *p*) donc le sens opposé à celui du déplacement des électrons (porteurs *n*).

Il en résulte que, dans la portion de circuit extérieure au générateur, **le courant circule du pôle P (+) vers le pôle N (−).** Ce sens est celui des flèches noires (fig. 2.10).

2° Exemples de courants électriques.

a) Dans un conducteur métallique. — Comme nous l'avons dit, les seules charges mobiles sont les électrons libres. Ceux-ci sont en incessante agitation : ils se déplacent en tout sens de manière désordonnée (revoir fig. 2.07).

Si l'on réunit les deux bornes d'un générateur aux extrémités du conducteur, à l'agitation désordonnée des électrons se superpose un mouvement d'ensemble vers le pôle positif du générateur : c'est ce mouvement qui constitue le courant électrique dans les conducteurs métalliques (fig. 2.11).

Le rôle du générateur est très **exactement celui d'une pompe :** il aspire les électrons extérieurs par son pôle positif et les refoule intérieurement vers son pôle négatif.

La vitesse de déplacement des électrons est extrêmement faible : environ 0,3 mm/s soit à peine 30 m par jour (dans le cuivre).

Il ne faut pas confondre cette vitesse avec ce que l'on appelle communément la « vitesse de l'électricité » et qui est extrêmement élevée : 300 000 km/s dans l'air. Cette dernière est la *vitesse de propagation de l'onde électrique* ou, si l'on veut, la vitesse avec laquelle se transmet le mouvement des électrons. Une comparaison grossière, mais simple, nous aidera à comprendre : dans une gouttière (conducteur), plaçons côte à côte des billes (électrons) [fig. 2.12]. Poussons très lentement la bille A : presque instantanément toutes les billes sont en mouvement...

→ la vitesse de déplacement des billes est petite.

→ la vitesse à laquelle le mouvement s'est propagé est grande.

b) Dans les électrolytes et dans les semi-conducteurs. — Les deux types de porteurs peuvent s'y trouver et le courant électrique est alors dû à un double déplacement de charges.

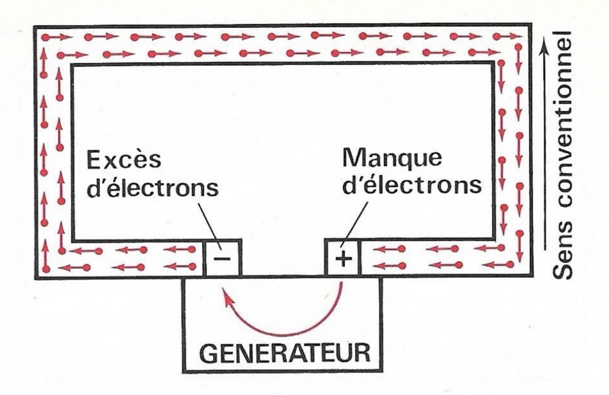


FIG. 2.11. — Les électrons en mouvement dans un conducteur métallique.

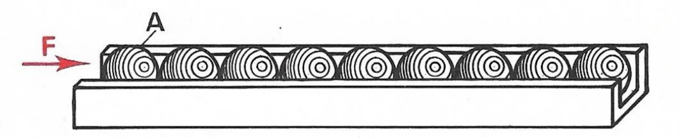


FIG. 2.12.

6. Les effets du courant électrique.

1° Le circuit électrique. — Nous constituons un circuit à l'aide d'une suite ininterrompue de conducteurs allant du pôle P au pôle N d'un générateur (fig. 2.13). Nous rencontrons successivement, de P à N :

— un interrupteur K,

— une lampe à incandescence L, c'est-à-dire un filament métallique dans une ampoule vide (ou remplie d'un gaz inerte),

— un électrolyseur ou voltamètre V, contenant une solution de soude,

— une aiguille aimantée (sn) parallèle au fil conducteur ab.

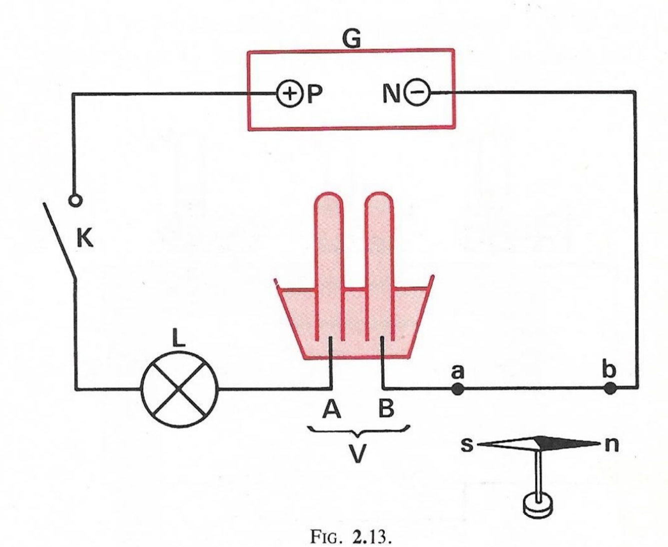


FIG. 2.13.

2° Expériences.

a) K ouvert (fig. 2.13) : aucun phénomène ne se manifeste, le courant ne passe pas.

b) K fermé (fig. 2.14) : nous constatons que la lampe brille; des gaz se dégagent sur les électrodes du voltamètre : en A nous recueillons de l'oxygène, en B de l'hydrogène. Enfin l'aiguille dévie et tend à se placer en croix avec le fil.

FIG. 2.14.

3° Les trois effets du courant.

a) Effet thermique. — Dans la lampe le filament devient incandescent. Le passage du courant dans un conducteur s'accompagne donc d'un dégagement de chaleur. C'est l'**effet Joule.**

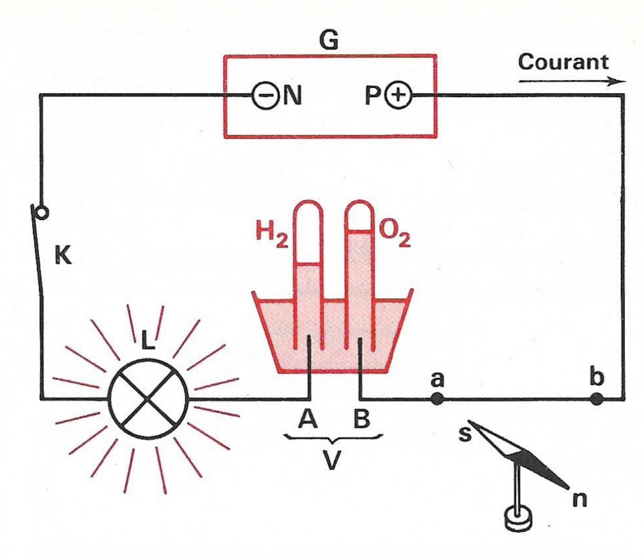


FIG. 2.15.

b) Effet chimique. — Dans l'électrolyseur l'eau de la solution est décomposée en oxygène et hydrogène. C'est un effet chimique.

c) Effet magnétique : l'aiguille aimantée dévie : il s'agit d'un effet magnétique.

4° Changement de sens du courant. — Dans l'expérience précédente le courant allait de P à N à l'extérieur du générateur, donc traversait, dans l'ordre, K, L, V, ab.

Permutons les bornes du générateur G (fig. 2.15).

Le courant traverse maintenant les appareils dans l'ordre ba, V, L, K. Il a changé de sens.

Nous constatons que :

a) La lampe brille de la même manière : l'effet thermique ne dépend pas du sens du courant, il est **non polarisé.**

b) Les dégagements gazeux sont **inversés :** l'oxygène apparaît en B, l'hydrogène en A.

c) L'aiguille dévie en **sens contraire.**

Les effets chimiques et magnétiques dépendent du sens du courant, ils sont **polarisés.**

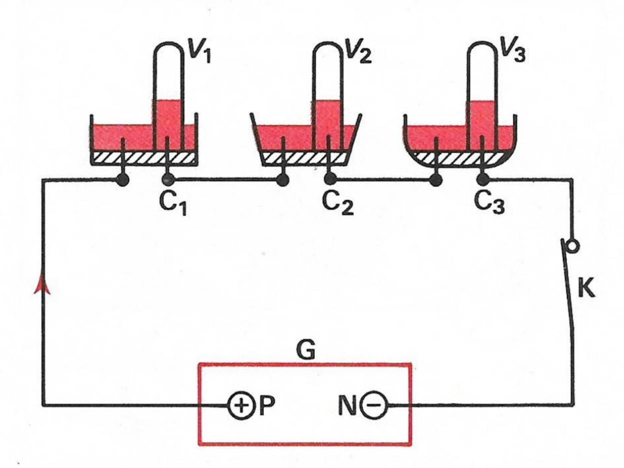


FIG. 2.16. — Les volumes d'hydrogène sont égaux.

7. Quantité d'électricité (Q).

1° Montage expérimental. — Montons les uns à la suite des autres, nous dirons **« en série »**, plusieurs voltamètres ayant des dimensions et des formes quelconques mais contenant tous de la soude en solution (fig. 2.16).

2° Expérience. — Fermons l'interrupteur K, attendons quelques minutes et comparons les volumes V_1, V_2, V_3 d'hydrogène recueilli à la cathode des différents voltamètres : ils sont égaux,

$$V_1 = V_2 = V_3$$

3° Interprétation. — L'effet du courant électrique a été le même tout au long du circuit. Nous dirons que les trois voltamètres ont été traversés par **la même quantité d'électricité (Q) :**

$$Q_1 = Q_2 = Q_3.$$

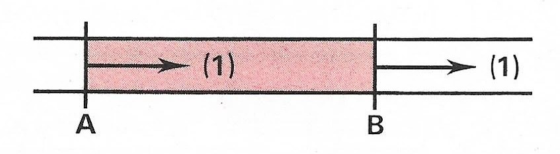


FIG. 2.17.

4° Conséquences.

a) Dans un circuit électrique parcouru par un courant, il ne peut y avoir accumulation d'électricité en aucun point. Si, en une seconde, 100 élec-

trons traversent la section A d'un conducteur dans le sens 1 (fig. 2.17), dans le même temps 100 électrons traversent aussi la section B dans le sens 1.

b) Mesure de la quantité d'électricité. — Elle pourrait s'effectuer par la mesure du volume d'hydrogène dégagé ou par la mesure de la masse d'un métal déposé à la cathode d'un voltamètre d'un autre type. Elle s'effectue à l'aide de compteurs de quantité.

c) Unité de quantité : le coulomb (C). — Sa définition est donnée au § 9.

d) Charge élémentaire : la charge e d'un proton et la charge $-e$ d'un électron ont, au signe près, la même valeur :

$e = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C, donc $\quad 1\ \text{C} = 6{,}25 \times 10^{18}\ e.$

8. Intensité d'un courant (*I*).

1° — Au cours des expériences qui ont été faites nous avons pu constater que la quantité d'électricité dépendait de la durée de passage du courant dans le voltamètre. Pour comparer l'importance relative de deux courants, il nous faut considérer la quantité d'électricité transportée par chacun d'eux dans un **même temps,** quantité que nous appellerons **intensité** (*I*).

2° Formule. — Si le courant transporte 1 200 C en 500 s son intensité est :

$$\frac{1\,200\ \text{C}}{500\ \text{s}} = 2{,}4\ \text{C/s}.$$

→ **Pour trouver l'intensité d'un courant il faut diviser la quantité d'électricité par la durée de passage du courant.**

(1) $$I = \frac{Q}{t} \qquad \begin{cases} Q \text{ en coulombs} \\ t \text{ en secondes} \\ I \text{ en ampères} \end{cases}$$

3° Unité : l'ampère (A). — L'ampère, unité d'intensité, sera défini au cours du chapitre 13, paragraphe 4.

4° La formule 1 s'écrit suivant les besoins :

$$I = \frac{Q}{t}; \quad Q = It; \quad t = \frac{Q}{I}.$$

5° Mesure de l'intensité.

Elle s'effectue avec un ampèremètre (fig. 2.18). Puisque, pendant le même temps, la même quantité d'électricité traverse les sections A et B (fig. 2.17), l'intensité du courant est la même en A et en B :

→ **l'intensité d'un courant est la même tout au long d'un circuit unique.**

Pour mesurer l'intensité nous pouvons donc couper le circuit en un point P quelconque et relier les extrémités a et b du fil aux bornes de l'ampèremètre (fig. 2.19).

9. Montage d'appareils en série et en dérivation.

1° Montage série. — Considérons, à nouveau, le circuit de la fig. 2.14 dans lequel le même courant traverse **successivement** l'interrupteur K, la lampe L, le voltamètre V, l'ampèremètre A puis le générateur G : **tous ces appareils sont montés en série.**

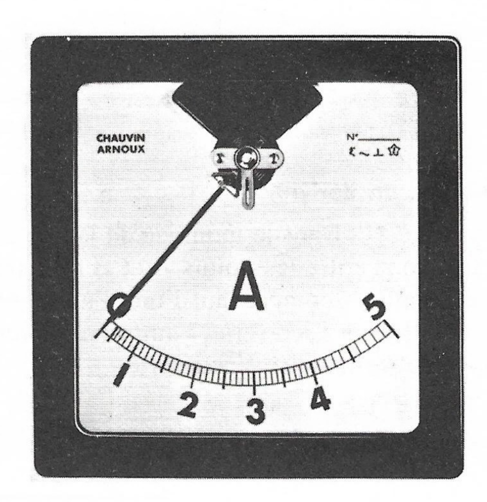


Fig. 2.18.

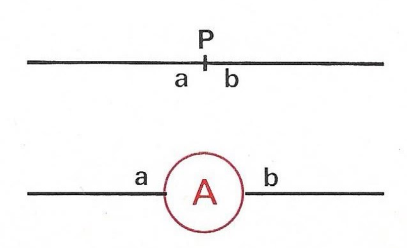


Fig. 2.19.

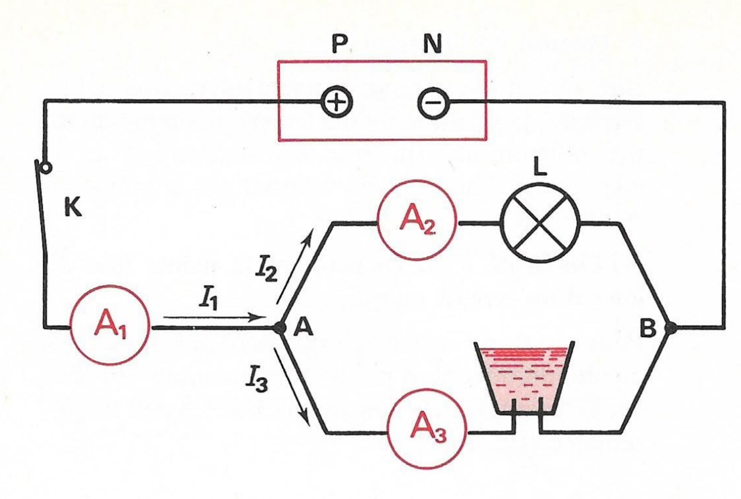


FIG. 2.20. — Montage avec dérivations.

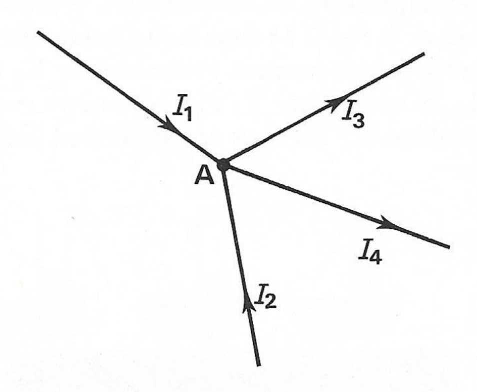


FIG. 2.21. — Loi des nœuds.

2° Montage en dérivation.

a) Montage. — Dans le montage de la fig. 2.20, nous trouvons entre les points A et B du circuit, deux dérivations comprenant l'une l'ampèremètre A_2 et la lampe L en série, l'autre l'ampèremètre A_3 et le voltamètre V en série.

Le reste du circuit est appelé *circuit principal* et contient l'ampèremètre A_1.

b) Loi des nœuds.

1° La lecture des trois ampèremètres montre que nous avons :

$$I_1 = I_2 + I_3.$$

→ **L'intensité du courant principal est égale à la somme des intensités des courants dérivés.**

Cela est conforme au principe de conservation de l'électricité.

2° — Plus généralement, si en un nœud A d'un réseau aboutissent plusieurs conducteurs (fig. 2.21), nous avons, à tout instant :

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 \quad (2)$$

Loi des nœuds : **la somme des courants qui arrivent à un nœud est égale à la somme des courants qui en partent.**

3° Compléments.

a) Définition légale du coulomb. — Le coulomb est la quantité d'électricité transportée en une seconde par un courant d'un ampère.

b) L'ampère-heure. — Un courant de 1 A transporte en 1 s une quantité d'électricité de 1 C. En une heure, il transporte 3 600 C.

Nous appellerons ampèreheure (Ah) cette dernière quantité d'électricité :

$$1 \text{ Ah} = 3\,600 \text{ C}.$$

c) Ordre de grandeur de quelques intensités.

Lampe d'éclairage :	0,1 à 5 A
Moteur de machine-outil :	10 A
Moteur de locomotive électrique :	500 A

Exercices

I. AVEC RÉPONSES.

2.01. — Une lampe électrique est traversée par 300 C en 10 min; elle consomme 66 000 J pendant ce temps. Calculer en wattheures l'énergie qu'elle consomme et en ampèreheures la quantité d'électricité qui la traverse en 1 h de fonctionnement.

Réponses : 0,5 Ah - 110 Wh.

2.02. — Une quantité d'électricité Q est passée dans un circuit pendant une durée t. Calculer l'intensité du courant (en ampères).

Q	50 C	600 C	7 200 C	6 Ah	0,5 Ah	1 Ah
t	10 s	1 min	1 h	30 min	10 h	5 min

Réponses en désordre : 0,05; 2; 5; 10; 12; 12.

II. A RÉSOUDRE.

2.03. — Au nœud A aboutissent 5 conducteurs (fig. 2.22). Les sens des courants sont précisés pour quatre d'entre eux. Trouver l'intensité du courant I_5 et son sens pour chaque ensemble des valeurs (I_1, I_2, I_3, I_4).

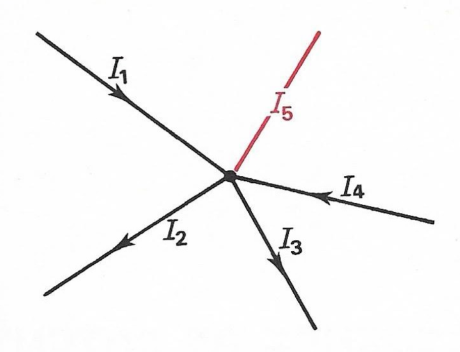


Fig. 2.22.

I_1	5	7	8	4	1
I_2	2	5	1	4	2
I_3	3	4	6	4	3
I_4	6	2	2	4	4

2.04. — Entre deux points A et B d'un circuit il y a deux dérivations. Dans l'une d'elles il est passé 400 C en 250 s; dans l'autre un ampèremètre indique 2,4 A. Quel est le courant dans le circuit principal?

3

DIFFÉRENCE DE POTENTIEL, ÉNERGIE ET PUISSANCE

1. Différence de potentiel.

1° Introduction.

a) Le courant électrique fournit de l'énergie. — Le fonctionnement de la lampe d'éclairage ou de l'électrolyseur, placés dans le circuit du chapitre précédent (fig. 2.14), nécessite de l'énergie; celle-ci est fournie par la quantité d'électricité qui traverse les appareils; ces appareils sont des **récepteurs.**

b) Considérons un récepteur quelconque, de bornes A et B, qui est traversé du **pôle plus** vers le *pôle moins* par une quantité d'électricité Q (fig. 3.01). Pendant la traversée du récepteur, pour lui fournir l'énergie W (joules), la quantité d'électricité Q a abandonné une énergie W égale (principe de conservation de l'énergie). L'énergie potentielle de cette quantité d'électricité est donc en B **inférieure** à ce qu'elle était en A :

$$W_B < W_A$$

et la différence $W_A - W_B$ est égale à W.

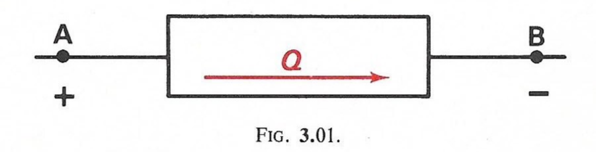


FIG. 3.01.

c) Énergie unitaire (par coulomb). — Pour un coulomb, l'énergie abandonnée pendant la traversée du récepteur est :

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{W_A - W_B}{Q}$$

Ce quotient U est appelé **différence de potentiel** entre A et B; il s'exprime en **volts (V).**

2° Différence de potentiel.

a) Définition. — La différence de potentiel entre deux points d'un circuit est égale au nombre de joules que fournit chaque coulomb qui circule entre ces deux points.

b) Exemple : si 20 C fournissent ensemble 100 J, chaque coulomb fournit,

$$\frac{100 \text{ J}}{20 \text{ C}} = 5 \text{ J/C}.$$

c) Calcul de la d.d.p. — La différence de potentiel s'obtient donc en divisant l'énergie par la quantité d'électricité :

(1) $$U = \frac{W}{Q}$$ $\left\{ \begin{array}{l} W \text{ en joules} \\ Q \text{ en coulombs} \\ U \text{ en volts} \end{array} \right.$

d) Unité. — L'unité de différence de potentiel est le volt; c'est la différence de potentiel entre deux points d'un circuit où chaque coulomb, en passant, fournit une énergie de un joule.

e) Remarques :

1° La formule (1) peut s'écrire :

$$U = \frac{W}{Q} \qquad W = QU \qquad Q = \frac{W}{U}$$

2° L'énergie peut s'exprimer en wattheures et la quantité d'électricité en ampèreheures, la d.d.p. restant en volts.

3° Le mot **tension** est couramment employé à la place de d.d.p.

f) Ordre de grandeur des d.d.p. :

pile ronde :	1,5 V
accumulateurs d'automobile :	12 V
générateur continu :	250 V
ligne à haute tension :	400 kV

g) Mesure d'une différence de potentiel. — Elle s'effectue avec un voltmètre (fig. 3.02). Ce dernier doit être **monté en dérivation** entre les deux bornes dont on veut connaître la d.d.p. (fig. 3.03).

h) Importance de la d.d.p. :

— *générateur :* il entretient entre ses bornes une d.d.p. sensiblement constante;

— *récepteur :* il est prévu pour fonctionner sous une d.d.p. déterminée. Si la d.d.p. qui lui est appliquée est trop grande, il risque d'être détérioré; si la d.d.p. est trop petite, le récepteur fonctionne mal et ne rend pas le service pour lequel il est prévu.

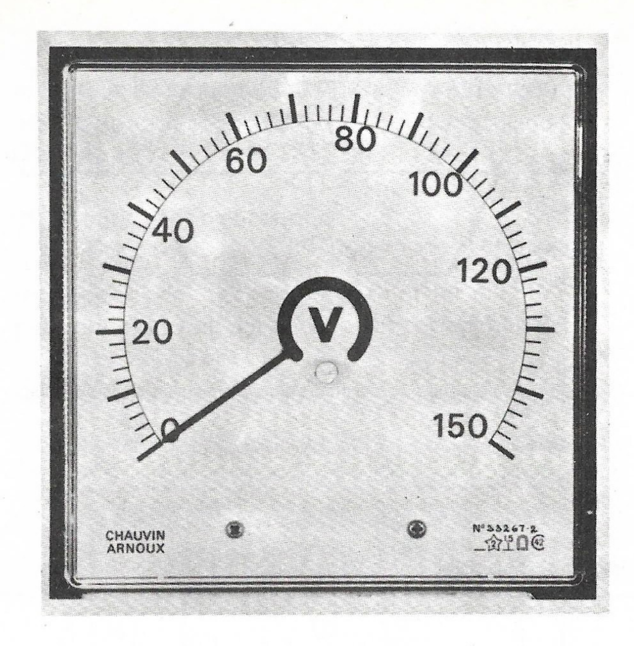


FIG. 3.02.

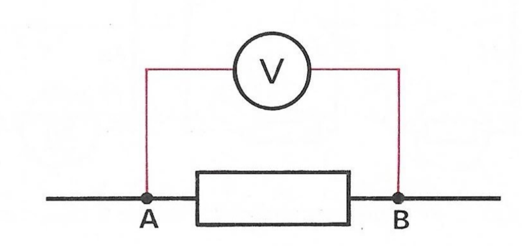


FIG. 3.03. — Mesure de la différence de potentiel entre A et B.

3° Notions de potentiel.

a) Seules les différences de potentiel sont mesurables; cependant, il est souvent commode de parler du potentiel d'un point (symbole *V*). Par exemple, nous dirons que la différence de potentiel entre A et B est égale au potentiel de A diminué du potentiel de B :

$$U_{AB} = V_A - V_B$$

b) Le potentiel d'un point est un **nombre arbitraire** qui dépend du point (ou du conducteur) auquel on a attribué le **potentiel zéro.** Par exemple pour une batterie d'accumulateurs de bornes A positive et B négative et dont la d.d.p. est $U = 120$ V, si l'on choisit $V_B = 0$, on a $V_A = +120$ V alors que si l'on décide que $V_A = 0$, on a $V_B = -120$ V (fig. 3.04).

Pour les circuits dont un point est relié **à la terre ou à une masse métallique** (carosserie d'une voiture ou carcasse métallique d'un oscilloscope), c'est le potentiel de ce point qui est arbitrairement fixé à zéro volt.

c) Flèche représentant une d.d.p. : elle est orientée du *pôle moins* vers le **pôle plus** de la portion de circuit concernée (fig. 3.05).

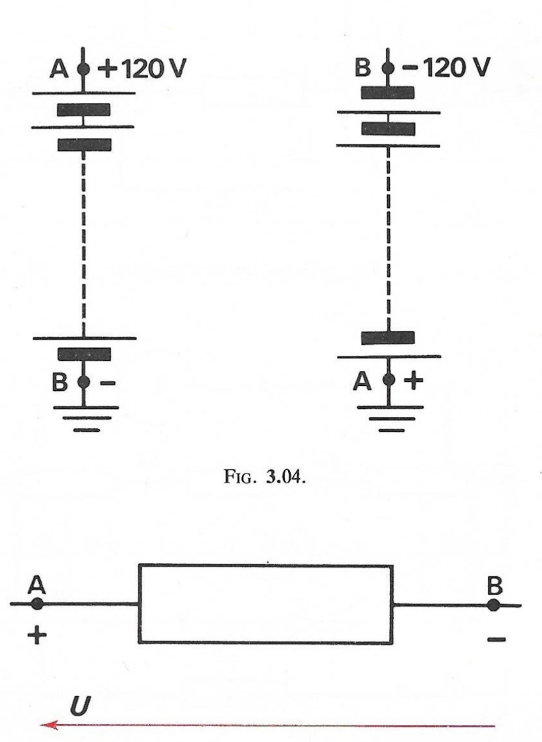


FIG. 3.04.

FIG. 3.05.

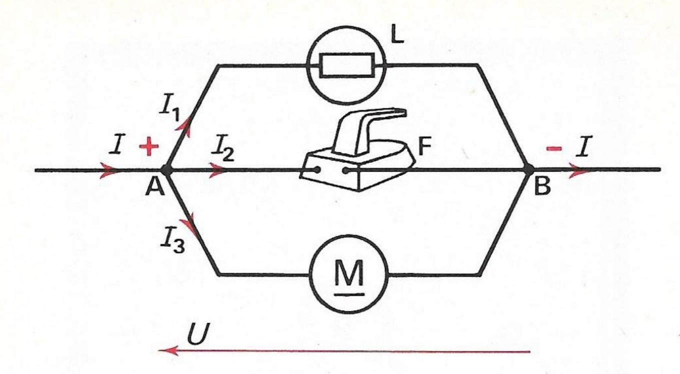


FIG. 3.06. — Montage de récepteurs dans une installation domestique.

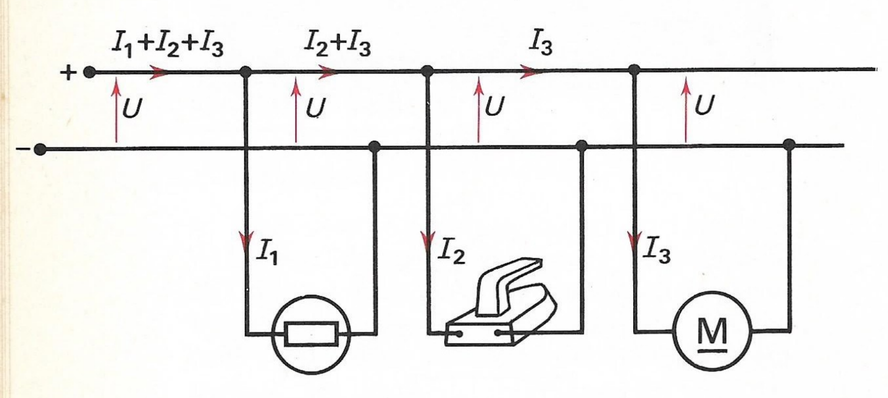


FIG. 3.07. — Ce montage est équivalent à celui de la figure 3.06.

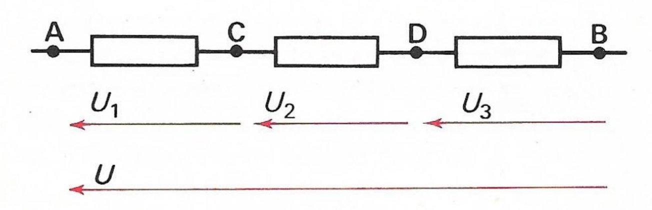


FIG. 3.08. — Loi des branches.

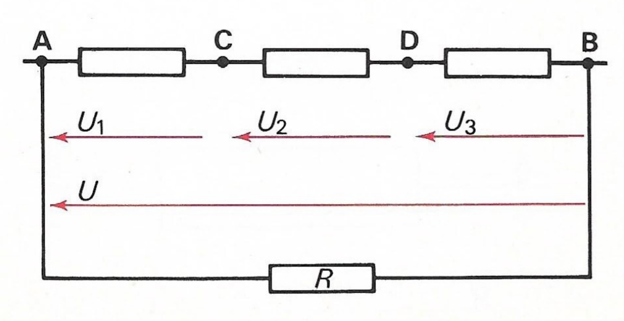


FIG. 3.08 *bis* — Loi des mailles.

2. Montages de récepteurs.

1° Montage en dérivation ou en parallèle.

Lorsque des récepteurs sont montés en dérivation, ils sont soumis à la même d.d.p. (fig. 3.06). Ils ont même borne A (positive) et même borne B (négative).

C'est en dérivation que sont montés tous les récepteurs d'une même installation (fig. 3.07).

2° Montage série.

a) Les récepteurs, montés les uns à la suite des autres, sont traversés par le même courant mais ont chacun une d.d.p. propre (fig. 3.08). Ensemble ils constituent **une branche de circuit.**

b) Loi des branches : **la différence de potentiel totale entre les extrémités d'une branche est égale à la somme des différences de potentiel partielles :**

(2) $$U = U_1 + U_2 + U_3$$

c) Loi des mailles. — Si nous complétons la figure 3.08 en plaçant une seconde branche ARB (fig. 3.08 *bis*), nous obtenons un circuit fermé ACDBRA, appelé **maille.** La relation (2) est inchangée mais, en plaçant tous les termes dans le premier membre, nous obtenons la loi des mailles :

$$U - U_1 - U_2 - U_3 = 0.$$

3. Énergie électrique.

1° Formule.

Remplaçons Q par It dans la formule (1) :

(3) $$W = UIt$$

Pour l'utilisation de cette formule, nous retiendrons deux jeux d'unités :

Grandeurs	U	I	t	W
1er jeu	V	A	s	J
2e jeu	V	A	h	Wh

REMARQUE : la formule (3) peut s'écrire :

$$U = \frac{W}{It} \quad I = \frac{W}{Ut} \quad t = \frac{W}{UI}$$

2° Définition électrique du joule : c'est l'énergie fournie en 1 s par un courant de 1 A circulant entre deux points d'une portion de circuit où la d.d.p. est de 1 V.

3° Mesure de l'énergie. — L'énergie électrique se mesure avec un compteur wattheuremètre. Sur ce compteur on peut lire les renseignements suivants (nous donnons entre parenthèses un exemple de valeur numérique) : d.d.p. ou tension (220 V); courant (15 A); énergie enregistrée pour un tour de disque ou **constante** (3,6 Wh) et aussi, parce que l'énergie est distribuée en alternatif, fréquence : cinquante hertz (50 Hz).

4° Consommation d'énergie électrique en France (1986) : trois cent vingt térawattheures, soit :

$$320 \text{ TWh} = 320 \times 10^6 \text{ MWh} = 320 \times 10^9 \text{ kWh}.$$

4. Puissance.

1° Dipôle. — Toute portion de circuit comprise entre deux points et deux seulement est appelée dipôle.

Lorsqu'il est placé dans un circuit, un dipôle présente entre ses bornes A et B une tension U et est traversé par un courant I. De deux choses l'une :

— ou le courant I **sort par la borne positive** et le dipôle fonctionne en **générateur** (fig. 3.09);

— ou le courant I **pénètre par la borne positive** et le dipôle fonctionne en **récepteur** (fig. 3.10).

2° Puissance mise en jeu entre les bornes d'un dipôle.

a) Formule. — La formule générale $P = \frac{W}{t}$ est valable en électricité et permet d'obtenir :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{UIt}{t} = UI$$

(4) $$\boxed{P = UI}$$ U en volts, I en ampères, P en watts

b) Règle : **la puissance mise en jeu entre les deux bornes d'un dipôle est égale au produit de la différence de potentiel, qui existe entre ces deux bornes, par l'intensité du courant qui traverse le dipôle.**

c) Si le dipôle est *générateur*; il *fournit* cette puissance électrique $P = UI$ à une autre portion de circuit.

Si le dipôle est **récepteur, il absorbe** $P = UI$ qui lui est fournie par une autre portion de circuit.

d) Si deux dipôles, l'un générateur G et l'autre récepteur R ont leurs deux bornes A et B communes, le produit $P = UI$ est la puissance fournie par G et absorbée par R (fig. 3.11).

3° Mesure de la puissance.

a) Avec un ampèremètre et un voltmètre : le montage de la figure 3.12 permet de calculer la puissance fournie par G, donc absorbée par R.

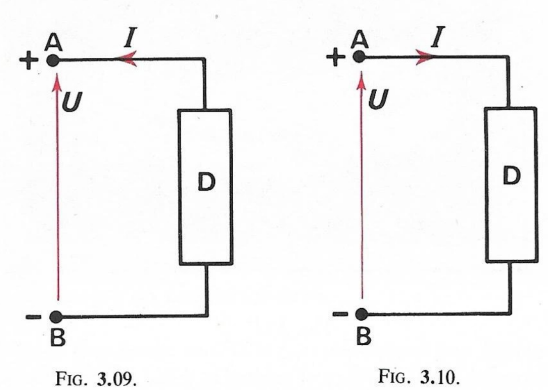


FIG. 3.09. Le dipôle fonctionne en générateur. FIG. 3.10. Le dipôle fonctionne en récepteur.

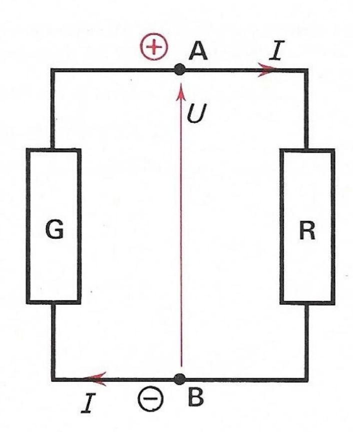


FIG. 3.11. — La puissance $P = UI$ est fournie par G et absorbée par R.

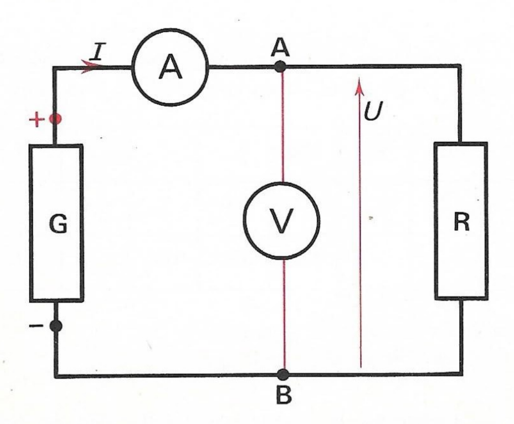


FIG. 3.12. — Mesure de la puissance avec un voltmètre et un ampèremètre.

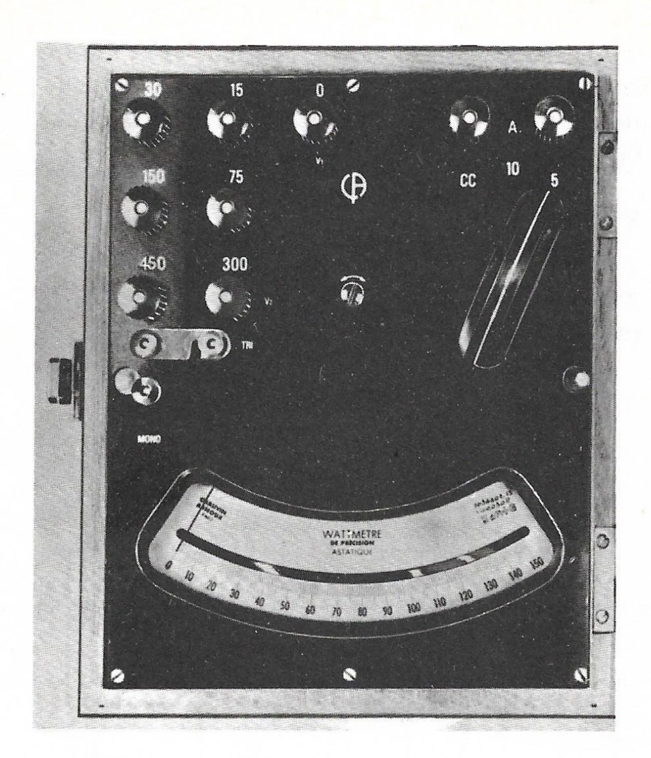


Fig. 3.13.

b) Avec un wattmètre. — Le wattmètre est un appareil dont la déviation est proportionnelle au produit $UI = P$ (fig. 3.13). Ses deux bornes « courant » (1 et 2) sont insérées en série comme celles d'un ampèremètre et ses deux bornes « tension » (3 et 4) sont réunies aux bornes du dipôle concerné par la mesure de puissance (fig. 3.14).

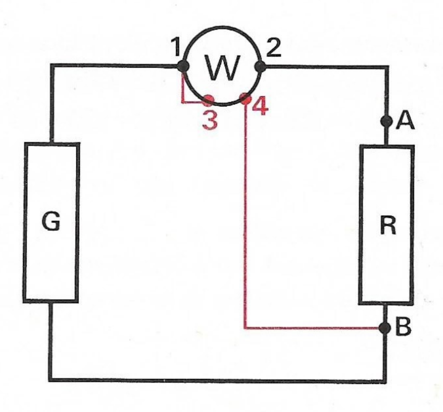


Fig. 3.14. — Mesure de la puissance avec un wattmètre.

Exercices

3.01. — Compléter le tableau ci-dessous avec la valeur manquante (P en watts, U en volts et I en ampères).

U	12	45	220			120	35
I	4	0,2		18	7	0,8	
P			550	324	196		210

Réponses en désordre et sans unité :
2,5; 6; 9; 18; 28; 48; 96.

3.02. — Compléter le tableau ci-dessous avec la valeur manquante (U en volts, I en ampères, t en secondes et W en joules).

U	220	56	24	0,8		15	3
I	5	4		9	0,5	4	
t	60	2	8	45	7		14
W			960		105	360	168

Réponses en désordre et sans unité :
4; 5; 6; 30; 324; 448; 66 000.

3.03. — Pour mesurer la puissance d'un fer à repasser, on le branche pendant 3 min et on compte 17 tours de disque d'un compteur wattheuremètre dont la constante est 0,8 Wh. Calculer la puissance du fer.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

3.04. — Une lampe consomme en 8 h une énergie de 600 Wh, la différence de potentiel à laquelle elle est soumise est 120 V.

Calculer :

1° La puissance de la lampe.

2° La quantité d'électricité et le courant qui l'ont traversée.

Solution

1° Puissance :

$$P = \frac{W \text{ (en Wh)}}{t \text{ (en h)}} = \frac{600}{8} = 75 \text{ W}.$$

2° Quantité d'électricité :

$$600 \text{ Wh} = 3\,600 \times 600 \text{ J}$$

$$Q = \frac{W}{U} = \frac{3\,600 \times 600}{120} = 18\,000 \text{ C}.$$

Intensité du courant :

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{18\,000}{3\,600 \times 8} = 0{,}625 \text{ A}$$

II. AVEC RÉPONSES.

3.05. — On monte en série trois récepteurs. Le courant qui les traverse est 4 A. Au bout de 5 min, ils ont consommé respectivement : 24 kJ, 42 kJ, et 66 kJ.

Calculer la différence de potentiel qui existe entre les bornes de chaque récepteur et la différence de potentiel totale.

Réponses : 20 V; 35 V; 55 V; 110 V.

III. A RÉSOUDRE.

3.06. — Une batterie d'accumulateurs débite un courant de 8 A sous une différence de potentiel de 12 V. Elle fournit ainsi une énergie de 672 Wh en un temps *t*. Calculer :

1° La quantité d'électricité fournie.

2° Le temps *t* du débit.

3° La puissance fournie.

3.07. — Un radiateur a une puissance de 1 200 W et fonctionne sous une différence de potentiel de 220 V. Calculer :

1° L'énergie et la quantité d'électricité correspondant à 3 h de fonctionnement.

2° L'intensité du courant absorbé.

3.08. — Une lampe de 150 W fonctionne sous une différence de potentiel de 120 V. Calculer le courant qui la traverse et, en joules, l'énergie qu'elle consomme par minute.

3.09. — Un radiateur de 1 500 W fonctionne sous une différence de potentiel de 220 V. Calculer :

1° L'intensité qui traverse ce radiateur.

2° L'énergie absorbée en 24 h.

3° La quantité de chaleur correspondante en thermies.

4
LOI DE JOULE

1. Effet Joule.

Les usages les plus familiers de l'électricité nous montrent que le courant électrique échauffe les appareils ou conducteurs dans lesquels il passe; on donne le nom d'**effet Joule** à ce phénomène.

Il y a évidemment effet Joule chaque fois que l'on transforme l'énergie électrique en chaleur : radiateur, fer à repasser…, mais il y a aussi effet Joule lorsque l'on veut en faire un autre usage, par exemple l'utilisation d'un moulin à café ou d'un aspirateur entraîne l'échauffement du moteur.

Notons que l'effet Joule n'est pas autre chose que l'apparition d'énergie thermique prévue au principe de dégradation.

2. Étude de l'échauffement dû au courant électrique.

1° Capacité thermique massique d'un corps.

a) Définition : la capacité thermique massique (c) d'un corps est l'énergie thermique (ou quantité de chaleur) qu'il faut fournir à 1 kg de ce corps pour élever sa température de un kelvin (1 K) sans modifier son état(1).

b) Unité : la capacité thermique massique s'exprime en joules par kilogramme et par kelvin (J/kg.K) :

c) Quelques capacités thermiques massiques (J/kg.K) :

eau : 4 190; cuivre : 388; air : 990; aluminium : 890.

2° Quantité de chaleur fournie à un corps.

— Elle est égale au produit de la masse (m) de ce corps par sa capacité thermique massique (c) et par l'élévation de température qu'il a subi. Si θ_0 est la température initiale et θ_1 la température finale, l'élévation de température est $(\theta_1 - \theta_0)$ et :

$$W = mc\,(\theta_1 - \theta_0) \quad (1) \qquad \begin{cases} m & \text{en kilogramme} \\ c & \text{en J/kg.K} \\ \theta_1 \text{ et } \theta_0 & \text{en °C} \\ W & \text{en joules} \end{cases}$$

Pour calculer l'élévation de température, on écrira :

$$\theta_1 - \theta_0 = \frac{W}{mc}$$

3° Expérience.

a) Nous allons transformer l'énergie électrique en chaleur avec un récepteur qui ne produit que de l'effet thermique; nous appellerons **RÉSISTOR** un tel récepteur(2) :

→ **Un résistor est un récepteur purement thermique qui transforme en chaleur toute l'énergie électrique qu'il reçoit.**

b) Montage (fig. 4.01) : le résistor est placé dans un calorimètre thermiquement isolé, afin que la chaleur dégagée ne se dissipe pas à l'extérieur.

c) Le résistor va céder au liquide la chaleur dégagée et l'élévation de température sera proportionnelle à cette quantité de chaleur.

(1) Les températures s'expriment couramment en degrés Celsius (°C) mais les écarts de températures s'expriment en kelvins (K).
(2) Sauf s'il a reçu un nom particulier (rhéostat, par exemple).

4° Résultats d'expériences.

a) Des mesures précises montrent que, *avec un résistor déterminé*, l'énergie thermique obtenue est :

— proportionnelle à la durée t de passage du courant,

— proportionnelle au carré I^2 de l'intensité du courant.

Une grandeur proportionnelle à plusieurs autres étant proportionnelle à leur produit, l'énergie thermique est proportionnelle à I^2t; appelons R le coefficient de proportionnalité :

$$W_{él} = RI^2t.$$

b) Avec d'autres résistors, la proportionnalité existe toujours mais le coefficient R est changé. Ce coefficient R caractérise donc l'aptitude d'un résistor à transformer en chaleur l'énergie électrique qu'il reçoit, nous l'appellerons **résistance électrique** ou simplement **résistance** du résistor.

5° Mesure de la résistance. — Puisque nous savons, d'une part, exprimer l'énergie électrique transformée en énergie thermique ($W_{él} = RI^2t$) et que, d'autre part, nous savons mesurer cette dernière : $W_{th} = mc(\theta_1 - \theta_0)$, il nous est maintenant possible de calculer la résistance électrique avec les résultats des mesures :

$$W_{él} = RI^2t = mc(\theta_1 - \theta_0) = W_{th}$$

donc : $$R = \frac{W_{th}}{I^2t} = \frac{mc(\theta_1 - \theta_0)}{I^2t}$$

6° Unité de résistance. — Un résistor aura une résistance égale à l'unité quand, traversé pendant une seconde par un courant de un ampère, il transformera en chaleur une énergie électrique de un joule. Cette unité est appelée : **l'ohm (Ω).**

3. Loi de Joule.

1° Énoncé. — L'énergie électrique dissipée en chaleur par effet Joule dans un récepteur est proportionnelle :

— à la résistance du récepteur,

— au carré de l'intensité du courant,

— à la durée de passage de ce courant.

2° Formules.

a) Énergie :

(2) $$\boxed{W = RI^2t}$$ R en ohms, I en ampères, t en secondes, W en joules

REMARQUE : si l'on exprime t en heures, on trouvera W en wattheures.

b) Puissance : divisons l'énergie par le temps :

$$P = \frac{W}{t} = \frac{RI^2t}{t} = RI^2$$

(3) $$\boxed{P = RI^2}$$ R en ohms, I en ampères, P en watts

3° La formule (3) peut s'écrire :

$$R = \frac{P}{I^2} \quad \text{ou} \quad I = \sqrt{\frac{P}{R}}$$

4° Conditions d'application de la loi de Joule. — Nous avons établi cette loi à partir de mesures effectuées sur un résistor parce que, ce récepteur ne donnant que de l'énergie thermique, le bilan des puissances ($W_{él} = W_{th}$) est particulièrement facile à effectuer. En fait **la loi de Joule s'applique à tous les appareils électriques,** quel que soit leur rôle, générateur ou récepteur; la loi de Joule est universelle.

5° Attention, ne pas confondre :

— la formule $P = UI$, des chapitres précédents, qui donne la puissance totale absorbée par un récepteur;

— la formule $P = RI^2$ qui nous donne la part transformée en chaleur dans la puissance totale.

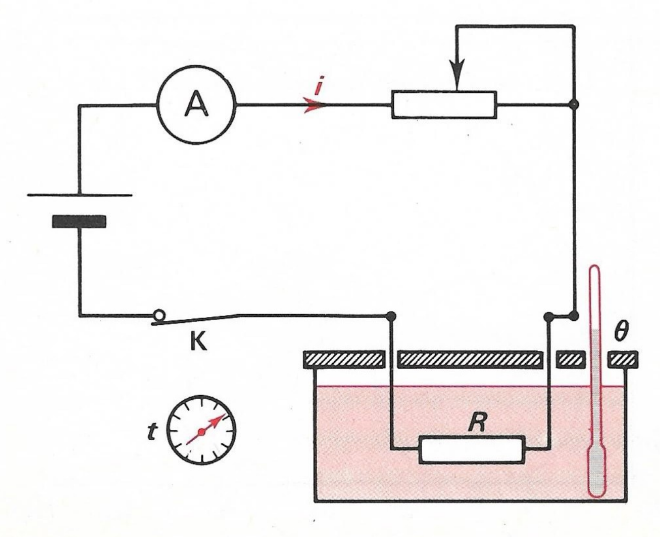


FIG. 4.01. — Vérification expérimentale de la loi de Joule.

Pour la plupart des appareils électriques $UI > RI^2$. Ce n'est que dans le cas d'un **récepteur purement thermique :** résistor quelconque, radiateur, fer à repasser, fer à souder... que les deux calculs donneront *la même puissance.*

4. Variations de température.

1° Échanges thermiques.

a) Un corps chaud placé dans un milieu froid se refroidit peu à peu s'il n'est l'objet d'aucun apport de chaleur.

Ce refroidissement se fait, en général, à la fois par convection, par rayonnement et par conduction.

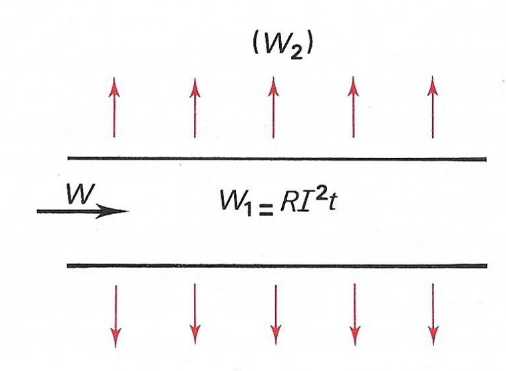


FIG. 4.02. — Échanges thermiques.

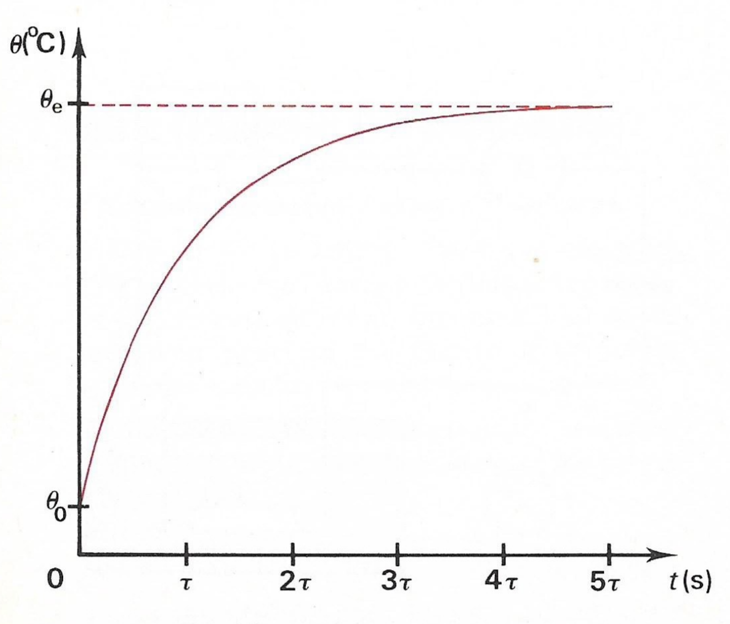


FIG. 4.03. — Courbe d'échauffement.

b) Si le corps est susceptible de recevoir de l'énergie thermique d'une source quelconque (et en particulier d'une source électrique), nous pouvons rencontrer trois possibilités selon les valeurs respectives de l'énergie reçue par effet Joule $W_1 = RI^2 t$ et de l'énergie cédée au milieu ambiant W_2 (fig. 4.02).

Cas n° 1 :

$$W_1 > W_2$$

Le corps reçoit plus d'énergie qu'il n'en cède, il s'échauffe. C'est le cas d'un radiateur électrique qui vient d'être mis en service.

Cas n° 2 :

$$W_1 < W_2$$

Le corps cède plus d'énergie qu'il n'en reçoit, il se refroidit. C'est le cas du radiateur électrique qui vient d'être débranché.

Cas n° 3 :

$$W_1 = W_2$$

Le corps cède exactement autant d'énergie qu'il en reçoit, il est en **équilibre thermique,** sa température θ_e, qui reste constante, est appelée **température d'équilibre.** C'est le cas du radiateur électrique quelques minutes après sa mise en service.

2° Bilan des échanges thermiques d'un appareil électrique.

En dehors du cas 3, la différence $W_3 = W_1 - W_2$ n'est pas nulle.

a) Si la différence est positive, W_3 est emmagasinée par l'appareil et l'appareil s'échauffe.

b) Si la différence est négative, W_3 représente l'énergie restituée par l'appareil qui se refroidit.

c) Nous savons calculer l'énergie emmagasinée (ou restituée) par l'appareil quand sa température varie de θ_0 à θ_1 :

$$W_3 = mc\,(\theta_1 - \theta_0)$$

3° Courbes.

Nous considérons un milieu ambiant, dont la température θ_0 est constante et, dans lequel se trouve placé un appareil qui dissipe en chaleur une puissance RI^2 également constante. Dans ces conditions, après un régime transitoire de plus ou moins longue durée pendant laquelle la température de l'appareil varie, ce dernier atteint une température d'équilibre θ_e, constante.

a) Échauffement (fig. 4.03).

b) Refroidissement (fig. 4.04).

4° Échauffement à l'équilibre.

L'échauffement d'un appareil ($\theta_e - \theta_0$) dépend de l'énergie électrique qu'il transforme en chaleur mais aussi :

— de la surface de refroidissement,

— de l'existence ou de l'absence d'un radiateur facilitant les échanges d'énergie thermique entre l'appareil et le milieu ambiant,

— de l'existence d'une ventilation accélérant les échanges de chaleur.

5. Inconvénients de l'effet Joule.

1° Pertes et échauffement.

a) Chaque fois que le dégagement de chaleur n'est pas recherché l'effet Joule est nuisible. Il en est ainsi dans la majorité des applications de l'électricité.

b) Pertes d'énergie par effet Joule. — Elles sont données par la loi de Joule, $W = RI^2t$.

Ces pertes présentent plusieurs inconvénients :

— elles diminuent le rendement des appareils non thermiques;

— elles causent un échauffement qui, s'il était excessif, pourrait détériorer les isolants qui entourent les fils et provoquer un court-circuit;

— elles imposent une limitation de cet échauffement à une valeur compatible avec le bon fonctionnement des appareils, ce qui nécessite une limitation de la puissance de ceux-ci.

2° Limitation du courant dans les conducteurs.

a) La nécessité où l'on se trouve d'avoir dans les conducteurs un échauffement limité, impose de ne pas dépasser dans ces conducteurs une certaine **densité de courant.**

b) Définition. — La densité de courant dans un conducteur est le quotient de l'intensité du courant par la section du fil :

(4) $$J = \frac{I}{S}$$ I en ampères, S en mètres carrés, J en A/m²

Unité pratique : les sections de conducteurs sont le plus souvent exprimées en millimètres carrés et la densité de courant en A/mm². Pour éviter toute confusion nous noterons Δ cette densité.

Relation : le nombre qui exprime J est égal au produit par 10^6 de celui qui exprime Δ :

$$\Delta = 1 \text{ A/mm}^2 \Leftrightarrow J = 10^6 \text{ A/m}^2.$$

c) Remarque : quand le rayon r d'un conducteur cylindrique est doublé, la section s est multipliée par quatre; il semble que le courant puisse être quadruplé *mais il n'en est rien* car, la **surface latérale σ du cylindre, par laquelle le conducteur se refroidit, est seulement doublée** (fig. 4.05).

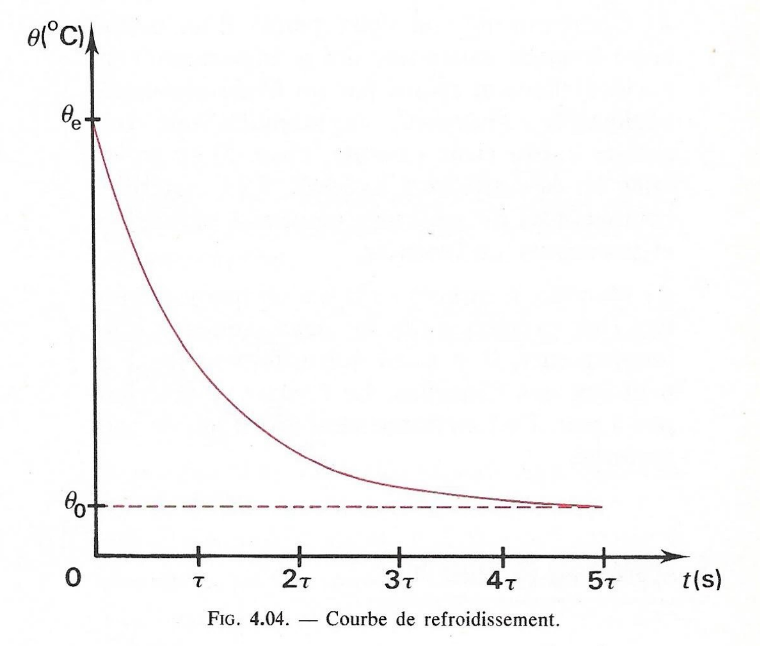


Fig. 4.04. — Courbe de refroidissement.

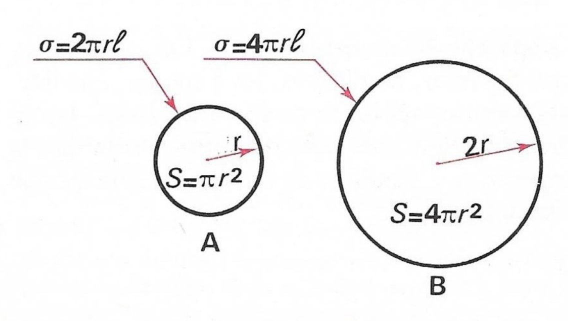


Fig. 4.05.

FIG. **4.06.** — Variation de la densité de courant admissible avec le rayon du conducteur.

Quand le rayon d'un fil croît, il faut donc diminuer la densité de courant (fig. 4.06).

3° Incidents de circuit.

a) Court-circuit : si deux points d'un circuit entre lesquels existe une d.d.p. importante sont accidentellement réunis par un fil de résistance négligeable, l'intensité va atteindre une très grande valeur (voir formule, chap. 5) et provoquer un échauffement excessif. Les matériaux combustibles du voisinage peuvent s'enflammer et provoquer un incendie.

b) Mauvais contacts : s'il y a un mauvais contact (par exemple entre les deux couteaux d'un interrupteur), il y a un échauffement local et peut-être des étincelles. Le contact se détériore peu à peu. Le fonctionnement du circuit en sera perturbé.

6. Applications de l'effet Joule.

1° Chauffage. — L'énergie électrique peut être utilisée soit comme chauffage unique, soit comme chauffage d'appoint.

2° Appareils électroménagers. — Les cuisinières, fers à repasser, bouilloires, fer à souder, chauffe-plats sont des applications de l'effet Joule. Leurs éléments chauffants sont déterminés afin que la température d'équilibre de l'appareil corresponde à son usage.

3° Fours électriques industriels. — Ils utilisent souvent du courant alternatif, nous citons néanmoins les divers types sans effectuer de distinction : fours à résistance, à arc, à induction, à hystérésis diélectrique.

4° Soudage électrique. — Ici encore, les deux types de courant sont utilisés. Le soudage à l'arc s'effectue avec du continu ou de l'alternatif.

5° Éclairage par incandescence. — Les lampes électriques ont un filament en tungstène porté à 2 500 °C environ. Pour limiter l'usure du filament par évaporation, l'enveloppe en verre contient un gaz inerte (azote, argon, krypton, ...). Une lampe à incandescence transforme en chaleur 95 % de l'énergie électrique qu'elle reçoit et en énergie lumineuse les 5 % restant. C'est l'appareil électrique qui a le plus mauvais rendement.

6° Ampèremètre thermique. — Il mesure l'intensité d'un courant grâce à l'effet Joule. Les appareils modernes contiennent un thermocouple.

7° Fusibles. — Pour protéger les installations électriques contre les court-circuits et les surintensités, on utilise des disjoncteurs et des fusibles.

Les fusibles sont des fils conducteurs dont la section est déterminée afin que la fusion se produise rapidement en cas de surintensité.

Exercices

4.01. — Un courant de trois ampères traversant pendant 5 min un récepteur purement thermique plongé dans un calorimètre, produit une élévation de température de 5,4 K. Calculer l'élévation de température $\Delta\theta$ correspondant aux couples de valeurs I et t du tableau ci-dessous :

$I(A)$	3	1	2	4	1,5
t (min)	10	5	5	10	20
$\Delta\theta(K)$					

Réponses en désordre :

0,6; 2,4; 5,4; 10,8; 19,2.

4.02. — La puissance dissipée par effet Joule est $P=RI^2$. Compléter le tableau ci-dessous avec la valeur manquante :

$R(\Omega)$	3		6	24	200	
$I(A)$	4	5		4,5		1,5
$P(W)$		20	54		98	315

Réponses en désordre et sans unité :

0,7; 0,8; 3; 48; 140; 486.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

4.03. — Une cafetière électrique a une puissance de 1 000 W. Sa contenance est de un litre. Sachant que 30% de la puissance absorbée est dissipée dans l'air ambiant au lieu d'être employée au chauffage de l'eau, calculer la durée nécessaire à la mise en ébullition de un litre d'eau prise à 15 °C. La capacité thermique massique de l'eau est $c=4\,190$ J/kg·K.

Solution

Quantité de chaleur à fournir :

1 litre d'eau → 1 kg

$$W=mc(\theta_1-\theta_0)=1\times4\,190(100-15)=356\,000\text{ J.}$$

Énergie absorbée :

$$W_a=\frac{356\,000\times100}{70}\approx510\,000\text{ J.}$$

Durée du chauffage :

$$t=\frac{W_a}{P}=\frac{510\,000}{1\,000}=510\text{ s.}$$

II. A RÉSOUDRE.

4.04. — Calculer la résistance d'un fer à repasser de 550 W prévu pour fonctionner sous une différence de potentiel de 220 V.

4.05. — Une lampe 60 W, 240 V, est branchée sur le secteur 120 V. En admettant que sa résistance soit inchangée, calculer :

1° l'intensité du courant;

2° la puissance consommée.

4.06. — Un radiateur fonctionne sous une différence de potentiel de 220 V et consomme un courant de 12 A. Calculer :

1° sa puissance;

2° sa résistance;

3° l'énergie thermique qu'il fournit en 24 h.

4.07. — Un générateur a une résistance de 0,01 Ω et débite un courant de 2 000 A. Calculer la puissance dissipée par effet Joule et, en kWh, l'énergie calorifique correspondant à 24 h de fonctionnement.

4.08. — Un moteur absorbe un courant de 8 A sous une différence de potentiel de 240 V. Son rendement est de 82%.

Calculer :

1° sa puissance utile;

2° la puissance perdue;

3° la résistance du moteur si toute la puissance perdue est due à l'effet Joule.

4.09. — Un radiateur fonctionne sous une différence de potentiel de 240 V et consomme un courant de 12 A.

La résistance de chacun des fils qui l'alimentent est de 0,4 Ω. Calculer :

1° la puissance du radiateur;

2° sa résistance;

3° la puissance dissipée par effet Joule dans la ligne;

4° la section de la ligne pour que la densité de courant y soit de 4 A/mm^2.

4.10. — Une cuisinière électrique a deux allures de chauffe : un élément de 900 W et un autre de 1 500 W. La tension de fonctionnement est 220 V.

1° Calculer la résistance de chaque élément et le courant absorbé quand ils sont tous les deux en service.

2° Les deux éléments étant en service, quelle sera la durée de la mise en ébullition de deux litres d'eau prise à 5 °C si 80% seulement de la puissance absorbée sert effectivement au chauffage ($c=4\,190$ J/kg·K).

5
LOI D'OHM - CALCUL DE LA RÉSISTANCE

1. Puissance totale et puissance thermique.

1° Formules. — Considérons un récepteur, deux formules permettent un calcul de puissance :

a) $P_a = UI$, cette formule donne la puissance **absorbée** par un récepteur **quel que soit** ce récepteur.

b) $P_j = RI^2$, cette formule donne la puissance transformée sous la forme **thermique** par un récepteur **quel que soit** ce récepteur.

2° Comparaison. — Comparons ces deux puissances :

a) CAS A : peut-on avoir $P_j > P_a$?

Non, **c'est impossible,** cela signifierait que le récepteur transforme en chaleur plus de puissance (et par suite plus d'énergie) qu'il n'en reçoit.

b) CAS B : peut-on avoir $P_j = P_a$?

Oui, s'il s'agit d'un récepteur qui transforme en chaleur toute la puissance reçue.

C'est alors un récepteur purement thermique (radiateur, rhéostat, ...) que nous appelons **résistor** s'il n'a pas d'autre nom.

Remplaçons les puissances par leurs expressions et simplifions par I :

$$P_j = P_a \Rightarrow RI^2 = UI \Rightarrow RI = U$$

Ce cas B est un cas particulier concernant quelques usages de l'électricité (chauffage, et autres utilisations thermiques).

c) CAS C : peut-on avoir $P_j < P_a$?

Évidemment, c'est même le cas le plus fréquent, le plus général, celui où **une partie seulement** de l'énergie électrique **devient chaleur.** L'autre partie, **la plus importante,** devient énergie mécanique ou chimique (ou autre).

Ce cas concerne les applications les plus importantes de l'électricité : moteur, électrolyse, etc.

Remplaçons les puissances par leurs expressions et simplifions par I :

$$P_j < P_a \Rightarrow RI^2 < UI$$

$$\boxed{RI < U}$$

2. Loi d'Ohm.

1° Énoncé. — La différence de potentiel entre les bornes d'un récepteur purement thermique, ou résistor, est égale au produit de la résistance de ce résistor par l'intensité du courant qui le traverse.

2° Formule. — Nous l'avons établie au paragraphe précédent :

(1) $$\boxed{U = RI} \quad \begin{cases} R \text{ en ohms} \\ I \text{ en ampères} \\ U \text{ en volts} \end{cases}$$

Cette formule peut aussi s'écrire :

$$I = \frac{U}{R} \qquad R = \frac{U}{I}$$

3° Conditions d'application de la loi.

a) Pour établir la loi nous avons supposé que le récepteur était purement thermique (cas B).

b) Il faut bien comprendre qu'écrire $U = RI$ ou écrire que toute l'énergie est transformée en chaleur, **c'est la même chose.**

c) Appliquer la loi à un moteur ou à un accumulateur n'a **aucun sens.**

4° Remarque importante. — Dans le cas d'un moteur ou d'un accumulateur le produit RI donne la **chute de tension,** c'est-à-dire le nombre de volts perdus à cause de la résistance, ces volts ne représentent, *heureusement,* qu'une faible partie de la différence de potentiel U.

EXEMPLE : pour un moteur de 10 kW,

$$U = 240 \text{ V et } RI = 12 \text{ V}$$

$$\frac{RI}{U} = \frac{12}{240} = 0{,}05 \text{ soit } 5\,\%.$$

5° Nouvelle définition de l'ohm. — L'ohm est la résistance d'un résistor qui est traversé par un courant de 1 A quand on lui applique une différence de potentiel de 1 V.

6° Conductance.

a) Définition. — La conductance est l'inverse de la résistance.

(2) $$G = \frac{1}{R}$$ $\left\{ \begin{array}{l} R \text{ en ohms} \\ G \text{ en siémens (S)} \end{array} \right.$

b) Remarque : on exprime souvent G en ampères par volt (A/V) :

$$1 \text{ A/V} = 1 \text{ S}.$$

7° Autres formules.

a) Écrivons à nouveau que dans un résistor toute la puissance absorbée est dissipée en chaleur, mais au lieu d'éliminer P entre les deux égalités, nous éliminons I :

$$P_a = P = UI \quad \text{et} \quad P_j = P = RI^2$$

$$I = \frac{P}{U} \rightarrow P = RI^2 = R\left(\frac{P}{U}\right)^2 = \frac{RP^2}{U^2} \Rightarrow U^2P = RP^2$$

et après simplification :

(3) $$U^2 = PR$$ $\left\{ \begin{array}{l} P \text{ en watts} \\ R \text{ en ohms} \\ U \text{ en volts} \end{array} \right.$

b) En remplaçant R par $\frac{1}{G}$ dans la formule $I = \frac{U}{R}$, nous trouvons $I = GU$.

(4) $$I = GU$$ $\left\{ \begin{array}{l} G \text{ en siémens} \\ U \text{ en volts} \\ I \text{ en ampères} \end{array} \right.$

c) Comme $U = RI$, les deux formules qui précèdent ne s'appliquent qu'aux récepteurs purement thermiques.

8° Mesures.

Le montage de la figure 5.01 permet :

a) de vérifier que le rapport $\frac{U}{I}$ est constant quand on fait varier le courant I grâce au rhéostat;

b) de mesurer la résistance R en effectuant le quotient $R = \frac{U}{I}$.

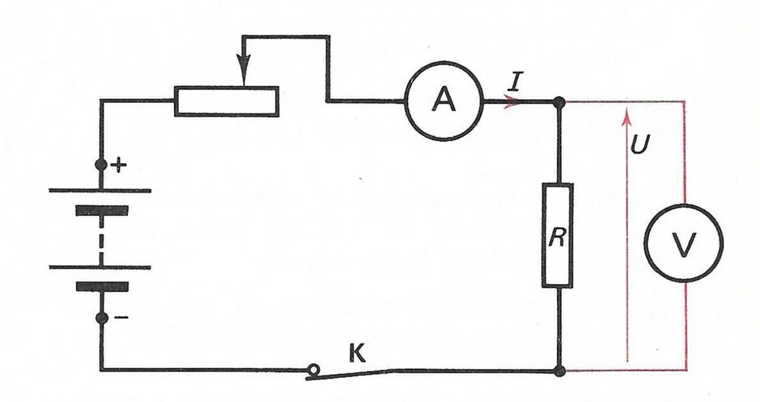


FIG. 5.01. — Vérification expérimentale de la loi d'Ohm.

3. Calcul de la résistance.

1° Avertissement.

Le calcul de la résistance d'un conducteur, en fonction de sa géométrie, n'est simple que dans le cas où ce conducteur a une section droite constante : il en est ainsi pour les fils et les barres. On dit alors que le conducteur est filiforme.

2° Influence de la longueur. — Coupons des morceaux de 1 m, 2 m et 3 m d'un fil conducteur assez résistant (en ferronickel par exemple) et montons-les en série. Ces morceaux sont donc de même nature et de même section. Alimentons l'ensemble par un générateur (non représenté sur la fig. 5.02) et règlons l'intensité du courant à 1 A.

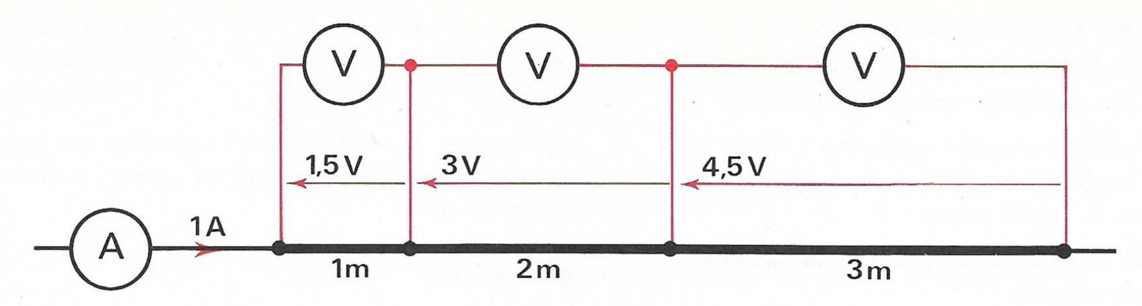


FIG. 5.02.

Mesurons les différences de potentiel entre les bornes de chaque morceau, nous trouvons dans l'ordre :

1,5 V; 3 V; 4,5 V.

Le courant commun étant de 1 A, les résistances sont donc respectivement $\left(R=\frac{U}{I}=\frac{U}{1}\right)$:

1,5 Ω; 3 Ω; 4,5 Ω.

Nous constatons que ces résistances sont proportionnelles aux longueurs de fil (1 m, 2 m, 3 m).

3° Influence de la section. — Coupons maintenant six morceaux de 1 m du même fil et disposons-les de la façon suivante :

Montons en série un morceau seul, puis deux morceaux en parallèle, puis trois morceaux en parallèle (fig. 5.03). Nous obtenons ainsi des conducteurs de même longueur et de même nature mais dont les sections sont respectivement 1 fois, 2 fois et 3 fois la section S du fil primitif.

Règlons à nouveau le courant à 1 A et mesurons les différences de potentiel; nous trouvons dans l'ordre :

1,5 V; 0,75 V; 0,5 V.

Par conséquent les résistances sont respectivement :

1,5 Ω; 0,75 Ω; 0,5 Ω.

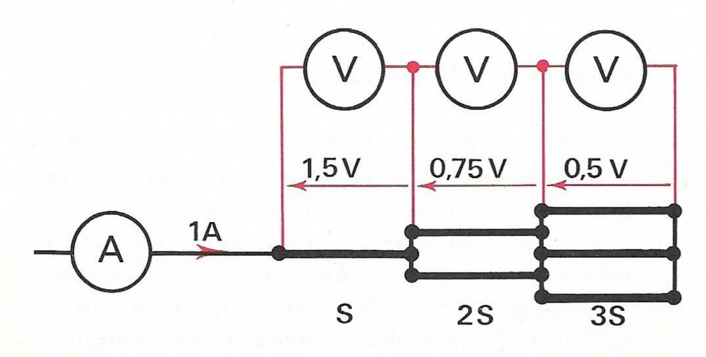


FIG. 5.03.

La résistance du fil de section simple étant 1,5 Ω, nous voyons que celle du fil de section double en est la moitié et que celle du fil de section triple en est le tiers. La résistance d'un fil est inversement proportionnelle à sa section.

4° Influence de la nature du conducteur.

Les propriétés établies aux 2° et 3° sont vérifiables quelle que soit la substance du conducteur utilisé mais la résistance d'un fil de longueur et de section déterminées varie avec la substance.

5° Conclusion, expression de la résistance.

a) Règle : la résistance d'un conducteur filiforme et homogène est :

— proportionnelle à sa longueur,
— inversement proportionnelle à sa section,

en outre, elle dépend de la substance utilisée; l'influence de celle-ci est caractérisée par sa résistivité (ρ).

b) Formule : elle est la traduction des propriétés précédentes :

(5) $$R=\frac{\rho\ell}{S}$$ ℓ en mètres, S en mètres carrés, ρ en ohms-mètres, R en ohms

6° La résistivité.

a) Choix de l'unité. — Dans le système S.I., l'unité doit être telle que la résistance soit de 1 Ω quand la longueur est de 1 m et la section de 1 m².

Tirons de la formule (5) : $\rho=\frac{RS}{\ell}$

remplaçons les grandeurs par leurs unités :

$$\rho \rightarrow \frac{\text{(ohm) (mètres carrés)}}{\text{mètres}}=\frac{\Omega\,\text{m}^2}{\text{m}}=\Omega\,\text{m}.$$

L'unité de résistivité est **l'ohm-mètre.**

b) Calculs avec la formule 5. — Cette formule s'écrit selon les besoins :

$$R=\frac{\rho\ell}{S} \quad S=\frac{\rho\ell}{R} \quad \rho=\frac{RS}{\ell} \quad \ell=\frac{RS}{\rho}$$

Il faut faire très attention au nombre de zéros dans les valeurs des différentes grandeurs; il est indispensable d'effectuer les calculs à l'aide des **puissances de 10. Exemple : Calculer R avec :**

$$\rho = 1{,}7 \times 10^{-8}\,\Omega\text{m}; \quad S = 1\text{ mm}^2; \quad \ell = 1\text{ km}.$$

Il faut d'abord convertir les unités :

$$S = 10^{-6}\text{ m}^2 \quad \ell = 10^3\text{ m}$$

d'où :

$$R = \frac{\rho\ell}{S} = \frac{1{,}7 \times 10^{-8} \times 10^3}{10^{-6}} = 17\,\Omega$$

4. Influence de la température sur la résistance.

1° Expérience. — Plongeons dans un récipient d'eau un fil conducteur parcouru par un courant et chauffons (fig. 5.04). Au fur et à mesure que l'eau s'échauffe, on constate que le courant I diminue bien que la tension U soit constante : ***c'est donc que la résistance du fil augmente.*** **Or, les dimensions ℓ et S du fil n'ayant pratiquement pas varié c'est que la *résistivité s'est accrue.***

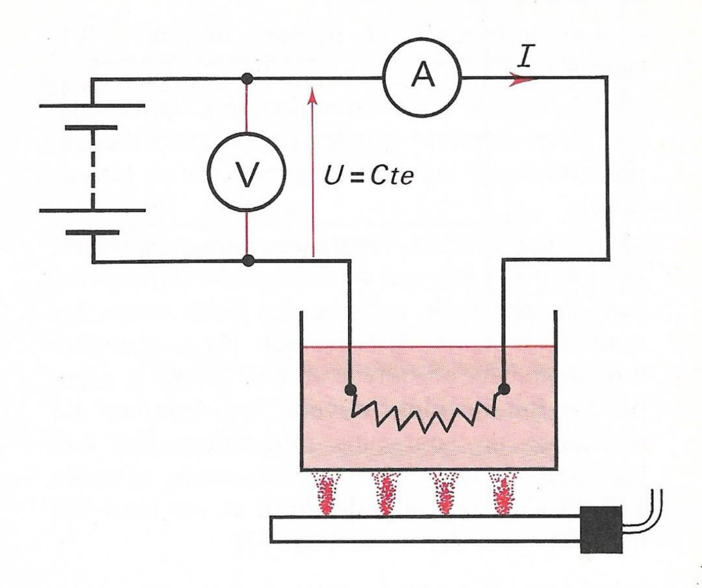


FIG. 5.04. — Quand la température augmente, le courant diminue bien que la tension soit constante.

2° Relation.

a) En première approximation, les variations de résistivité peuvent être considérées comme proportionnelles aux variations de température, à la résistivité ρ_0 mesurée à 0 °C et à un coefficient a_0 qui dépend de la nature de la substance(1) :

$$\Delta_\rho = \rho_0\, a_0\, \Delta\theta.$$

La température de référence étant 0 °C, nous avons :

$$\Delta\theta = \theta - 0 = \theta.$$

La résistivité à θ °C est donc :

$$\rho_\theta = \rho_0 + \Delta\rho = \rho_0 + \rho_0\, a_0\, \Delta\theta = \rho_0 (1 + a_0\,\theta).$$

b) Les dimensions du conducteur n'ayant pratiquement pas varié, la relation entre la résistance à θ °C et la résistance à 0 °C est analogue à celle des résistivités :

(6) $$R_\theta = R_0 (1 + a_0\,\theta)$$

a_0 en K^{-1}
θ en K (ou en °C)
R_θ et R_0 en Ω

c) Le coefficient a_0 est l'inverse d'une température et s'exprime en $(\text{kelvin})^{-1}$ soit K^{-1}.

d) La formule nous montre que la résistance est une fonction affine de la température (fig. 5.05).

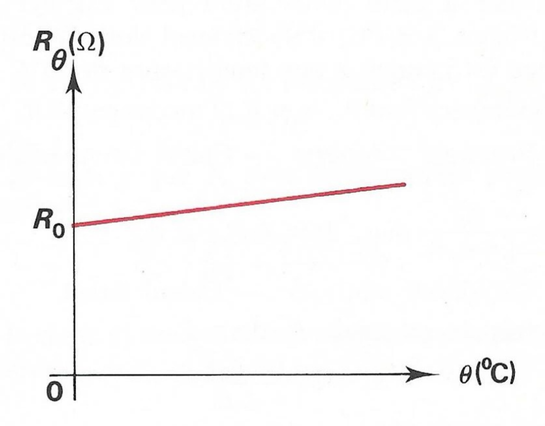


FIG. 5.05. — La résistance est une fonction affine de θ.

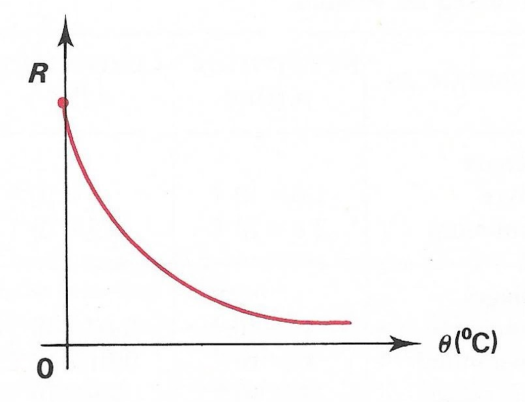


FIG. 5.06. — Caractéristique d'une thermistance.

(1). La lettre grecque Δ placée devant une grandeur signifie : « variation de ». Ainsi $\Delta\rho$ forme un tout indissociable qui veut dire « variation de résistivité ».

3° Remarques.

a) Les termes R_0 et a_0 sont définis à 0 °C (voir 4°).

b) La formule (6) est une première approximation et ne concerne que les conducteurs métalliques subissant une variation modérée de température.

c) De nombreuses substances non métalliques ont *une résistance qui diminue quand la température augmente :* le carbone, les électrolytes, les semi-conducteurs. Si la formule (6) peut encore être appliquée, c'est avec un coefficient a_0 négatif. En fait, le plus souvent, les variations de résistance ne sont plus proportionnelles aux variations de températures et la courbe associée à $R(\theta)$ n'est plus une droite; il en est ainsi des thermistances (fig. 5.06, page 37).

4° Température initiale différente de 0 °C.

— Le coefficient a_0 est défini pour une température initiale de 0 °C; il est donc nécessaire de se ramener à cette température pour calculer la résistance à θ_2 (°C) d'un élément dont la résistance est connue à une température $\theta_1 \neq 0$ °C.

Les données sont θ_1, θ_2 et R_1; l'inconnue est R_2.

a) Première méthode. — Calcul intermédiaire de R_0.

$R_0 = \dfrac{R_1}{1 + a_0\,\theta_1}$ puis, $R_2 = R_0(1 + a_0\,\theta_2)$.

b) Deuxième méthode. — Calcul direct.

Portons la valeur de R_0 dans R_2 :

$$R_2 = \frac{R_1(1 + a_0\,\theta_2)}{1 + a_0\,\theta_1}$$

Nous avons donc :

$$\frac{R_2}{1 + a_0\,\theta_2} = \frac{R_1}{1 + a_0\,\theta_1} = R_0$$

5° Tableau de valeurs.

SUBSTANCES	RÉSISTIVITÉS(1) ρ_0 (Ωm)	COEFFICIENTS a_0 (K^{-1})
Métaux		
cuivre	$1{,}6 \times 10^{-8}$	4×10^{-3}
aluminium	$2{,}6 \times 10^{-8}$	$4{,}5 \times 10^{-3}$
Alliages		
manganine	42×10^{-8}	$0{,}02 \times 10^{-3}$
constantan(2)	49×10^{-8}	$0{,}01 \times 10^{-3}$
ferronickel	80×10^{-8}	$0{,}9 \times 10^{-3}$

(1) Les résistivités sont données à 0 °C.
(2) C'est la petitesse du coefficient de température qui a déterminé le choix du nom.

6° Conséquences.

a) Lampes d'éclairage (à incandescence). — Le filament est en tungstène, l'ampoule en verre contient un gaz inerte : azote, argon, krypton...

Sous la tension nominale, la température du filament est de 2 500 °C environ. A la température ambiante (lampe éteinte) la résistance du filament est environ égale au dixième de la valeur à chaud.

A la fermeture de l'interrupteur il y a donc une surintensité importante : dix fois la valeur nominale. Heureusement, l'élévation de température est presque immédiate (une milliseconde), la surintensité est donc de courte durée.

b) Étalons de résistance. — La résistance d'un étalon ne doit pas varier au cours d'une mesure. C'est pour cette raison que les étalons sont en constantan ou en manganine et que, malgré cela, il faut éviter de les laisser longtemps en service. Les étalons sont prévus pour un courant maximal à ne pas dépasser.

c) Mesures des températures. — La mesure de la résistance d'un élément permet de déterminer sa température si la fonction θ (°C) $\mapsto R(\theta)$ est connue avec précision.

7° Comportement d'un résistor.

a) La loi d'Ohm s'applique à tous les résistors; cela résulte de la définition même d'un résistor : toute l'énergie y est transformée en chaleur.

b) Les résistors sont des éléments **passifs, non polarisés et symétriques :**

— **passifs,** car ils ne peuvent jamais fournir d'énergie électrique;

— **non polarisés,** car ils n'ont pas de polarité a priori; la polarité qu'ils ont dans un circuit leur est imposée par le générateur;

— **symétriques,** car leur comportement est indépendant du sens du courant.

c) Dans un montage, un résistor est souvent soumis à une tension variable qui engendre un courant variable aussi.

Les résistors peuvent être classés en deux groupes :

— les résistors linéaires : ils ont une résistance constante dans les conditions d'utilisation; il en est ainsi de tous les résistors métalliques quand la température est invariable. Le courant est alors proportionnel à la tension appliquée.

— Les résistors non linéaires : leur résistance varie dans les conditions où ils sont utilisés. Il en est ainsi pour tous les résistors si la température

n'est pas constante; en outre, certains composants semi-conducteurs peuvent être sensibles à des paramètres extérieurs : l'éclairement, le champ magnétique, la tension appliquée.

d) Avertissement : dans les chapitres qui suivent, l'étude sera effectuée avec des composants ayant une résistance constante.

5. Chute de tension en ligne.

1° — Considérons une installation (X) qui reçoit de l'énergie électrique d'une usine de l'E.D.F. par une ligne formée de deux fils identiques AC et BD (fig. 5.07). Ces deux fils ont la même résistance R. Appliquons la loi des branches :

$$U_0 = U_2 + U + U_1 = U + 2\,RI$$

La tension U à l'arrivée est donc égale à la tension U_0 au départ, diminuée de la chute de tension en ligne :

$$U = U_0 - 2\,RI$$

2° Chute de tension et densité de courant.

Remplaçons R par son expression et appelons δU la chute de tension :

$$\delta U = 2\,RI = 2\frac{\rho \ell}{S} I = 2\,\rho \ell J$$

soit, en remplaçant J (A/m²) par Δ en A/mm² et en posant $L = 2\,\ell$ pour la longueur totale de la ligne :

$$\delta U = 10^6\,\rho L \Delta$$

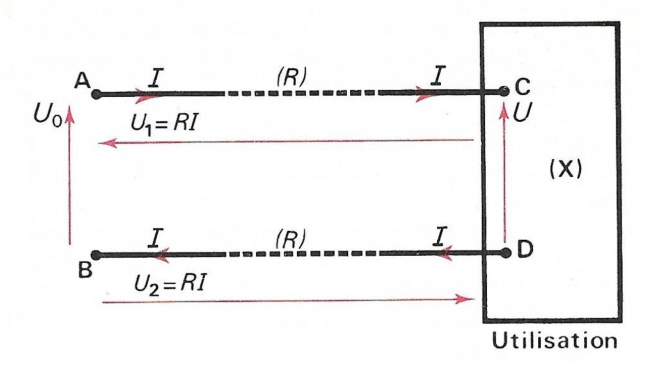


FIG. 5.07. — Chute de tension en ligne.

3° Chute de tension et puissance perdue.

La puissance perdue par effet Joule dans la ligne est :

$$p = 2\,RI^2$$

La puissance fournie à l'installation est :

$$P = UI$$

En divisant p par P, nous obtenons les pertes relatives :

$$\frac{p}{P} = \frac{2\,RI^2}{UI} = \frac{2\,RI}{U} = \frac{\delta U}{U}$$

→ **la chute de tension relative est égale aux pertes relatives.**

Exercices

5.01. — En appliquant la loi d'Ohm $U = RI$ compléter le tableau ci-dessous.

U(V)	220	120			110	48	132
R(Ω)	55		14	6		6	12
I(A)		8	7	25	4		

Réponses en désordre et sans unité :

4; 8; 11; 15; 27,5; 98; 150.

5.02. — En appliquant la loi d'Ohm traduite par $U^2 = PR$, compléter le tableau ci-dessous :

U(V)	220		70	45	30		
R(Ω)	100	50			20	15	52
P(W)		32	98	405		1 500	13

5.03. — A la température de 0 °C la résistance d'un résistor est $R_0 = 100\ \Omega$. A l'aide de la formule $R_\theta = R_0(1 + a_0\,\theta)$, compléter le tableau ci-dessous :

a_0 (K^{-1})	4×10^{-3}	4×10^{-3}	
θ (°C)		125	40
R (Ω)	200		120

Réponses en désordre et sans unité :

5×10^{-3}; 150; 250.

5.04. — Calculer la quatrième grandeur de la relation $RS = \rho\ell$.

ρ (Ωm)	3×10^{-8}	8×10^{-8}	$1{,}7 \times 10^{-8}$	
ℓ	1 km	0,4 m		1 km
S	12 mm^2		1 cm^2	1,7 mm^2
R (Ω)		1	0,3	10

Problèmes

I. AVEC RÉPONSES.

5.05. — Au départ d'une ligne la tension est $U = 230$ V; à l'arrivée la tension est 215 V. Sachant que le courant dans la ligne est de 20 A, calculer :

1° la chute de tension en ligne;

2° les pertes par effet Joule dans la ligne.

Réponses : 15 V; 300 W.

5.06. — La résistance d'un appareil est 16,14 Ω à 20 °C et 20,7 Ω à 100 °C. Calculer le coefficient de température a_0 du métal.

Réponse : $a_0 = 3{,}8 \times 10^{-3}$ K^{-1}.

5.07. — L'enroulement d'une machine a une résistance de 0,424 Ω à 15 °C. Après 2 h de fonctionnement la résistance est de 0,520 Ω. Quelle est alors la température de l'enroulement si $a_0 = 0{,}004$ K^{-1}?

Réponse : 75 °C.

II. A RÉSOUDRE.

5.08. — Calculer la résistance de lampes portant les indications suivantes : {120 V, 60 W}; {120 V, 100 W}; {220 V, 40 W}; {220 V, 150 W}.

5.09. — Un fer à repasser porte les indications 240 V, 600 W :

1° calculer sa résistance;

2° en admettant que cette résistance soit inchangée calculer la puissance qu'il consomme sous 120 V.

5.10. — Une ligne de transport d'énergie a une résistance totale de 0,5 Ω. On veut lui faire transporter une puissance de 1 000 kW, puissance mesurée au départ.

A. Calculer lorsque la tension au départ est de 1 000 V :

1° le courant dans la ligne;

2° la chute de tension en volts puis en % de la tension au départ;

3° les pertes par effet Joule en watts puis en % de la puissance au départ;

4° la tension et la puissance disponibles à l'arrivée.

B. Recommencer les calculs avec une tension au départ de 5 000 V.

5.11. — A 20 °C la résistance d'un appareil est 0,486 Ω. Calculer sa résistance à 120 °C ($a_0 = 0{,}004$ K^{-1}).

5.12. — Lorsque l'on applique 120 V à 0 °C entre les bornes d'un rhéostat, le courant est de 2,48 A. A 60 °C le courant n'est plus que de 2 A pour la même tension. Calculer le coefficient a_0 du métal.

5.13. — A froid (20 °C) un rhéostat consomme un courant de 0,5 A quand on lui applique une tension de 135 V. A chaud, il faut lui appliquer 160 V pour qu'il consomme le même courant. Calculer :

1° la résistance du rhéostat à 20 °C puis à chaud;

2° la température atteinte à chaud sachant que le coefficient de température est $a_0 = 0{,}004$ K^{-1};

3° la longueur de fil bobiné sachant que sa section est 0,1 mm^2 et que sa résistivité à 0 °C est $\rho_0 = 80 \times 10^{-8}$ Ωm.

6
GROUPEMENTS DE RÉSISTORS

1. Équivalence.

1° Définition. — Deux dipôles D1 et D2, ne contenant que des résistors linéaires, sont équivalents si, soumis à la même tension, ils sont traversés par le même courant. Les résistances R_1 mesurée entre A et B et R_2 mesurée entre C et D sont alors égales (fig. 6.01) : $R_1 = R_2$.

2° Résistance équivalente à un dipôle. — Il est toujours possible de trouver un dipôle CD ne contenant qu'un seul résistor de résistance R_e et équivalent à un dipôle AB :

→ **R_e est la résistance équivalente au dipôle AB.**

2. Groupement en série.

1° Montage. — Les résistors sont montés les uns à la suite des autres (fig. 6.02); ils sont donc traversés par le même courant I :

le courant I est commun

2° Résistance équivalente au groupement.

a) Elle est telle que :

(1) $U = R_e I$ soit : $R_e = \frac{U}{I}$

b) Calcul : la loi des branches appliquée entre A et B donne :

(1 *bis*) $U = U_1 + U_2 + U_3 = (R_1 + R_2 + R_3)\, I$

En comparant les égalités (1) et (1 *bis*), nous obtenons :

(2) $$R_e = R_1 + R_2 + R_3$$

c) Loi : **dans le groupement en série, la résistance équivalente est égale à la somme des résistances.**

3° Conséquences. — Étudions la répartition des tensions entre les différents résistors (fig. 6.02) :

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_3}{R_3} = \frac{U}{R_e}$$

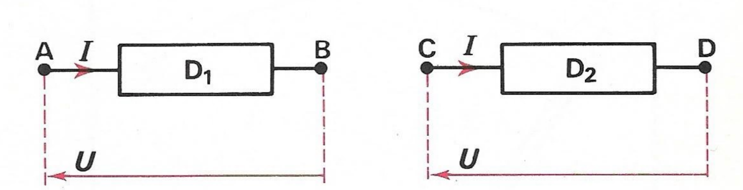


Fig. 6.01. — Les deux dipôles ont la même résistance équivalente.

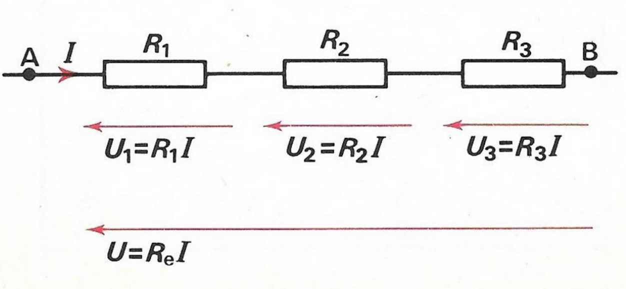


Fig. 6.02. — Montage série.

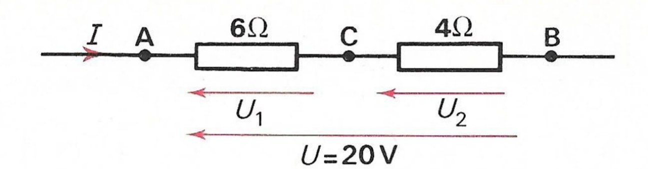


FIG. 6.03.

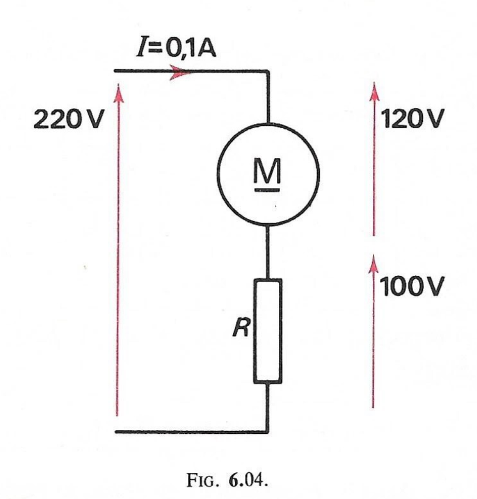


FIG. 6.04.

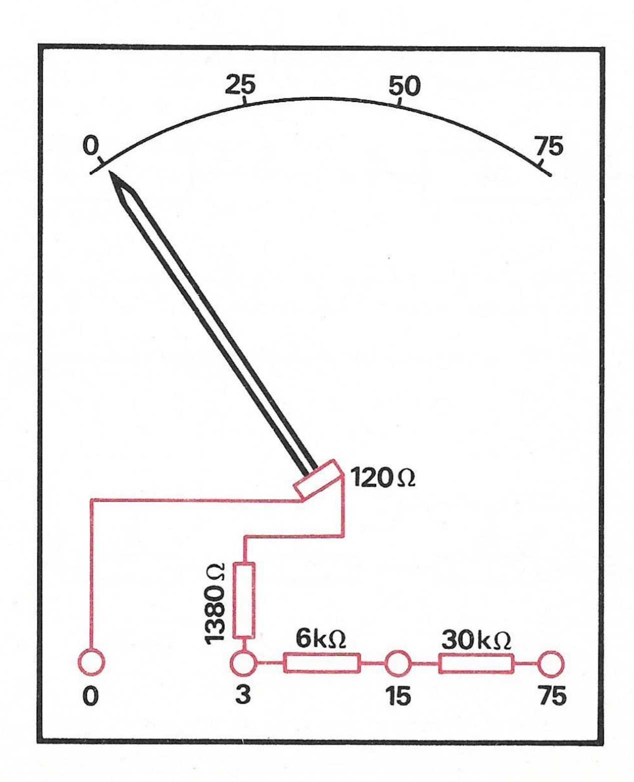


FIG. 6.05.

Les tensions partielles étant proportionnelles aux résistances, nous dirons que, **en série, la division de la tension totale *U* se fait proportionnellement aux résistances.**

EXEMPLE : soit $R_1 = 6\ \Omega$ et $R_2 = 4\ \Omega$ en série et soumis à une tension totale $U = 20$ V (fig. 6.03) :

$$\frac{U_1}{6} = \frac{U_2}{4} = \frac{U_1 + U_2}{10} = \frac{20}{10} = 2 \text{ A} \rightarrow \begin{cases} U_1 = 12 \text{ V} \\ U_2 = 8 \text{ V.} \end{cases}$$

3. Applications du groupement en série.

1° Résistance additionnelle d'un appareil.

a) Chaque appareil est prévu pour fonctionner sous une tension déterminée; pour l'utiliser sous une tension plus grande, il faut « chuter » les volts en excès; dans certains cas, un résistor peut convenir.

b) Exemple : un rasoir électrique fonctionnant normalement sous une tension de 120 V consomme 0,1 A. Quelle est la résistance du résistor à placer en série avec ce rasoir pour obtenir un fonctionnement correct avec une d.d.p. de 220 V?

c) Solution : le résistor traversé par un courant de 0,1 A devra avoir entre ses bornes une tension de 100 V (fig. 6.04). Sa résistance devra être :
$R = \frac{100}{0,1} = 1\,000\ \Omega.$

d) Remarque : le résistor va dissiper en chaleur l'énergie électrique qu'il reçoit. Son utilisation doit donc être limitée aux cas où les puissances mises en jeu sont faibles.

2° Réalisation des différents calibres d'un voltmètre.

a) Pour qu'un voltmètre permette la mesure de tensions très différentes, il faut mettre en série avec le cadre mobile (dont la résistance est faible) des résistors de résistances convenables.

b) Exemple : la résistance du cadre mobile d'un voltmètre est $r = 120\ \Omega$. La déviation totale de l'aiguille correspond à un courant $i_m = 0{,}002$ A; quelle est la résistance de chacun des résistors à placer en série avec le cadre (fig. 6.05) pour obtenir les calibres suivants : 3 V, 15 V; 75 V?

c) Solution (fig. 6.05) :

— calibre 3 V; la résistance totale du circuit doit être :

$$R_{T3} = \frac{3}{0{,}002} = 1\,500\ \Omega$$

il faut donc ajouter en série :
$R_3 = 1500 - 120 = 1\,380\ \Omega$;

— calibre 15 V; $R_{T15} = \frac{15}{0{,}002} = 7\,500\ \Omega$

puisque la somme $(R_3 + r)$ est déjà en place, il faut ajouter :

$$R_{15} = 7\,500 - 1\,500 = 6\,000\ \Omega;$$

— calibre 75 V : $R_{T75} = \frac{75}{0{,}002} = 37\,500\ \Omega$:

$$R_{75} = 30\,000\ \Omega.$$

d) Résistance spécifique.
Pour la déviation maximale (tension égale au calibre), le courant est toujours $i_m = 0{,}002$ A mais le courant consommé pour une déviation quelconque est différent de cette valeur. On préfère donc porter sur les voltmètres l'inverse de i_m qui est indépendant et du calibre et de la déviation : cette valeur $\mathcal{V} = \frac{1}{i_m}$ est la **résistance spécifique.**

Pour le voltmètre étudié précédemment, nous trouvons :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{i_m} = \frac{1}{0{,}002} = 500\ \text{A}^{-1} = 500\ \Omega/\text{V}.$$

Ce nombre est bien tel que :

$$\frac{37\,500}{75} = \frac{7\,500}{15} = \frac{1\,500}{3} = 500\ \Omega/\text{V}.$$

3° Rhéostat.

Sa résistance est réglable (fig. 6.06); placé en série avec un récepteur, il permet de régler le courant même si la source fournit une tension constante. En effet, si l'on augmente la résistance comprise entre A et C, la résistance totale du circuit augmente et, la tension étant constante, le courant diminue.

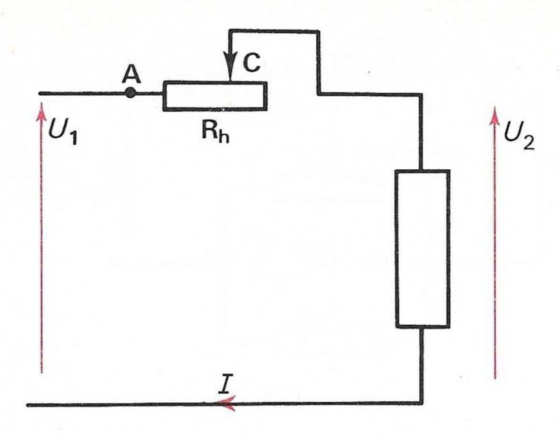


FIG. 6.06. — Le rhéostat R_h permet de régler I et U_2 bien que la tension disponible U_1 soit constante.

4. Groupement en dérivation ou en parallèle.

1° Montage. — Entre les points A et B du circuit (fig. 6.07), les résistors de résistances R_1, R_2, R_3 sont montés en parallèle sous la même tension U :

la tension U est commune

Soit I le courant principal et I_1, I_2, I_3, les courants dérivés.

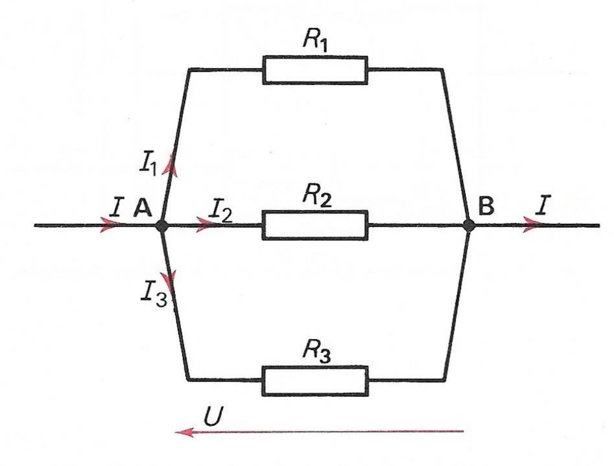


FIG. 6.07. — Montage parallèle ou dérivation.

2° Résistance équivalente au groupement.

a) Elle est telle que :

$$U = R_e I \quad \text{soit} \quad R_e = \frac{U}{I}.$$

b) Calcul :

$$U = R_1 I_1 = R_2 I_2 = R_3 I_3$$

soit :

$$I_1 = \frac{U}{R_1}; \quad I_2 = \frac{U}{R_2}; \quad I_3 = \frac{U}{R_3}.$$

En appliquant la loi des nœuds au point A nous obtenons successivement :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \text{soit :} \quad \frac{U}{R_e} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3}$$

enfin après division par U :

(3) $$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

c) Loi : **l'inverse de la résistance équivalente est égale à la somme des inverses des différentes résistances.**

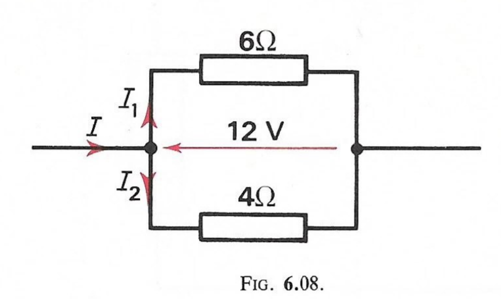


FIG. 6.08.

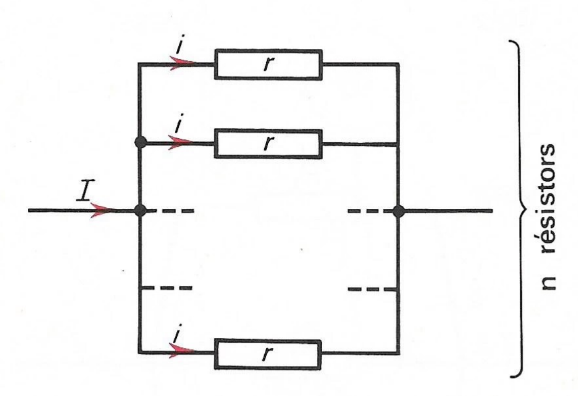


FIG. 6.09. — Groupement en dérivation de n résistors identiques.

d) Exemple : soit $R_1 = 6\ \Omega$ et $R_2 = 4\ \Omega$ en parallèle et soumis à une tension $U = 12$ V (fig. 6.08) :

$$I_1 = \frac{12}{6} = 2 \text{ A}; \quad I_2 = \frac{12}{4} = 3 \text{ A} \quad \text{donc} \quad I = 2 + 3 = 5 \text{ A}$$

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{4}{24} + \frac{6}{24} = \frac{10}{24} \rightarrow R_e = 2{,}4\ \Omega.$$

Vérification : $U = R_e I = 2{,}4 \times 5 = 12$ V.

e) Remarque : dans un groupement *série*, la résistance équivalente est toujours *plus grande* que n'importe laquelle des résistances, au contraire, dans un groupement **parallèle,** la résistance équivalente est toujours **plus petite** que n'importe laquelle des résistances.

3° Conductance équivalente au groupement.

Puisque la conductance est l'inverse de la résistance, la formule (3) peut s'écrire :

(4) $$G_e = G_1 + G_2 + G_3$$

4° Conséquences.

a) Étudions la répartition des courants entre trois résistors en parallèle (fig. 6.07) :

$$I = G_e U \quad I_1 = G_1 U \quad I_2 = G_2 U \quad I_3 = G_3 U$$

Ces trois égalités peuvent s'écrire :

$$\frac{I}{G_e} = \frac{I_1}{G_1} = \frac{I_2}{G_2} = \frac{I_3}{G_3} = U$$

→ **en parallèle, la division de courant se fait proportionnellement aux conductances** (donc inversement proportionnellement aux résistances).

b) Exemple : étudier le partage d'un courant de 16 A entre trois résistors de résistances $R_1 = 14\ \Omega$, $R_2 = 7\ \Omega$ et $R_3 = 6\ \Omega$.

$$U = \frac{I_1}{\frac{1}{14}} = \frac{I_2}{\frac{1}{7}} = \frac{I_3}{\frac{1}{6}} = \frac{I_1 + I_2 + I_3}{\frac{6}{84} + \frac{12}{84} + \frac{14}{84}} = \frac{16 \times 84}{32} = 42 \text{ V}$$

$$I_1 = 42 \times \frac{1}{14} = 3 \text{ A} \quad I_2 = 42 \times \frac{1}{7} = 6 \text{ A}$$

$$I_3 = 42 \times \frac{1}{6} = 7 \text{ A}.$$

L'addition des trois courants redonne bien 16 A.

5. Applications du groupement en parallèle.

1° Groupement en parallèle de plusieurs résistors identiques (fig. 6.09).

a) Résistance équivalente : soit r la valeur d'une résistance,

$$\frac{1}{R_e} = \underbrace{\frac{1}{r} + \frac{1}{r} + \ldots + \frac{1}{r}}_{n \text{ termes}} = \frac{n}{r}$$

$$R_e = \frac{r}{n}$$

b) Courants : si i est le courant dans un élément, le courant total est,

$$I = ni$$

2° Groupement en parallèle de deux résistors.

a) C'est un cas particulier, les formules générales s'appliquent mais il est possible d'obtenir des formules simplifiées.

b) Résistance équivalente :

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2}$$

Finalement :

(5) $$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{\text{PRODUIT}}{\text{SOMME}}$$

→ **quand deux résistors sont en parallèle, la résistance équivalente est égale au quotient du produit des deux résistances par leur somme.**

c) Courants :

$$R_1 I_1 = R_2 I_2 \rightarrow \frac{I_2}{R_1} = \frac{I_1}{R_2} = \frac{I_1 + I_2}{R_1 + R_2} = \frac{I}{R_1 + R_2}$$

Nous en tirons :

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

3° Groupement quelconque.

Nous n'établierons pas de formules mais à l'aide d'un exemple, nous exposerons une technique de résolution.

— Soit un dipôle de bornes A et B comportant cinq résistors (fig. 6.10).

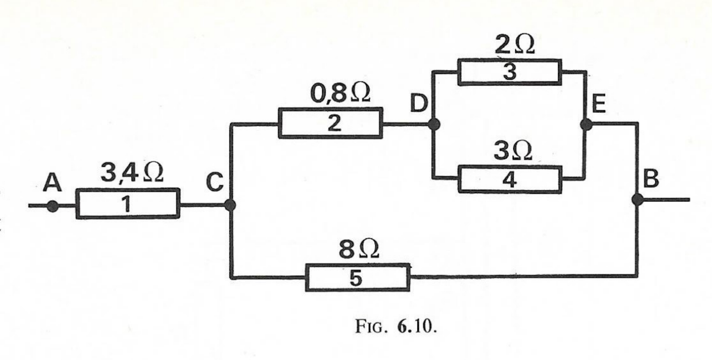


Fig. 6.10.

Nous remplaçons d'abord R_3 et R_4 par :

$$R_{34} = \frac{2 \times 3}{2 + 3} = 1{,}2\ \Omega.$$

Nous remplaçons maintenant R_2 et R_{34} qui sont en série par :

$$R_{234} = 0{,}8 + 1{,}2 = 2\ \Omega.$$

Nous remplaçons R_{234} et R_5 qui sont en parallèle par :

$$R_{CB} = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1{,}6\ \Omega.$$

Enfin, R_1 et R_{CB} sont en série :

$$R_{AB} = 3{,}4 + 1{,}6 = 5\ \Omega.$$

4° Shunts d'ampèremètre.

a) Un shunt est un résistor destiné à dériver une partie du courant; il se monte donc en parallèle avec l'appareil qui doit être « shunté ».

b) Pour qu'un ampèremètre permette la mesure de courants très différents, il faut mettre en parallèle avec le cadre mobile (qui ne supporte qu'un courant faible) des shunts de résistances convenables.

c) Exemple : le cadre mobile d'un ampèremètre a une résistance $r = 120\ \Omega$ et la déviation totale est obtenue quand il est traversé par un courant $i_m = 0{,}002$ A. Calculer les résistances des shunts qui permettront d'obtenir les calibres 0,3 A puis 1 A.

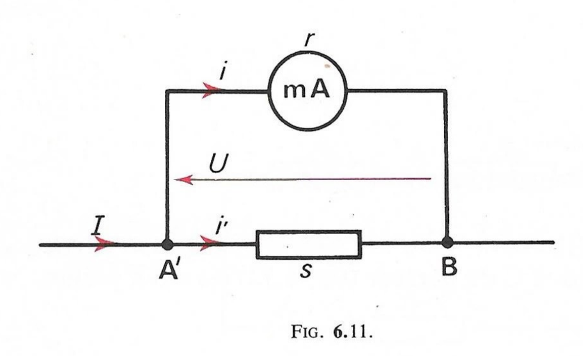


Fig. 6.11.

d) Solution.

— *Calibre* 0,3; le shunt doit dériver : $0{,}3 - 0{,}002 = 0{,}298$ A.

Puisque r et s sont en parallèle (fig. 6.11), nous avons :

$$0{,}002\ r = 0{,}298\ s \rightarrow s = \frac{0{,}002 \times 120}{0{,}298} = 0{,}805\ \Omega.$$

— *Calibre* 1 A; le shunt doit dériver : $1 - 0{,}002 = 0{,}998$ A :

$$0{,}002 \times 120 = 0{,}998 s' \rightarrow s' = \frac{0{,}24}{0{,}998} = 0{,}2405\ \Omega.$$

e) Remarque : dans un voltmètre les résistors additionnels restent en place; dans un ampèremètre, au contraire, un shunt remplace l'autre.

f) Chute de tension d'un ampèremètre.

La tension qui existe aux bornes d'un ampèremètre est souvent négligée, toutefois elle n'est pas nulle; pour l'appareil ci-dessus, quand la déviation est maximale, elle est :

$$u = r i_m = 120 \times 0{,}002 = 0{,}240\ \text{V}.$$

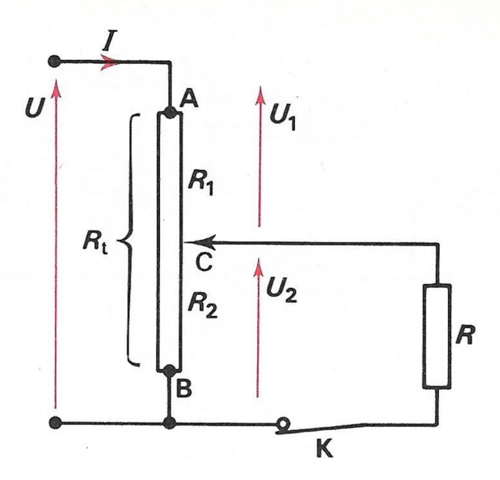


FIG. 6.12. — Le rhéostat de résistance R_t est monté en potentiomètre.

5° Rhéostat monté en potentiomètre.

a) Étude à vide (K ouvert) — Pour toute position C du curseur (fig. 6.12) les deux parties R_1 et R_2 de la résistance totale $R_t = R_1 + R_2$ sont traversées par le même courant I et forment un diviseur de tension :

$$I = \frac{U_1}{R_1} = \frac{U_2}{R_2} = \frac{U_1 + U_2}{R_1 + R_2} = \frac{U}{R_t}$$

Nous avons donc :

$$U_2 = \frac{UR_2}{R_t}$$

où R_2 peut varier de zéro à R_t quand le curseur se déplace de B à A :

$$0 \leqslant R_2 \leqslant R_t \quad \text{soit} \quad 0 \leqslant U_2 \leqslant U$$

De plus U et R_t étant constants, U_2 est proportionnelle à R_2.

b) Fonctionnement en charge (K fermé) : le courant n'est plus le même dans R_1 et dans R_2 et la tension U_2 obtenue pour une position déterminée du curseur est inférieure à ce qu'elle était à vide (problème rédigé 6.09).

Exercices

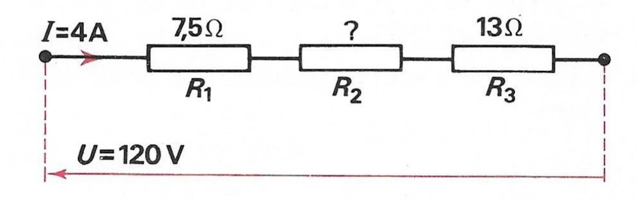


FIG. 6.13. — Exercice 6.03.

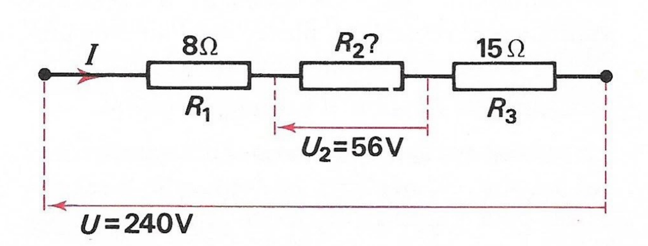


FIG. 6.14. — Exercice 6.04.

6.01. — Deux résistors R_1 et R_2 sont en série et soumis à une tension totale U (volts). Calculer U_1, U_2 et I.

U(V)	100	80	26	55	69
R_1 (Ω)	3	13	4	5	9
R_2 (Ω)	7	7	9	6	14

Réponses en désordre pour les courants : 2; 3; 4; 5; 10.

6.02. — Calculer la résistance équivalente à deux résistors en parallèle pour chaque couple de valeurs (ohms) :

(3;7); (13;7); (8;2); (4;6); (5;5); (1;9).

Réponses en désordre : 0,9; 1,6; 2,1; 2,4; 2,5; 4,55.

6.03. — Calculer la résistance inconnue R_2 puis les valeurs des tensions partielles (fig. 6.13) : $U = 120$ V; $R_1 = 7{,}5$ Ω; $R_3 = 13$ Ω; $I = 4$ A.

6.04. — Calculer la valeur du courant puis la résistance inconnue R_2 (fig. 6.14) : $U = 240$ V; $R_1 = 8$ Ω; $R_3 = 15$ Ω; $U_2 = 56$ V.

6.05. — Un rhéostat de lampes est constitué par des lampes identiques (100 W; 120 V). Combien faut-il en mettre en parallèle pour obtenir un courant de 10 A quand on applique au rhéostat une tension de 120 V?

Réponse : 12.

6.06. — La résistance spécifique d'un voltmètre est 20 kΩ/V. Quelle résistance doit-on lui adjoindre en série pour transformer le calibre 150 V en calibre 500 V?

Réponse : 7 MΩ.

6.07. — Un courant de 21 A se partage entre deux résistors en parallèle dont les résistances R_1 et R_2 sont données. Calculer les courants I_1 et I_2 dans chaque résistor pour les couples de valeurs suivantes (ohms) :

$$\{14;7\}; \quad \{10;11\}; \quad \{7;3\}; \quad \{2;4\}; \quad \{11;24\}.$$

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

6.08. — Une tension U = 43 V est appliquée entre les bornes A et B du montage de la figure 6.15.

Les valeurs des quatre résistances sont : $R_1 = 5\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$; $R_3 = 7\ \Omega$ et $R_4 = 6\ \Omega$. Calculer :

1° La résistance équivalente au dipôle AB.

2° Le courant I du circuit principal et les courants I_1 et I_2 dans les dérivations.

3° La tension aux bornes de chaque résistor.

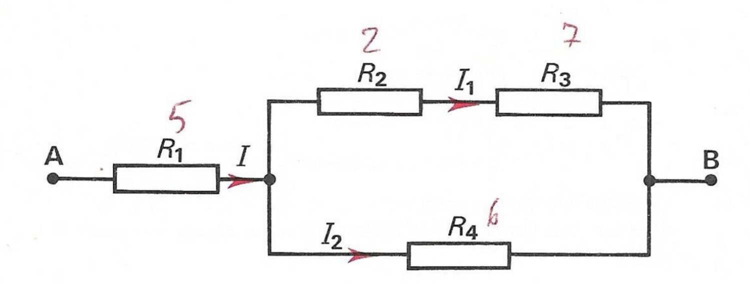


Fig. **6.15.** — Problème 6.08.

Solution abrégée

1° Résistances équivalentes :

$$\{R_2; R_3\} = 2 + 7 = 9\ \Omega$$

$$\{(R_2; R_3); R_4\} = \frac{9 \times 6}{9+6} = 3{,}6\ \Omega.$$

Enfin $R_{AB} = 5 + 3{,}6 = 8{,}6\ \Omega$.

2° Courants :

$$I = \frac{43}{8{,}6} = 5\ \text{A}$$

$$I_1 = \frac{6\,I}{9+6} = 2\ \text{A} \qquad I_2 = \frac{9\,I}{9+6} = 3\ \text{A}.$$

3° Tensions :

$U_1 = 5 \times 5 = 25$ V $\quad U_2 = 2 \times 2 = 4$ V
$U_3 = 7 \times 2 = 14$ V $\quad U_4 = 6 \times 3 = 18$ V.

Effectuer les vérifications.

6.09. — On utilise en potentiomètre un rhéostat dont la résistance est 150 Ω. La tension appliquée entre ses bornes extrêmes A et B est $U = 210$ V. Le curseur est placé au milieu de AB (fig. 6.16).

1° Quelle est la tension U_2 lorsqu'aucune charge n'est placée entre B et C?

2° Un résistor de résistance R est placé entre B et C; pour les trois valeurs ci-dessous de sa résistance, calculer la tension U_2. Conclusion.

a) $R = 150\ \Omega$. *b)* $R = 50\ \Omega$. *c)* $R = 25\ \Omega$.

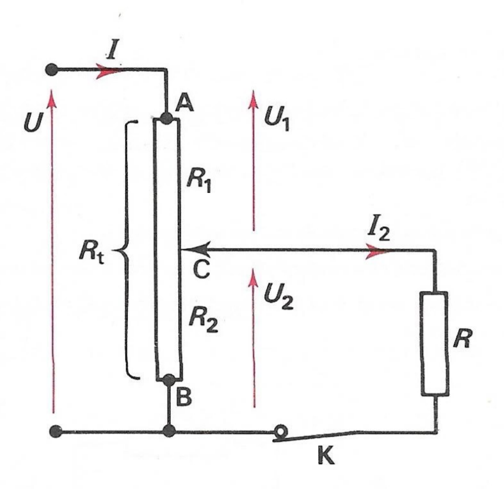


Fig. **6.16.** — Problème 6.09.

Solution

1° Le circuit est constitué par le seul potentiomètre, les résistances entre A et C d'une part et entre B et C d'autre part sont égales, donc les tensions le sont aussi :

$$U_1 = U_2 = \frac{210}{2} = 105\ \text{V}.$$

2° *a*) $R_2=75\ \Omega$ et $R=150\ \Omega$ sont en parallèle et R_1 est en série avec leur groupement. Résistance équivalente à R et R_2 :

$$R_e=\frac{RR_2}{R+R_2}=\frac{75\times 150}{225}=50\ \Omega.$$

Résistance totale du circuit :

$$R'_t=R_1+R_e=75+50=125\ \Omega.$$

Courant dans le circuit principal :

$$I=\frac{210}{125}=1{,}68\ \text{A}$$

$$U_1=75\times 1{,}68=126\ \text{V} \qquad U_2=50\times 1{,}68=84\ \text{V}.$$

b) La solution précédente reste valable avec les nouvelles valeurs :

$$R_e=\frac{75\times 50}{75+50}=30\ \Omega \qquad R'_t=75+30=105\ \Omega$$

$$I=\frac{210}{105}=2\ \text{A}$$

$$U_1=75\times 2=150\ \text{V} \qquad U_2=30\times 2=60\ \text{V}.$$

c)

$$R_e=\frac{75\times 25}{100}=18{,}75\ \Omega$$

$$R'_t=93{,}75\ \Omega$$

$$I=\frac{210}{93{,}75}=2{,}24\ \text{A}$$

$$U_2=18{,}75\times 2{,}24=42\ \text{V}.$$

Conclusion : On remarque que la tension entre B et C est d'autant plus petite que la résistance de la charge est plus petite :

$R\ (\Omega)$	∞	150	50	25
U_2(V)	105	84	60	42

II. A RÉSOUDRE.

6.10. — La figure 6.17 représente le montage de trois résistors dont les résistances sont $R_1=6\ \Omega$, $R_2=4\ \Omega$ et $R_3=5\ \Omega$. La tension appliquée entre A et B est $U=37$ V. Calculer :

1° La résistance équivalente au groupement.

2° Les intensités du courant dans chacun des trois résistors.

3° La tension entre A et C d'une part et entre C et B d'autre part.

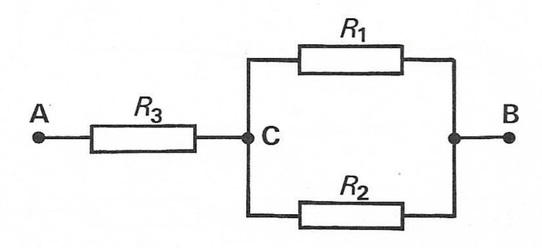


FIG. 6.17. — Problème 6.10.

6.11. — Un rhéostat R_h est constitué par des résistors r pouvant être mis en parallèle un à un. On se propose de régler le courant, à travers un récepteur de résistance constante $R=14\ \Omega$, avec le rhéostat précédent. La tension disponible **appliquée aux bornes de l'ensemble série $\{R_h;R\}$ est $U=105$ V. Déterminer le nombre de résistors $r=42\ \Omega$ à utiliser pour obtenir les courants suivants : 3 A; 5 A; 6 A.**

6.12. — Trois résistors de résistances $R_1=8\ \Omega$, $R_2=11\ \Omega$ et $R_3=14\ \Omega$ sont montés en série. La tension entre les bornes du **résistor R_2 est 44 V.**

Calculer :

1° Le courant commun.

2° Les tensions partielles, U_1 et U_3 et la tension totale U.

3° Les puissances consommées par chaque résistor.

6.13. — Deux résistors sont en parallèle et le courant dans le circuit principal est $I=15$ A. Sachant que $R_1=4\ \Omega$ et $R_2=6\ \Omega$, calculer la résistance équivalente et les courants partiels.

6.14. — Trois résistors, de résistances $R_1=3\ \Omega$, $R_2=6\ \Omega$ et $R_3=7{,}5\ \Omega$, sont en parallèle. Dans le circuit principal le courant est 19 A. Calculer les courants partiels et la différence de potentiel commune. Vérifier.

6.15. — On dispose de quatre résistors identiques de résistance $R=60\ \Omega$.

1° Calculer les résistances équivalentes au montage de deux, trois puis quatre résistors soit en série, soit en parallèle.

2° Déterminer les montages mixtes qui permettent d'obtenir les résistances équivalentes suivantes (ohms) :
90; 150; 80; 40; 100.

3° Chaque résistor supportant un courant maximal de 2 A, calculer pour tous les montages précédents (1° et 2°) le courant et la tension admissibles.

6.16. — Quatre résistors sont montés comme l'indique la figure 6.18. La tension appliquée entre A et C est $U=30$ V. Calculer l'intensité du courant dans chaque résistor et la différence de potentiel entre B et C.

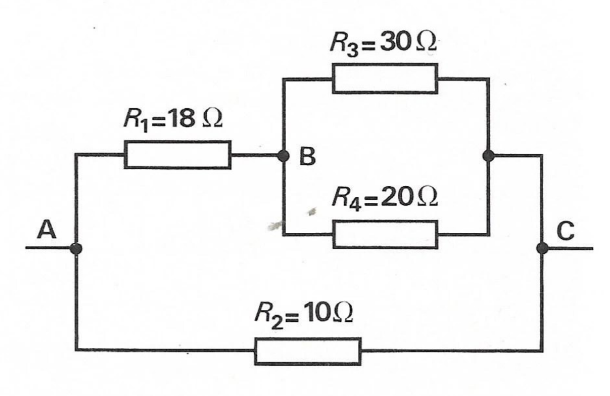


FIG. 6.18. — Problème 6.16.

6.17. — Un ampèremètre a une résistance de 2 Ω et dévie totalement pour un courant de 0,1 A. Calculer :

1° La résistance des shunts à placer en parallèle avec l'appareil pour obtenir les calibres suivants :

1 A; 3 A.

2° La résistance des résistors additionnels qui permettront de transformer l'appareil en un voltmètre ayant les calibres suivants : 15 V; 75 V.

3° La résistance spécifique du voltmètre obtenu.

7
GÉNÉRATEURS

1. Les générateurs.

1° **Générateurs usuels.** — Les circuits que nous avons utilisés comportaient toujours un générateur. En courant continu, les générateurs usuels sont :

a) les piles, qui sont définitivement hors d'usage après décharge totale;

b) les accumulateurs, qui transforment en énergie électrique l'énergie chimique de leurs constituants. Ils sont **réversibles :** après décharge, il est possible de les recharger;

c) les générateurs tournants qui transforment en énergie électrique l'énergie mécanique qu'ils reçoivent d'un moteur.

2° **Rôle.** — Le générateur est un appareil qui absorbe (ou possède en réserve) de l'énergie sous une forme quelconque et la restitue, *en majeure partie*, sous la forme électrique (fig. 7.01).

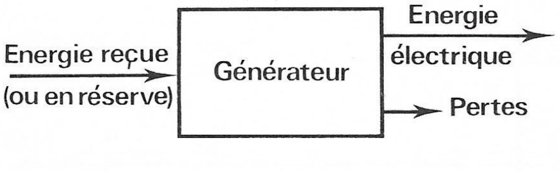


FIG. 7.01.

2. Puissances mises en jeu dans un générateur.

1° **Puissance utile (P_u).** — C'est la puissance que fournit le dipôle générateur au circuit extérieur; elle est purement électrique. Nous savons que :

$$P_u = UI.$$

2° **Puissance perdue (P_j).** — Comme tout appareil électrique, un générateur dissipe de l'énergie par effet Joule. Nous pouvons lui attribuer une résistance interne r, telle que :

$$P_j = rI^2.$$

3° **Puissance électrique totale (P_{et}).** — Quand un seul générateur est en circuit, il fournit toute la puissance : P_u et P_j. La somme de ces deux termes est la puissance électrique totale (P_{et}) du générateur :

$$P_{et} = P_u + P_j \rightarrow (1) \quad \boxed{P_{et} = UI + rI^2}$$

4° **Force électromotrice.**

a) Divisons par I les deux membres de (1) :

(2) $$\boxed{\frac{P_{et}}{I} = U + rI}$$

le quotient $\frac{P_{et}}{I}$ se mesure en volts puisque c'est une somme de volts (homogénéité de la formule). Ce quotient s'appelle **force électromotrice** (en abrégé f.é.m.) du générateur; son symbole est E :

$$E = \frac{P_{et}}{I}$$

b) Définition : **la force électromotrice d'un générateur est le quotient de sa puissance électrique totale par l'intensité du courant qu'il débite.**

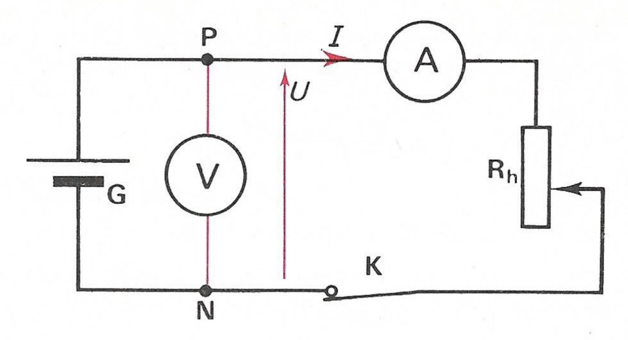


Fig. 7.02.

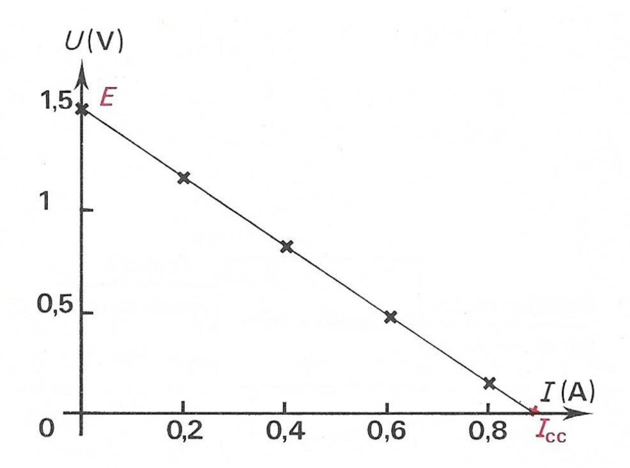


Fig. 7.03. — Caractéristique externe d'un générateur.

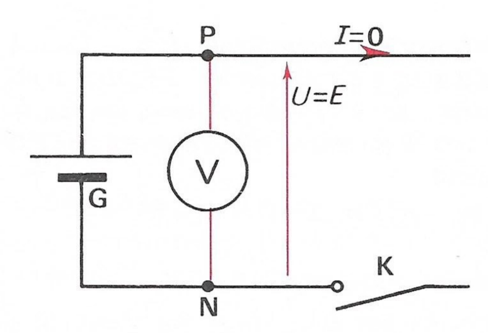


Fig. 7.04. — En ouvrant K, nous lisons $U = E$.

3. Loi d'Ohm relative à un générateur.

1° Formule. — Reportons E dans la relation (2) :

$$E = U + rI \text{ ou } U = E - rI$$

(3) $\boxed{U = E - rI}$ $\left\{ \begin{array}{l} r \text{ en ohms} \\ I \text{ en ampères} \\ E \text{ et } U \text{ en volts} \end{array} \right.$

2° Énoncé de la loi. — La différence de potentiel entre les bornes d'un générateur est égale à sa force électromotrice diminuée du produit de sa résistance interne par l'intensité du courant débité.

3° Remarques.

a) Le produit rI est appelé **chute de tension** ou chute ohmique.

b) La f.é.m. est la somme des volts disponibles U aux bornes du générateur (volts « utiles ») et de la chute de tension interne rI (volts « perdus »); c'est donc la totalité des volts « produits » par le générateur.

c) La formule peut s'écrire aussi :

$$E = U + rI; \quad I = \frac{E - U}{r}; \quad r = \frac{E - U}{I}.$$

4° Validité de la loi. — La loi est valable pour tous les générateurs, même si leur résistance interne et leur f.é.m. sont variables. Toutefois, dans la suite de ce livre, nous n'aurons à considérer que des générateurs à courant continu dont la résistance interne est constante et dont la f.é.m., constante aussi, est indépendante du courant débité, donc **la même à vide et en charge.** Dans ces conditions, le graphe associé à $U = E - rI$ est une droite (voir 5°).

5° Caractéristique externe d'un générateur.

a) Définition : c'est la courbe $U(I)$.

b) Tracé expérimental : il s'effectue avec le montage (fig. 7.02) où le rhéostat permet de faire varier le courant débité par la pile et, par suite, sa tension. Les relevés qui suivent ont servi à tracer la courbe (fig. 7.03) :

I (A)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,89
U (V)	1,5	1,16	0,82	0,49	0,14	0

c) Paramètres déduits de la courbe :

— quand $I = 0$, la loi donne $U = E$: on mesure ainsi (fig. 7.04) la f.é.m. d'un générateur (ici $E = 1,5$ V).

— quand $U = 0$, on a $0 = E - rI$ soit $I = \frac{E}{r} = 0,89\ A$: c'est le **courant de court-circuit I_{cc};**

— le quotient $\frac{E}{I_{cc}}$ est égal à la résistance interne r :

$$r = \frac{1,5}{0,89} \approx 1,69\ \Omega.$$

Étant donné que le court-circuit détériore les générateurs, il est préférable d'arrêter l'expérience avant de l'atteindre et de calculer *r* en effectuant le quotient des différences de coordonnées de deux points.

Par exemple, pour les deuxième et troisième points :

$$r = \frac{1,16 - 0,82}{0,4 - 0,2} \approx 1,70\,\Omega.$$

4. Schéma équivalent d'un générateur.

1° Pôles d'un générateur. — Contrairement à celles du résistor, les deux bornes (pôles) d'un générateur sont différentes : c'est un **élément polarisé par nature.** Si dans un circuit il est unique, il va imposer à ce circuit :

— sa propre polarité,

— le sens de circulation du courant.

2° Générateur idéal ou source de tension.

a) Pour établir le schéma équivalent d'un générateur réel, nous utiliserons le schéma d'un générateur fictif appelé :

« **SOURCE DE TENSION** »

b) Définition. — On appelle source de tension, un générateur dont la résistance interne est nulle. Il vient alors :

$$\forall I, \quad \boxed{U = E}$$

Un tel générateur serait idéal car il ne perdrait aucune puissance par effet Joule.

c) Symbole. — C'est un cercle (fig. 7.05) accompagné d'une flèche *E* qui représente la f.é.m. La polarité est connue, la pointe de la flèche est dirigée vers le pôle positif.

→ **La flèche $\vec{E}$ indique le sens qu'aura le courant quand l'appareil fonctionnera en générateur.**

3° Schéma équivalent à un générateur réel. — Les deux paramètres *E* et *r* qui caractérisent le générateur sont représentés chacun par un symbole : une source de tension en série avec un résistor (fig. 7.06).

Ce schéma est un **schéma équivalent série** (*E* et *r* en série) ou **modèle de Thévenin du générateur réel.** C'est le **générateur de Thévenin** équivalent correspondant au couple :

$$\{E; r\}.$$

Cette représentation est commode pour la résolution des problèmes mais il ne faut pas oublier que dans un générateur réel il n'y a pas une f.é.m. d'un côté et une résistance de l'autre : le point C n'existe pas.

5. Courant débité par un générateur dans un résistor.

1° Schéma réel et schéma équivalent. — Figure 7.07.

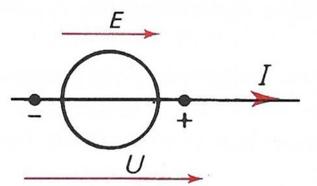


FIG. 7.05. — Source de tension ou générateur idéal.

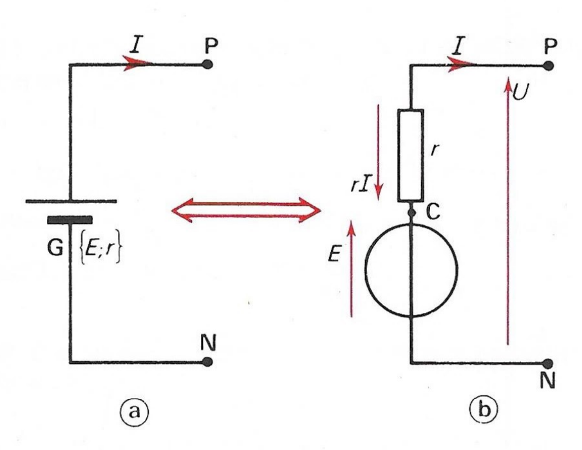


FIG. 7.06. — Générateur réel et générateur de Thévenin équivalent.

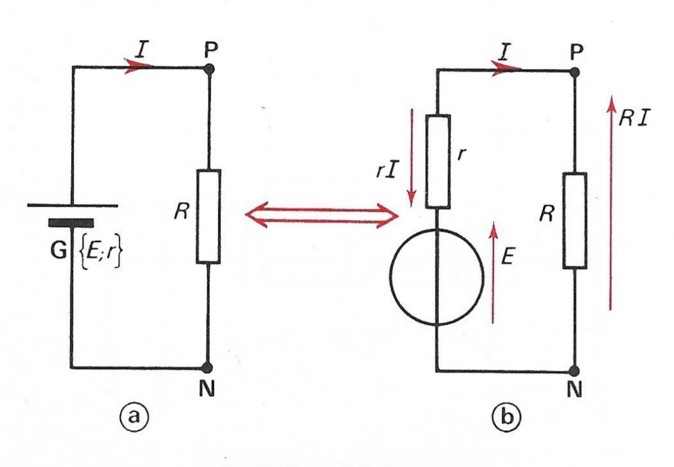


FIG. 7.07. — Calcul du courant.

2° Calcul du courant *I*. — Écrivons que les deux dipôles PN ont entre leurs bornes la même tension :

pour le générateur : $U = E - rI$
pour le résistor : $U = RI$ $\Big\} \rightarrow E - rI = RI$

Nous en tirons : $E = rI + RI$ puis :

(4) $$I = \frac{E}{R + r}$$

REMARQUE : si la charge est un dipôle contenant un groupement de plusieurs résistors, le calcul est le même mais avec :
***R* = résistance équivalente au dipôle.**

3° Conclusion. — Le calcul du courant s'effectue comme si la source de tension *E*, de résistance interne nulle, débitait sur le dipôle formé de *R* et *r* en série.

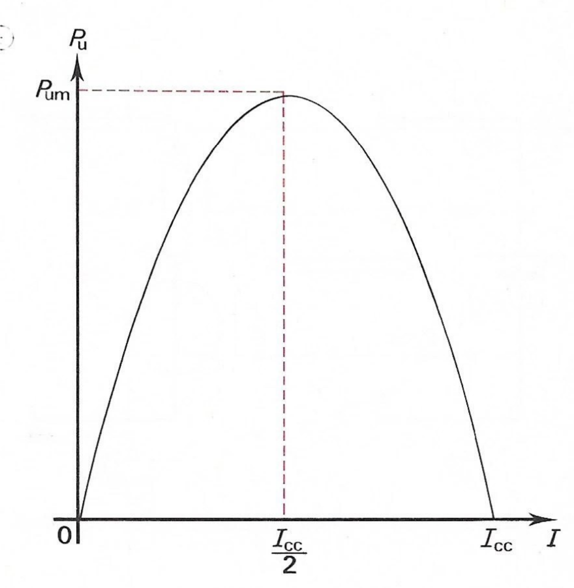


FIG. 7.08. — La fonction $P_u(I)$ passe par un maximum P_{um} pour $\frac{I_{cc}}{2}$.

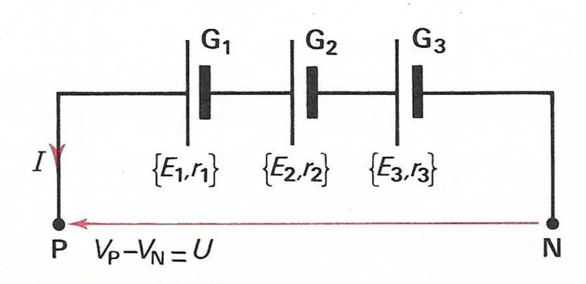


FIG. 7.09. — Groupement de générateurs en série.

6. Puissance et rendement d'un générateur.

1° Expression du rendement électrique[1]. — Le générateur fournit la puissance électrique totale P_{et} alors que le circuit extérieur ne reçoit que la puissance utile P_u, le rendement est donc :

$$\eta_e = \frac{P_u}{P_{et}} = \frac{UI}{EI} = \frac{U}{E} < 1$$

2° Rendement industriel ou réel. — Outre les pertes par effet Joule, les générateurs peuvent être le siège de pertes d'une autre nature (par exemple, pertes mécaniques pour les générateurs tournants). La puissance qu'ils absorbent est alors égale à la puissance électrique totale augmentée de ces pertes :

$$P_a = P_{et} + p$$

Leur rendement réel est :

$$\eta_i = \frac{P_u}{P_a} < \frac{P_u}{P_{et}} = \eta_e$$

3° Maximum de puissance utile fournie à un résistor.

a) On démontre que la puissance utile est maximale quand la résistance de la charge est égale à celle du générateur :

$$R = r$$

b) On vérifiera que dans ces conditions :

— le courant est $I = \frac{I_{cc}}{2}$;

— la tension est : $U = \frac{E}{2}$;

— la puissance utile est $P_u = \frac{E^2}{4r}$;

— le rendement est $\eta = 50\%$.

Les générateurs usuels ne peuvent fonctionner au maximum de puissance utile sans être détériorés.

c) Courbe de variations de P_u avec I :
arc de parabole (fig. 7.08).

7. Groupement de générateurs.

1° Groupement en série.

a) Montage : le pôle positif d'un générateur est relié au pôle négatif du suivant (fig. 7.09). L'ensemble présente deux bornes P et N et constitue un dipôle générateur.

(1) Ce rendement ne prend en compte que les pertes par effet Joule.

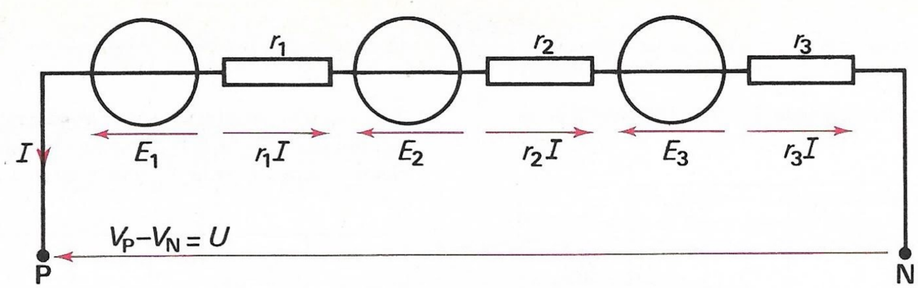


FIG. 7.10. — Schéma équivalent au montage de la figure 7.09.

b) Schéma équivalent. — Chaque générateur étant remplacé par son générateur de Thévenin équivalent, on obtient en série trois sources de tension et trois résistors (fig. 7.10). Pour pouvoir appliquer la loi des branches, nous plaçons à côté de chaque symbole la flèche tension qui lui correspond :

— les E dirigés du moins vers le plus des sources de tension donc dans le sens du courant;

— les rI dirigés du moins vers le plus des résistors, donc dans le sens opposé au courant.

La différence de potentiel $V_P - V_N = U$ entre N et P s'obtient en parcourant la branche de N vers P :

$$U = -r_3 I + E_3 - r_2 I + E_2 - r_1 I + E_1$$
$$U = (E_1 + E_2 + E_3) - (r_1 + r_2 + r_3) I$$

c) Générateur équivalent. — Ses paramètres résultent de la relation précédente :

— sa force électromotrice doit être égale à la somme des forces électromotrices :

$$E_t = E_1 + E_2 + E_3;$$

— sa résistance interne doit être égale à la somme des résistances internes : $r_t = r_1 + r_2 + r_3$;

— la loi d'Ohm de ce générateur unique s'écrira :

$$U = E_t - r_t I$$

d) Applications. — Le groupement série est utilisé lorsque l'on veut disposer d'une force électromotrice supérieure à celle que donne un seul générateur. A de rares exceptions près, on ne groupe en série que des générateurs identiques : piles ou accumulateurs. Dans ce cas si n est le nombre de générateurs identiques de f.é.m. e et de résistance interne r, pour le générateur équivalent on a :

$$E_t = ne \qquad r_t = nr$$

2° Groupement en parallèle.

a) Remarque préalable : pour éviter d'avoir des courants de circulation (voir chap. 8), il ne faut grouper en parallèle que des générateurs identiques; nous nous limiterons à ce cas.

b) Montage : les n générateurs ont leurs pôles positifs reliés au même point P et leurs pôles négatifs reliés au même point N. L'ensemble est un dipôle générateur de bornes P et N (fig. 7.11).

c) Propriétés du groupement. — Tous les générateurs ont même f.é.m. e et même résistance interne r; en outre, la tension u leur est commune. Le courant débité $i = \dfrac{e-u}{r}$ est donc le même pour tous les générateurs et le courant total est (loi des nœuds) :

$$I = ni.$$

d) Générateur équivalent : soient E et R ses paramètres, on doit avoir,

— à vide : $E = e$;

— en charge : $u = e - ri$ soit $U = E - \dfrac{rI}{n}$ mais aussi $U = E - RI$; la résistance du générateur équivalent est donc : $R = \dfrac{r}{n}$.

3° Groupement mixte. — Voir, à titre d'exemple, le problème 7.06.

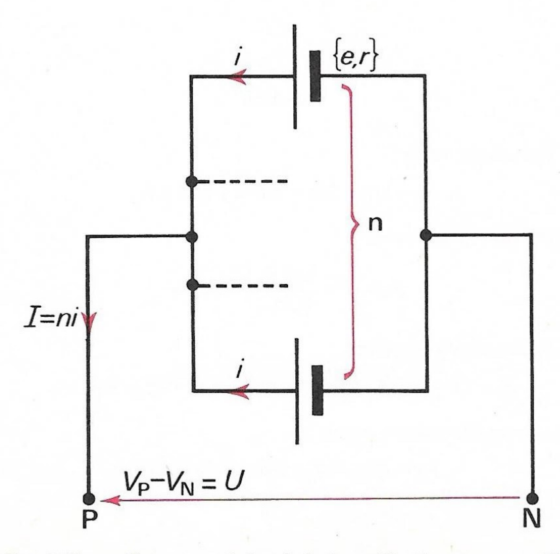


FIG. 7.11. — Groupement de générateurs identiques en parallèle.

Exercices

7.01. — En appliquant la formule $U = E - rI$, compléter le tableau ci-dessous :

E (V)	120	12	135		220	48
r (Ω)	0,1	0,2		2	0,05	0,6
I (A)	50		40	0,4	140	
U (V)		10	119	3,7		45

Réponses en désordre et sans unité : 0,4; 4,5; 5; 10; 115; 213.

7.02. — On monte en série n générateurs dont la force électromotrice est e et la résistance interne r. Calculer la force électromotrice E et la résistance interne R du dipôle équivalent.

n	12	60	110	6	15	48
e (V)	2	1,5	2	1,3	1,5	1,5
r (Ω)	0,1	2	0,01	0,2	3	4

Réponse : pour la première colonne, 24 V et 1,2 Ω.

7.03. — On monte en parallèle les n générateurs de l'exercice précédent. Calculer la force électromotrice E et la résistance interne R du dipôle équivalent.

Réponse : pour la cinquième colonne, 1,5 V et 0,2 Ω.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

7.04. — Un générateur débite un courant $I = 260$ A sous une différence de potentiel $U = 560$ V. Sa résistance interne est $r = 0,1$ Ω et son rendement industriel est $\eta_i = 91\,\%$. Calculer :

1° La puissance utile du générateur.

2° Sa puissance absorbée.

3° Sa force électromotrice et sa puissance électrique totale.

4° Son rendement électrique.

Solution

1° Puissance utile :

$$P_u = UI = 560 \times 260 = 145,6 \text{ kW}.$$

2° Puissance absorbée :

$$P_a = \frac{P_u}{\eta_i} = \frac{145,6}{0,91} = 160 \text{ kW}.$$

3° Force électromotrice :

$$E = U + rI = 560 + 0,1 \times 260 = 560 + 26 = 586 \text{ V}.$$

Puissance électrique totale :

$$P_{et} = EI = 586 \times 260 = 152,4 \text{ kW}.$$

4° Rendement électrique :

$$\eta_e = \frac{P_u}{P_{et}} = \frac{U}{E} = \frac{560}{586} = 95,6\,\%.$$

II. AVEC RÉPONSES.

7.05. — **La différence de potentiel d'un générateur est $U_1 = 10$ V quand il débite $I_1 = 5$ A et $U_2 = 8,8$ V quand il débite $I_2 = 8$ A. Calculer sa force électromotrice et sa résistance interne.**

Réponse : $E = 12$ V et $r = 0,4$ Ω.

7.06. — On dispose de 48 piles de force électromotrice $e = 1,5$ V et de résistance interne $r = 0,5\,\Omega$. On veut alimenter un résistor de résistance $R' = 1,5\,\Omega$.

Calculer l'intensité du courant dans le résistor, la différence de potentiel entre ses bornes et la puissance qui lui est fournie quand on l'alimente :

1° Avec une seule pile.

2° Avec toutes les piles en série.

3° Avec toutes les piles en parallèle.

4° Avec un groupement mixte comportant en parallèle 4 séries de 12 piles.

Réponses (courants seulement) :
0,75; 2,82; 0,993; 6 A.

III. A RÉSOUDRE.

7.07. — Un générateur débite un courant de 11 A sous une différence de potentiel de 27,5 V. Sa force électromotrice est de 33 V. Calculer :

1° Sa résistance interne.

2° La différence de potentiel qu'il aurait s'il débitait sur un résistor dont la résistance est 5 Ω.

7.08. — Un générateur absorbe une puissance de 4 kW quand il débite un courant de 25 A sous une différence de potentiel de 130 V. Sa résistance interne est $r = 0,3$ Ω. Calculer :

1° Les pertes par effet Joule.

2° La puissance utile.

3° Les rendements industriel et électrique du générateur.

7.09. — Un générateur de force électromotrice $E = 24$ V et de résistance interne $r = 0,6$ Ω alimente un groupement de deux résistors $R_1 = 6$ Ω et $R_2 = 4$ Ω en parallèle. Calculer :

1° La résistance équivalente à R_1 et R_2.

2° L'intensité du courant débité par le générateur.

3° La différence de potentiel entre les bornes de R_1 et R_2 et le courant dans chacun d'eux.

7.10. — La force électromotrice d'un générateur est $E = 120$ V et sa résistance interne $r = 2,5$ Ω.

1° Exprimer le courant I qu'il débite en fonction de la résistance R d'un résistor monté entre ses bornes.

2° Calculer I pour les valeurs suivantes de R (ohms) : 57,5; 47,5; 37,5; 10; 0,5; 0.

3° Exprimer la puissance utile P_u.

a) En fonction de I;

b) en fonction de R.

4° Tracer les courbes associées aux deux fonctions précédentes.

5° Déterminer graphiquement la valeur R qui correspond au maximum de la puissance utile.

7.11. — Une batterie d'accumulateurs comporte en série 100 éléments de force électromotrice 1,3 V chacun. La résistance de chaque élément est 0,2 Ω. On monte entre les bornes de cette batterie :

1° un résistor de résistance 60 Ω;

2° trois résistors de 60 Ω en parallèle.

Calculer dans chaque cas la différence de potentiel entre les bornes de la batterie et la puissance utile fournie.

7.12. — On monte en série 12 piles de force électromotrice $e = 1,5$ V et de résistance interne 0,5 Ω. Calculer le courant débité par cette batterie sur un résistor de résistance $R' = 18$ Ω. Quelle est la différence de potentiel totale et celle de chaque pile?

7.13. — Une pile de 1,5 V de force électromotrice et de 0,5 Ω de résistance interne alimente un résistor de résistance $R' = 2$ Ω.

1° Calculer l'intensité du courant, la différence de potentiel et la puissance fournie.

2° On monte 10 piles en parallèle sur le même résistor R', l'intensité est-elle multipliée par 10?

3° Quelle doit être la résistance de charge pour que le courant soit dix fois celui du 1°?

8
RÉCEPTEURS

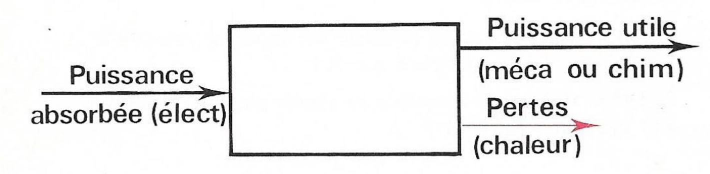


FIG. 8.01.

1. Définitions.

1° Récepteurs usuels. — Les récepteurs usuels à courant continu sont :

— les récepteurs thermiques déjà étudiés;

— les accumulateurs en charge et les cuves d'électrolyse (électrolyseurs) qui transforment l'énergie électrique en énergie chimique;

— les moteurs qui transforment l'énergie électrique en énergie mécanique.

Les lois applicables aux récepteurs thermiques étant déjà connues, l'objet de cette leçon est l'étude des lois relatives aux autres récepteurs.

2° Définition. — Le récepteur est un appareil qui absorbe de l'énergie électrique et restitue de l'énergie sous une autre forme quelconque (ou plusieurs). Nous pouvons évidemment parler des puissances au lieu d'énergies (fig. 8.01).

3° Pôles. — Un récepteur est un dipôle; la polarité de ses deux bornes est imposée par le générateur qui l'alimente. Cependant certains récepteurs — les accumulateurs — ont une polarité propre dont il faut tenir compte dans le montage.

2. Puissances mises en jeu dans un récepteur.

1° Puissance absorbée (P_a). — C'est la puissance fournie au récepteur par le circuit extérieur qui l'alimente, elle est purement électrique. Soit U la différence de potentiel aux bornes du récepteur, et I le courant qu'il absorbe :

$$P_a = UI$$

2° Puissance perdue (P_j). — Comme tout appareil électrique, un récepteur dissipe de l'énergie par effet Joule, nous pouvons donc lui attribuer une résistance interne r et :

$$P_j = rI^2$$

3° Puissance électrique utile (P_{eu}). — Sur la puissance totale UI qu'il reçoit, le récepteur dissipe rI^2 et seule la différence de ces deux puissances est transformée en une forme d'énergie autre qu'électrique ou thermique; cette différence est la puissance électrique utile P_{eu} :

$$P_{eu} = P_a - P_j$$

$$P_{eu} = UI - rI^2 \quad (1)$$

4° Force contre-électromotrice.

a) Divisons par I les deux membres de l'égalité 1

$$\frac{P_{eu}}{I} = U - rI \quad (2)$$

le quotient $\frac{P_{eu}}{I}$ se mesure en volts puisque c'est

une différence de volts (homogénéité de la formule). Nous le représenterons par la lettre E' et nous l'appellerons « force contre-électromotrice » du récepteur (en abrégé **f.c.é.m.**) :

$$E' = \frac{P_{eu}}{I}.$$

b) Définition. — La force contre-électromotrice d'un récepteur est le quotient de sa puissance électrique utile par l'intensité du courant qu'il absorbe.

3. Loi d'Ohm relative à un récepteur.

1° **Formule.** — Reportons E' dans la relation (1) :

$$E' = U - rI \quad \text{ou} \quad U = E' + rI$$

(3) $\boxed{U = E' + rI}$ — r en ohms, I en ampères, E' et U en volts

2° **Énoncé de la loi.** — **La différence de potentiel entre les bornes d'un récepteur est égale à sa force contre-électromotrice augmentée du produit de sa résistance interne par l'intensité du courant absorbé.**

3° **Remarques.**

a) Le produit rI est appelé **chute de tension** ou chute ohmique.

b) La force contre-électromotrice est la différence entre les volts U, appliqués aux bornes du récepteur (volts « absorbés »), et la chute de tension rI (volts « perdus »); elle représente les volts « utiles », ceux qui vont effectivement intervenir pour la transformation d'énergie.

c) La formule peut s'écrire aussi :

$$E' = U - rI; \quad I = \frac{U - E'}{r}; \quad r = \frac{U - E'}{I}.$$

d) Validité de la loi : elle est applicable à tous les récepteurs :

— même si E' ou r (ou les deux) sont variables; toutefois nous ne considérons que des récepteurs pour lesquels ces deux paramètres sont constants;

— même si le récepteur est un résistor; en effet, si $E' = 0$ nous retrouvons $U = rI$ qui est applicable dans un tel cas.

4° **Caractéristique externe d'un récepteur.**

a) Définition : c'est la courbe $U(I)$.

b) Tracé expérimental : il s'effectue avec le montage (fig. 8.02) où le rhéostat permet de faire varier le courant qui traverse le récepteur (accumulateur au cadmium-nickel) et par suite sa tension. Les relevés qui suivent ont servi à tracer la courbe (fig. 8.03) :

I(A)	0	2	4	6	8
U(V)	1,3	1,48	1,65	1,84	2,03

c) Paramètres déduits de la courbe :

— quand $I = 0$, la loi donne $U = E'$; on mesure ainsi la f.c.é.m. d'un accumulateur (ici $E' = 1,3$ V);

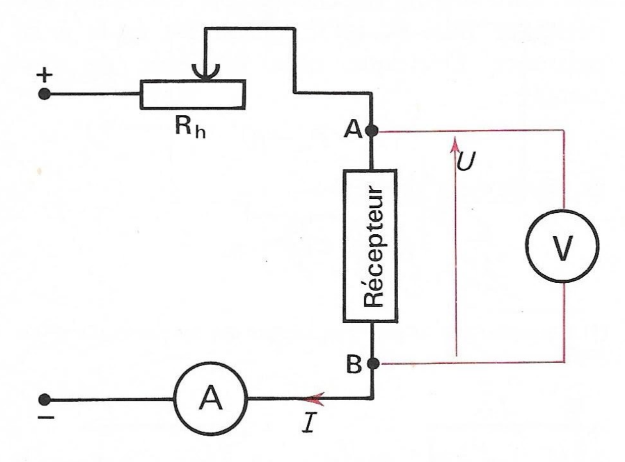


FIG. 8.02. — Montage permettant le tracé de la caractéristique externe.

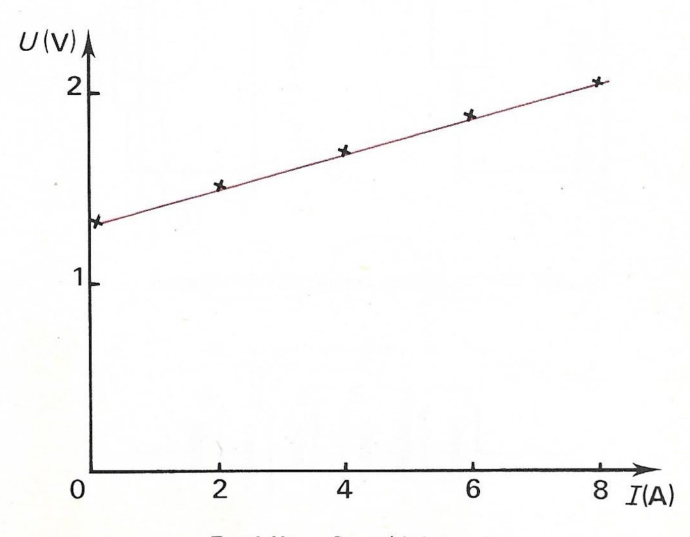


FIG. 8.03. — Caractéristique externe.

— pour un point quelconque, on a : $U = E' + rI$; il est donc possible de calculer r : $r = \frac{U - E'}{I}$ soit pour le quatrième point :

$$r = \frac{1{,}84 - 1{,}3}{6} = 0{,}09\ \Omega.$$

4. Fonctionnement d'un récepteur.

1° Rendement électrique[1] d'un récepteur. — C'est le rapport de la puissance électrique utile à la puissance absorbée :

$$\eta_e = \frac{P_{eu}}{P_a} = \frac{E'I}{UI} = \frac{E'}{U} < 1 \qquad (4)$$

2° Rendement industriel. — Outre les pertes par effet Joule, le récepteur subit les pertes p ayant une autre origine (mécanique par exemple). La puissance utile P_u qu'il fournit est égale à la puissance électrique utile diminuée de ces pertes :

$$P_u = P_{eu} - p$$

Le rendement réel est :

$$\eta_i = \frac{P_u}{P_a} < \frac{P_{eu}}{P_a} = \eta_e$$

(1) Ce rendement ne prend en compte que les pertes par effet Joule.

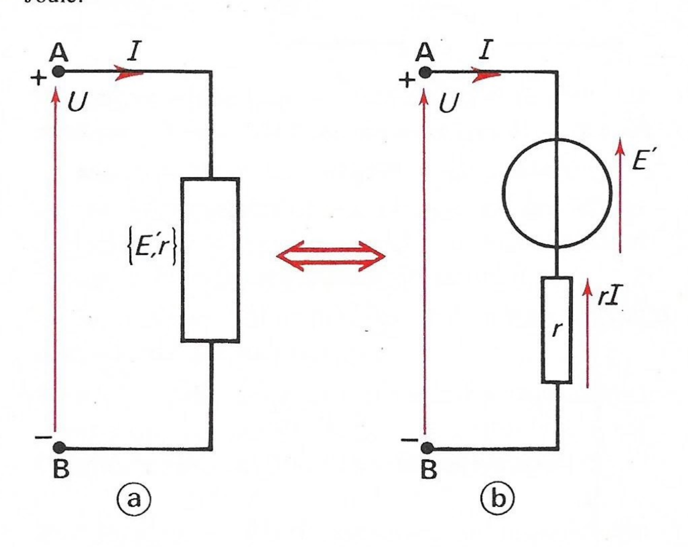


FIG. 8.04. — Schéma équivalent à un récepteur.

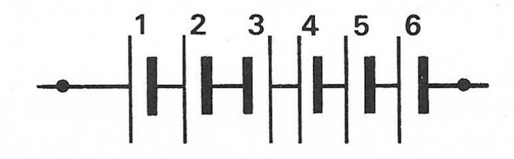


FIG. 8.05. — Le générateur 3 est en opposition avec les cinq autres.

3° Schéma équivalent. — Les deux paramètres E' et r qui caractérisent le récepteur sont représentés chacun par un symbole : une source de tension en série avec un résistor (fig. 8.04).

Ce schéma est un schéma équivalent série ou modèle de Thévenin. Il ne diffère de celui d'un générateur que par le sens du courant : **celui-ci entre par la borne A positive.**

La signification du mot **contre** (dans force contre-électromotrice) devient claire : la f.c.é.m. tant à s'opposer au passage du courant; dans le montage où il est placé, si le récepteur fonctionnait en générateur il débiterait un courant de sens opposé à celui que le reste du circuit lui impose.

4° Générateurs en opposition. — Le schéma équivalent à un récepteur est celui d'un générateur de f.é.m. E' et de résistance interne r, qui serait traversé par le courant de son pôle ⊕ vers son pôle ⊖.

Un générateur utilisé dans ces conditions est dit « monté en opposition » dans le circuit dont il fait partie (fig. 8.05). Son comportement est alors celui d'un récepteur. Sa résistance interne reste la même, et sa force électromotrice devient une force contre-électromotrice.

5° Appareils réversibles. — Certains appareils ont la propriété de pouvoir fonctionner tantôt en récepteur et tantôt en générateur. Ils sont dits « **réversibles** ». L'exemple le plus simple est celui des accumulateurs. Un accumulateur qui alimente une installation d'éclairage fonctionne en générateur. Le même appareil, pendant qu'on le recharge, fonctionne en récepteur.

Nous verrons plus tard que les dynamos sont des générateurs réversibles qui peuvent fonctionner en moteurs. Ces appareils réversibles sont appelés **électromoteurs;** leur force électromotrice peut indifféremment être notée E ou E'.

6° Générateur ou récepteur?

Pour savoir quel est, dans un circuit, le comportement d'un appareil, il faut utiliser les renseignements qui sont donnés.

a) Si le sens réel du courant est connu ainsi que la polarité de l'appareil, donc le sens attribué à $E\,(E')$:

— si les flèches E et I sont de même sens, l'appareil fonctionne en générateur,

— si les flèches E et I sont de sens contraires, l'appareil fonctionne en récepteur.

b) Si la différence de potentiel U et la force électromotrice E sont numériquement connues (fig. 8.06) :

— si U<E c'est un générateur,

— si U>E c'est un récepteur.

$U = 2$ V, $E = 2{,}1$ V ⟶ Générateur ($U<E$)

$U = 15$ V, $E = 14$ V ⟶ Récepteur ($U>E$)

FIG. 8.06.

5. Loi relative aux circuits ne comportant qu'une seule maille.

1° — Considérons un circuit fermé ne comportant qu'une seule maille (donc pas de nœud) dans lequel se trouvent en série des électromoteurs et des résistors (fig. 8.07). Remplaçons chaque électromoteur par les deux symboles correspondant à E et à r et choisissons arbitrairement, un sens i de courant (fig. 8.08). Nous pouvons maintenant placer les flèches «tensions» E et ri :

— les $\vec{E}$ compte tenu de la polarité des électromoteurs (du moins vers le plus),

— les $\vec{ri}$, compte tenu de la polarité qui résulte du sens arbitraire choisi pour le courant.

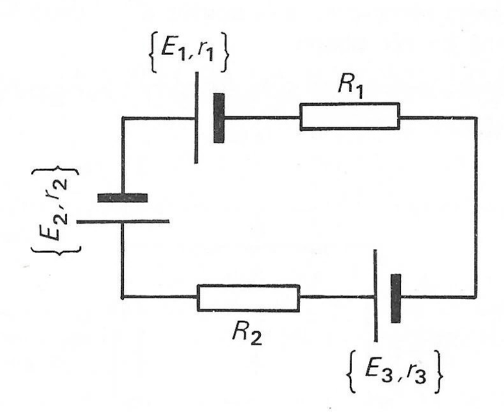


FIG. 8.07.

2° Application de la loi des mailles.

Nous choisissons un sens arbitraire de parcours de la maille (flèche noire) et, en partant du point D, nous écrivons que la somme des différentes tensions est nulle :

$$E_1 + E_2 + r_2 i + R_2 i - E_3 + r_3 i + R_1 i + r_1 i = 0$$

(1) $E_1 + E_2 - E_3 + i(r_1 + r_2 + r_3 + R_1 + R_2) = 0.$

Notons ΣR la somme des résistances de la parenthèse :

$$i = -\frac{E_1 + E_2 - E_3}{\Sigma R}$$

3° Exemple numérique.

$$E_1 = 3\text{ V}; E_2 = 8\text{ V}; E_3 = 5\text{ V}; \Sigma R = 10\ \Omega$$

$$i = -\frac{3+8-5}{10} = -0{,}6\text{ A}.$$

Le fait de trouver une valeur négative est clair : le sens que nous avons choisi *au hasard* pour le courant n'est pas le bon; il est inutile de recommencer les calculs : le courant circule dans la maille avec le sens opposé à celui que nous avions choisi et $I = -i = 0{,}6$ A.

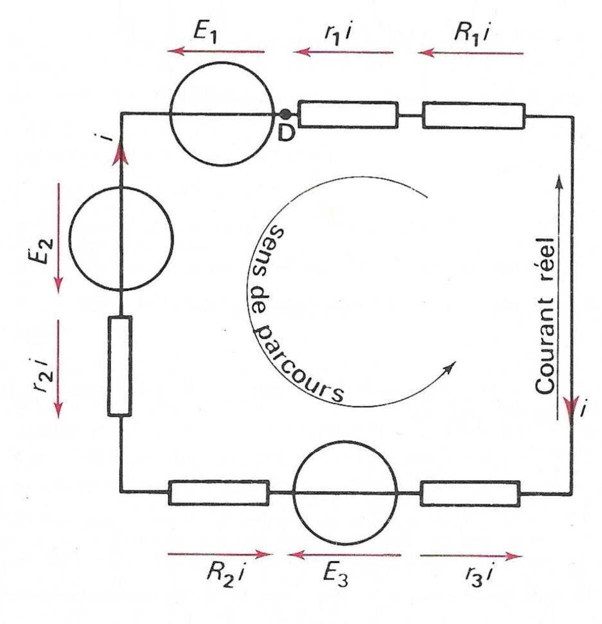


FIG. 8.08.

4° Remarques.

a) Si l'on change le sens arbitraire choisi pour le courant : celui-ci change de signe.

b) Si l'on change le sens du parcours, tous les termes de la relation (1) changent de signe mais pas le courant.

5° Rôles des éléments. — Les résistors ne peuvent évidemment qu'être récepteurs. Les sources de tension (générateurs parfaits) ont un mode de fonctionnement qui dépend du sens réel (conventionnel) du courant qui les traverse :

E_1 et E_2 traversées du moins vers le plus (courant dans le sens de $\vec{E}$) fonctionnent en générateurs;

E_3 traversée du plus vers le moins fonctionne en récepteur. Sauf exception, les électromoteurs réels $\{E; r\}$, ont le même comportement que les sources de tension correspondantes :

toujours récepteur, si la source de tension fonctionne en **récepteur;**

toujours générateur si la source de tension fonctionne en *générateur*.

6° Cas de deux générateurs en opposition.

Nous donnons directement le schéma équivalent (fig. 8.09). Le sens du courant est à nouveau choisi au hasard; il permet d'écrire la loi des mailles :

$$E_1 - r_1 I - r_2 I - E_2 = 0.$$

Le courant, appelé courant de circulation, est donc :

$$I = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2}$$

La borne A est le pôle plus commun aux deux générateurs. Le mode de fonctionnement dépend des valeurs E_1 et E_2 :

— si $E_1 > E_2$, le générateur 1 fonctionne effectivement en générateur mais le 2 fonctionne en récepteur; le courant a bien le sens choisi;

— si $E_1 < E_2$, les rôles sont inversés et le courant circule dans l'autre sens.

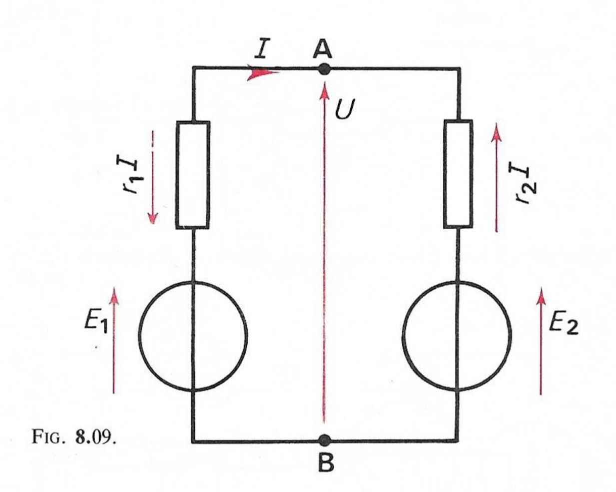


FIG. 8.09.

6. Montage en parallèle de récepteurs.

Comme nous l'avons déjà dit, c'est le montage usuel : celui de toute installation électrique. Tous les récepteurs sont alors soumis à la même tension et fonctionnent indépendamment les uns des autres. Si cette tension est connue, le calcul des courants partiels s'effectue comme si chaque récepteur était seul; le courant total est donné par la loi des nœuds.

Exercices

8.01. — En appliquant la formule $U = E' + rI$ compléter le tableau ci-dessous :

E' (V)	115	24	15		80	
r (Ω)	0,5	1,5	2	0,02		0,5
I (A)	24	5	2,5	150	4	16
U (V)				250	92	135

Réponses en désordre et sans unité :

3; 20; 31,5; 127; 127; 247.

Problèmes

AVERTISSEMENT :

Quand un schéma est nécessaire, nous donnons le montage traditionnel; la première opération à effectuer est d'en déduire le schéma équivalent, et de choisir un sens de courant et un sens de parcours. Ensuite **seulement** la loi des mailles (ou une autre) est appliquée.

I. AVEC RÉPONSES.

8.02. — Un accumulateur a une force contre-électromotrice de 1,8 V au début de la charge et de 2,3 V à la fin. Sa résistance interne est $r = 0{,}01$ Ω. Pour recharger, avec un courant constant de 8 A, une batterie de 60 accumulateurs; quelle tension faut-il appliquer à la batterie :

9
NOTIONS D'ÉLECTROSTATIQUE

AVERTISSEMENT :

Avant d'étudier ce qui suit, il est nécessaire de relire les quatre premiers paragraphes du chapitre 2.

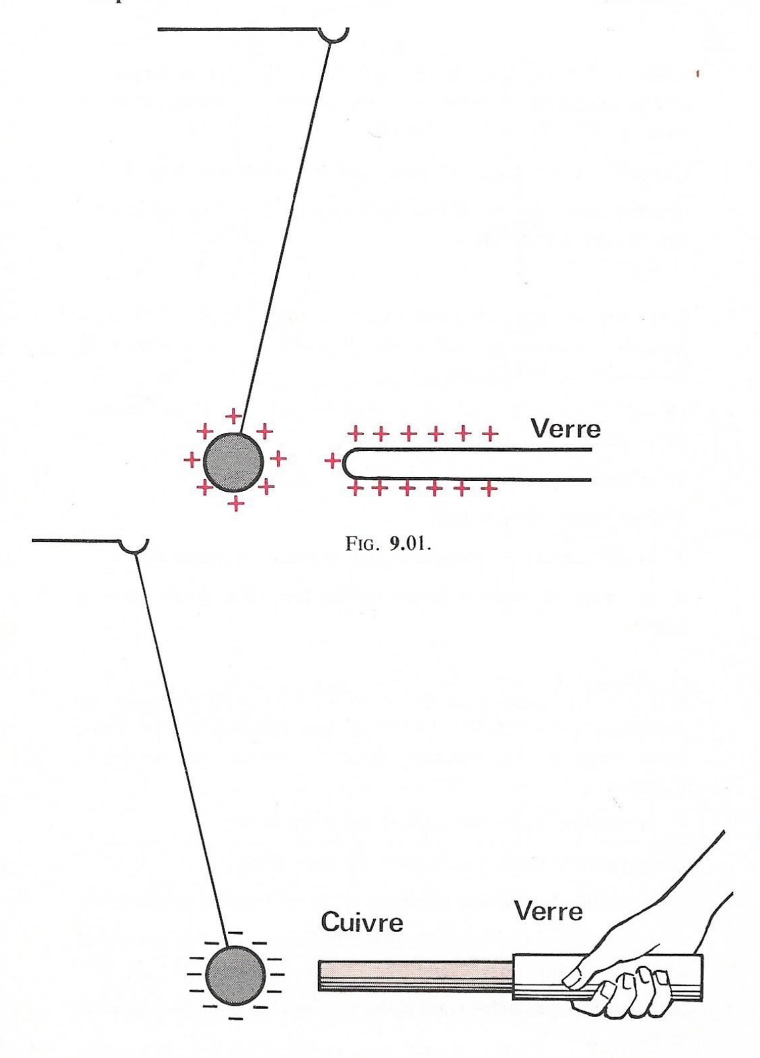


FIG. 9.01.

FIG. 9.02.

1. Électrisation par contact.

1° Transfert de charges par contact.

a) Pendule électrique : une petite boule de moelle de sureau (très légère) est rendue conductrice en surface avec de la mine de crayon noir puis accrochée à un support isolant par l'intermédiaire d'un fil de soie; l'ensemble constitue un pendule électrique et permet de mettre en évidence les actions électrostatiques.

b) **Touchons le pendule avec un bâton de verre** électrisé : la boule est repoussée (fig. 9.01). Elle possède donc maintenant des charges positives comme celles du verre. Lors du contact verre-pendule, des électrons, en passant de la boule sur le verre, ont diminué la charge positive de ce dernier et ont fait apparaître une charge positive sur la boule.

2° Cas d'un isolant. — Si la boule n'avait pas été rendue conductrice en surface, elle n'aurait prélevé qu'une très faible charge; l'expérience eût été moins concluante.

2. Électrisation par influence.

1° Expérience. — Approchons une tige de cuivre non chargée (et tenue par l'intermédiaire d'un manche isolant) d'un pendule électrique portant des électrons en surnombre (fig. 9.02) : le pendule est attiré bien que le cuivre soit dépourvu de charges excédentaires.

2° Justification du phénomène. — Le cuivre est **neutre** mais, en tant que conducteur, il possède des électrons libres qui sont repoussés par ceux du pendule. Il en résulte un manque d'électrons sur l'extrémité proche du pendule et un excès d'électrons sur l'extrémité opposée (fig. 9.03) : le conducteur reste **globalement neutre** mais il ne l'est plus **localement;** la charge positive a une influence prépondérante parce qu'elle est plus proche du pendule.

3° Obtention d'une charge. — Si nous éloignons le cuivre, il retrouve son état normal : neutre en tout point. Pour charger le cuivre, il suffit de le réunir provisoirement à la terre en le touchant du doigt : les électrons repoussés par le pendule s'écoulent vers la terre, les charges positives retenues par le pendule restent sur le cuivre.

3. Champ électrique et forces électrostatiques.

1° Espace-champ.

a) Toutes les expériences réalisées montrent que deux charges électriques, pas trop éloignées l'une de l'autre, s'attirent ou se repoussent. Elles exercent donc, l'une sur l'autre, une **action à distance** qui se traduit par une **force.**

b) Si nous déplaçons un pendule électrique chargé positivement au voisinage d'un corps A chargé positivement, il y a répulsion. La vigueur de cette répulsion diminue quand le pendule s'éloigne et, à un mètre environ, est pratiquement nulle. Il y a donc, au voisinage d'un corps chargé, une région de l'espace où l'influence de la charge de ce corps s'exerce : cette région est appelée **champ électrique** de la charge[1].

c) Toute charge q, placée dans le champ électrique du corps A portant Q_A, sera soumise à une force :

— répulsive si q est de même signe que Q_A (fig. 9.04);

— attractive, si q et Q_A sont de signes contraires.

2° Vecteur-champ.

a) La force développée sur une charge q, placée en un point P dans l'espace-champ de A, dépend évidemment de la valeur de q mais aussi de l'influence développée en P par la charge de A. Cette influence est mesurée par une grandeur vectorielle appelée : champ électrique $\vec{E}$.

(1) Théoriquement, l'espace-champ s'étend jusqu'à l'infini; en pratique les forces diminuent rapidement quand le pendule s'éloigne de la « source de champ ».

b) En un point P de l'espace, le champ électrique est représenté par un vecteur :

— d'origine P,

— ayant même support que la force $\vec{F}$,

— de valeur telle que :

$$F = |q|E \qquad \begin{cases} q \text{ en coulomb} \\ E \text{ en volts par mètre} \\ F \text{ en newtons} \end{cases}$$

Le sens du vecteur $\vec{E}$ dépend du signe de la charge Q_A qui le produit. Le sens de la force $\vec{F}$ dépend à la fois du sens de $\vec{E}$ et du signe de la charge q sur laquelle elle s'exerce (fig. 9.05). Le sens du vecteur $\vec{E}$ est précisé sur la figure 9.05.

c) Nous remarquons que le vecteur $\vec{E}$ a le même sens que la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur une charge q positive.

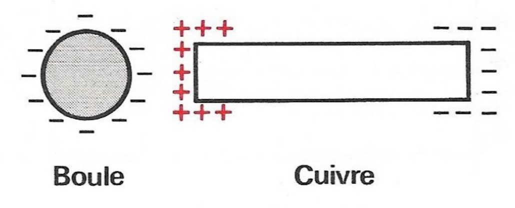


Fig. 9.03.

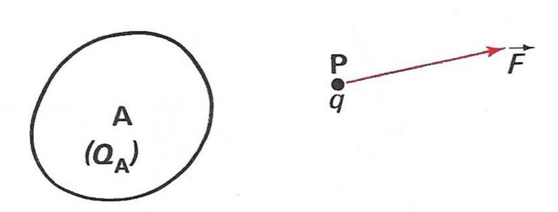


Fig. 9.04. — La force $\vec{F}$ quand les charges Q_A et q sont de même signe.

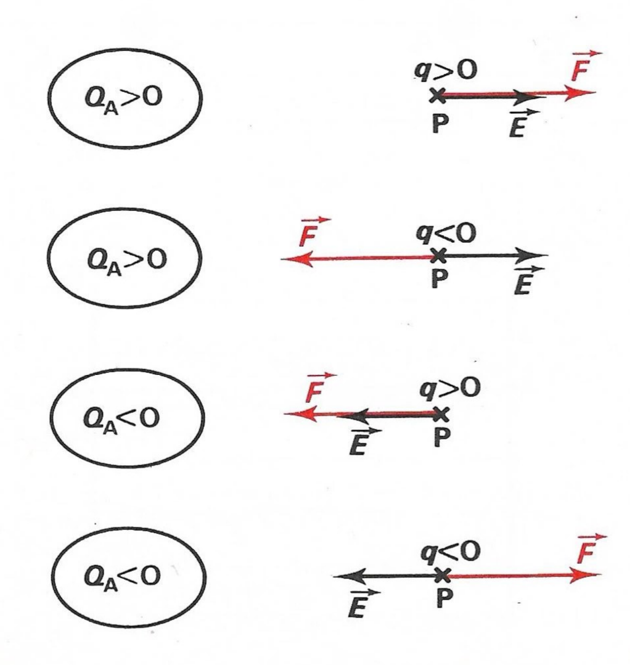


Fig. 9.05. — Les quatre cas possibles.

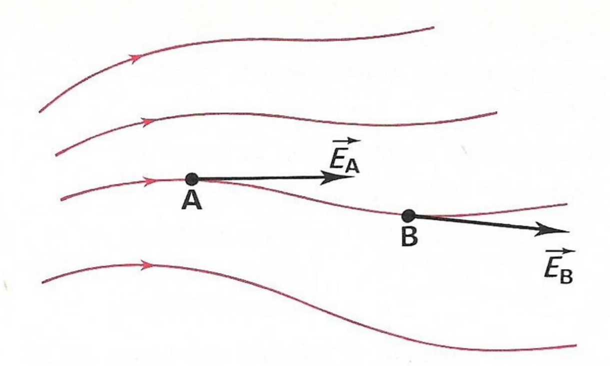


FIG. 9.06. — Le vecteur-champ est tangent à la ligne de champ.

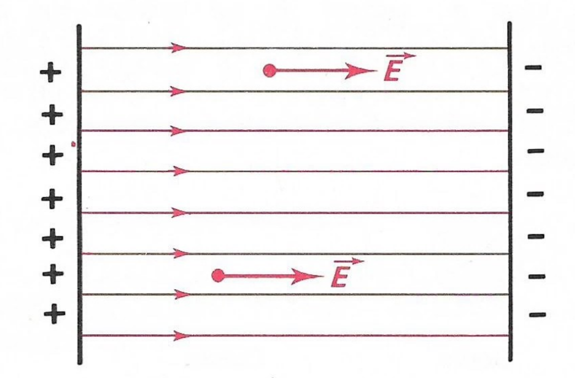


FIG. 9.07. — Champ uniforme.

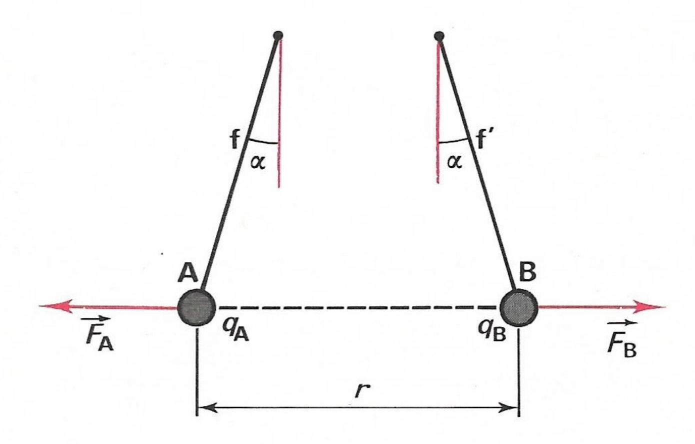


FIG. 9.08.

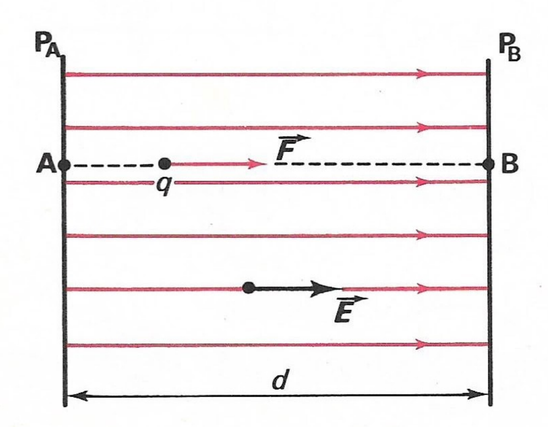


FIG. 9.09. — Déplacement suivant une ligne de champ.

3° Lignes de champ. — Ce sont des lignes qui matérialisent le trajet que suivrait (dans le vide et pratiquement dans l'air) une charge positive placée dans l'espace-champ.

Les lignes sont orientées dans le même sens que le vecteur $\vec{E}$. Ce dernier est porté par la ligne de champ quand elle est droite; il lui est tangent quand elle est courbe (fig. 9.06). Un ensemble de lignes de champ s'appelle **tube de champ.**

4° Champ uniforme. — C'est un cas particulier souvent réalisé, entre deux plans parallèles chargés, par exemple (fig. 9.07). Dans un champ uniforme :

— **toutes les lignes de champ sont parallèles,**

— **le vecteur-champ a le même module en tout point.**

5° Cas particulier. — Action mutuelle de deux charges ponctuelles placées dans le vide ou dans l'air.

a) Expérience : deux petites sphères A et B, de même masse, portent des charges positives q_A et q_B (fig. 9.08). Elles se repoussent et les deux fils s'inclinent d'un même angle α par rapport à la verticale : les deux forces $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$ sont opposées. Coulomb a étudié expérimentalement (il y a plus de deux siècles) l'influence de la distance r, des centres des deux sphères, sur le module F, commun à $\vec{F}_A$ et $\vec{F}_B$: ce module est **inversement proportionnel** au carré de r.

b) Loi de Coulomb : des expériences modernes et précises ont montré que :

$$F = 9 \times 10^9 \frac{|q_A| \cdot |q_B|}{r^2}$$

q_A et q_B en coulombs
r en mètres
F en newtons

4. Différence de potentiel.

1° Travail d'une force électrostatique dans un champ uniforme.

a) Dans le vide (ou dans l'air), une charge positive q va, sous l'action de la force $\vec{F} = q\vec{E}$, se déplacer suivant une ligne de champ.

b) Pour un trajet allant du point A, appartenant au plan P_A, au point B du plan P_B et situé à la distance d, le travail est (fig. 9.09) :

$$W = Fd = qEd.$$

2° Généralisation. — On démontre que, si le déplacement[1] de la charge est quelconque (fig. 9.10), l'expression du travail est inchangée :

$$W = qEd.$$

3° Conclusion. — Quelle que soit la charge et quel que soit son trajet, le produit Ed est **invariant;** ce produit n'est autre que la différence de potentiel entre les plans P_A et P_B, nous savons qu'il est noté $U = V_A - V_B$:

$$W_{AB} = q\,(V_A - V_B) = qU \qquad \begin{cases} q \text{ en coulombs} \\ U \text{ en volts} \\ W \text{ en joules} \end{cases}$$

4° Remarques. — Lorsque la charge q se déplace spontanément nous pouvons distinguer quatre cas :

a) si $V_A - V_B = U > 0$ et $q > 0$, la charge va de P_A vers P_B;

b) si $U > 0$ mais $q < 0$, la charge va de P_B vers P_A;

c et *d)* si $U < 0$, les déplacements sont inversés.

(1) Le déplacement de la charge est alors contraint et non plus spontané.

5° Calcul du champ électrique.

Dans le cas où un champ uniforme est produit entre deux plans parallèles avec une d.d.p. U, le champ est :

$$E = \frac{U}{d} \qquad \begin{cases} U \text{ en volts} \\ d \text{ en mètres} \\ E \text{ en volts par mètre} \end{cases}$$

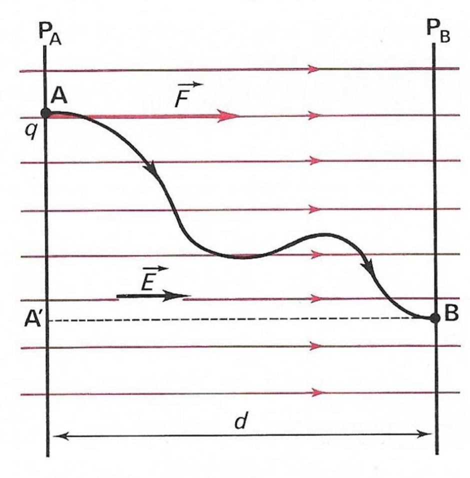


FIG. 9.10. — Déplacement quelconque.

Exercices

9.01. — Calculer la valeur de la force répulsive qu'exercent, l'une sur l'autre, deux charges égales q placées en deux points distants de r.

(1 nanocoulomb = 1nC = 10^{-9} C).

q (nC)	+ 1	− 5	+ 0,1	10^{-2}	-10^{2}
r (mm)	10	0,5	5	20	40
F (N)					

Réponse : 1re colonne 90 µN.

9.02. — Calculer la valeur commune aux deux forces qu'exercent, l'une sur l'autre, deux charges q_1 et q_2 et préciser si les forces sont attractives ou répulsives.
(1 picocoulomb = 1 pC = 10^{-12} C) :

q_1 (pC)	+ 1	− 5	+ 100	-10^{3}	− 500
q_2 (pC)	− 100	+ 12	+ 200	+ 400	− 50
r (mm)	1	0,05	20	5	2,5

Réponse : 2e colonne 216 µN, attractive.

9.03. — Calculer la force développée entre le noyau de l'atome d'hydrogène et son électron; charge commune : $q = 1{,}6 \times 10^{-19}$ C; distance : $r = 53$ pm.

Réponse : 82 nN.

9.04. — La différence de potentiel entre deux plans parallèles P_A et P_B uniformément chargés, distants de 10 cm, est $V_A - V_B = 500$ V.

1° Calculer le champ électrique.

2° Quel est le travail accompli par une charge $q = +10^{-6}$ C allant de A vers B?

Réponses : 5 000 V/m; +500 µJ.

10
CONDENSATEURS

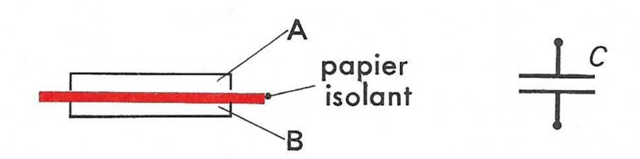


FIG. 10.01. — Constitution et symbole d'un condensateur.

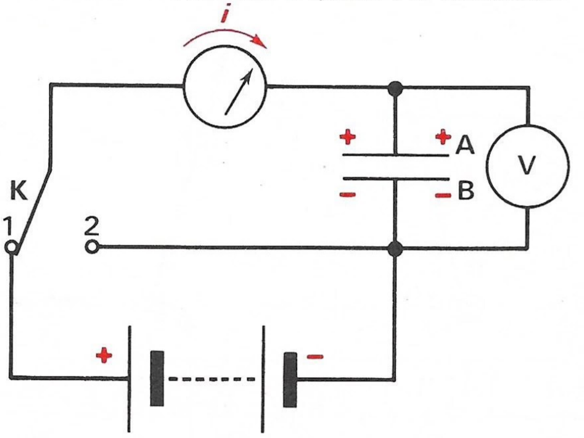


FIG. 10.02. — Charge d'un condensateur.

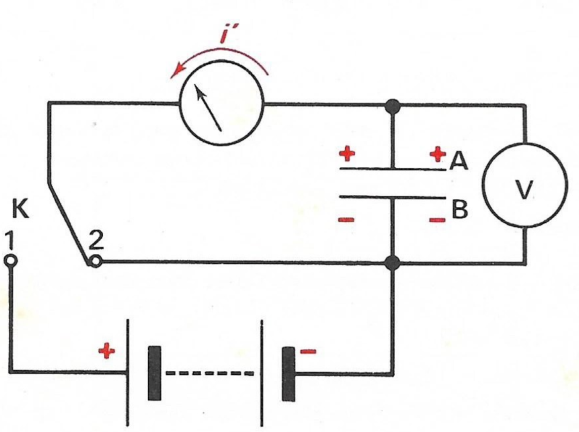


FIG. 10.03. — Décharge d'un condensateur.

1. Notions de condensateur.

1° Constitution. — Plaçons une mince feuille (0,1 mm) de papier entre deux plaques d'aluminium, nous avons fabriqué un condensateur (fig. 10.01).

Le papier est l'**isolant;** les deux plaques sont les **armatures :**

→ **un condensateur est constitué par deux conducteurs totalement séparés l'un de l'autre par un isolant.**

2° Charge d'un condensateur. — Réunissons l'armature A au pôle positif d'un générateur, et l'autre B, au pôle négatif, avec un galvanomètre balistique(1) dans le circuit. Ce circuit est donc interrompu par l'isolant du condensateur. Fermons K en 1, le galvanomètre dévie *vers la droite.* Ainsi, bien que le circuit soit interrompu, des charges électriques ont circulé (fig. 10.02).

3° Décharge d'un condensateur. — Basculons K en 2. Le galvanomètre dévie à nouveau mais *vers la gauche* (fig. 10.03). Le générateur étant hors circuit, le condensateur est à l'origine de cette déviation.

4° Interprétation.

a) Quand on ferme l'interrupteur en 1, les électrons en excès au pôle ⊖ du générateur s'écoulent en partie vers l'armature B, tandis que le générateur pompe une quantité égale d'électrons sur l'armature A. Il en résulte que :

— un courant a circulé à travers le circuit;

(1) Cet appareil mesure les quantités d'électricité.

— le galvanomètre a été traversé par une quantité d'électricité;

— une charge $-Q$ est apparue sur B et une charge $+Q$ est apparue sur A. **Le condensateur s'est chargé, sa charge est égale à Q.**

b) Quand on ferme l'interrupteur en 2, les armatures se trouvent réunies par une chaîne de conducteurs et les électrons en excès sur B s'écoulent vers A jusqu'à neutralisation complète. **Le condensateur s'est déchargé.**

2. Capacité d'un condensateur.

1° Influence de la tension de charge. — Le galvanomètre balistique permet de mesurer la quantité d'électricité qui, après avoir traversé le circuit, a chargé le condensateur. On vérifie facilement que cette quantité d'électricité est proportionnelle à la tension de charge :

Q proportionnelle à U

2° Influence du condensateur. — Prenons des condensateurs du commerce, et vérifions que :

— pour un même condensateur, Q reste proportionnelle à U;

— pour une même tension U la charge dépend du condensateur utilisé.

3° Définition. — On appelle capacité (C), d'un condensateur, le rapport constant qui existe entre la quantité d'électricité qu'il accumule et la tension entre ses bornes :

(1) $$C = \frac{Q}{U}$$ Q en coulombs, U en volts, C en farads

4° Unité : le farad (F). — Le farad est la capacité d'un condensateur qui se charge d'un coulomb sous une tension de 1 V :

$$1\ \text{F} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{V}}.$$

5° Ordres de grandeur. — Le farad est une unité énorme. Les capacités s'expriment donc avec les sous-multiples :

$1\ \mu\text{F} = 10^{-6}\ \text{F} \quad 1\ \text{nF} = 10^{-9}\ \text{F} \quad 1\ \text{pF} = 10^{-12}\ \text{F}.$

3. Calcul de la capacité.

1° Facteurs dont dépend C. — La capacité d'un condensateur plan est :

— proportionnelle à la surface S des armatures;

— inversement proportionnelle à l'épaisseur e de l'isolant;

— dépend de la nature de l'isolant;

— ne dépend pas de la nature des armatures.

2° Influence de l'isolant. — Chaque isolant multiplie la capacité d'un condensateur, dont l'isolant serait le vide, par un facteur appelé **permittivité relative** ou constante diélectrique et noté ε_r.

ε_r vaut 1 pour le vide et est plus grand que 1 pour tous les autres isolants. Pour l'air $\varepsilon_r \approx 1$.

SUBSTANCES	ε_r	E_d (MV/m)
Air	1	3,4
Bakélite	6,5	10
Mica	8	100
Papier	2,5	10
Verre	5,5	16

3° Capacité d'un condensateur plan. — C'est la seule qui ait une expression simple :

(2) $$C = \frac{S\varepsilon_r\varepsilon_0}{e}$$ S en m², e en mètres, C en farads

où :

S : est la surface commune des armatures;
e : l'épaisseur de l'isolant.

ε_0 est la constante électrostatique qui vaut :

$$\varepsilon_o = \frac{1}{9 \times 4\pi \times 10^9} \approx 0{,}885 \times 10^{-11}$$

on peut donc écrire :

(3) $$C = 0{,}885 \times 10^{-11} \frac{S\varepsilon_r}{e}$$

REMARQUE :

Les formules 2 et 3 s'appliquent à tous les condensateurs ayant une faible épaisseur, même s'ils ne sont pas plans.

4. Couplage de condensateurs.

1° Capacité équivalente. — La capacité équivalente à une batterie de condensateurs est la capacité qui, soumise à la même tension que la batterie, accumule la même charge totale :

$$C_e = \frac{Q_t}{U}$$

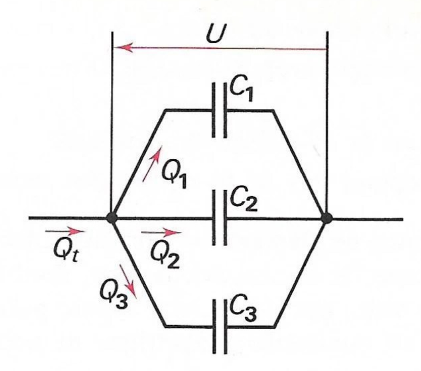


FIG. **10.04.** — Groupement en parallèle de condensateurs.

2° En parallèle (fig. 10.04). — La tension de charge est commune : U.

Les quantités d'électricité sont :

$$Q_1 = C_1 U \quad Q_2 = C_2 U \quad Q_3 = C_3 U$$

La charge totale est :

$$Q_t = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1 U + C_2 U + C_3 U = U(C_1 + C_2 + C_3)$$

$$\frac{Q_t}{U} = C_1 + C_2 + C_3 = C_e$$

En parallèle les capacités s'additionnent.

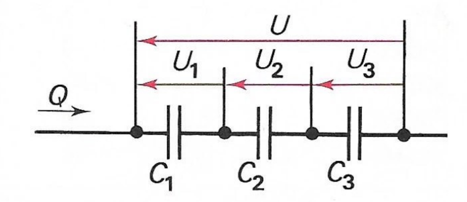


FIG. **10.05.** — Groupement en série de condensateurs.

3° En série (fig. 10.05). — La charge Q est commune, on a :

$$Q = C_1 U_1 \quad Q = C_2 U_2 \quad Q = C_3 U_3$$

or la tension totale est :

$$U = U_1 + U_2 + U_3$$

$$U = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}\right)$$

$$\frac{U}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} = \frac{1}{C_e}$$

L'inverse de la capacité équivalente est égale à la somme des inverses des capacités.

4° Remarque.

a) Les lois de groupement de condensateurs sont inversées par rapport à celles des résistances des résistors.

b) Pour obtenir une grande capacité équivalente on utilisera le montage en parallèle.

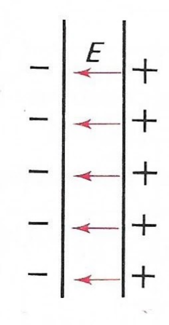


FIG. **10.06.** — Entre les armatures d'un condensateur, il y a un champ électrique *E*.

5. Énergie emmagasinée.

On démontre que l'énergie emmagasinée par un condensateur est :

(4) $$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} Q U$$

C en farads
Q en coulombs
U en volts
W en joules

6. Champ électrique.

1° Champ électrique. — Entre deux plaques chargées il existe un champ électrique. Si les plaques sont parallèles, le champ est uniforme (fig. 10.06).

Le champ électrique E entre deux plaques parallèles est égal au quotient de la tension U entre les deux plaques, par la distance e de celles-ci.

$$E = \frac{U}{e}$$

U en volts
e en mètres
E en V/m

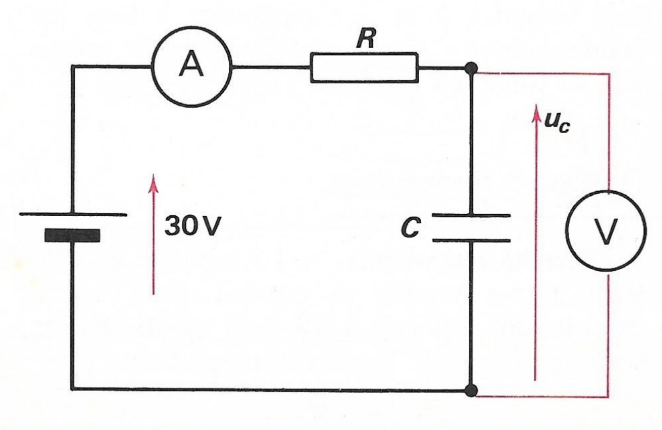


FIG. **10.07.** — Tracé de la courbe de charge.

2° Champ disruptif E_d. — Si l'on fait croître la tension entre les deux plaques, le champ augmente jusqu'au moment où un arc s'amorce d'une plaque à l'autre. Si l'isolant est solide, il est claqué (hors d'usage).

On appelle **champ disruptif (ou rigidité diélectrique) d'un isolant**, la valeur du champ électrique qui produit le claquage de cet isolant. Pour une épaisseur donnée de celui-ci, la tension correspondante U_d est dite disruptive. On a :

$$U_d = E_d e$$

Lorsqu'on utilise un condensateur il ne faut évidemment pas dépasser, ni même atteindre, sa tension disruptive. Quelques valeurs de champ disruptif se trouvent dans le tableau, page 67.

7. Condensateurs usuels.

1° Les principaux isolants utilisés dans la fabrication de condensateurs sont : le mica, le papier, l'air, les céramiques.

On fabrique aussi des condensateurs par voie électrolytique. Ces condensateurs ont des capacités élevées sous un faible volume **mais sont polarisés** et ne doivent être soumis qu'à des tensions continues de sens convenable.

2° Usages des condensateurs.

— En électronique (radio, télévision...).

— Dans une installation industrielle pour relever le facteur de puissance.

8. Charge d'un condensateur à travers un circuit résistif.

1° Expérience. — Un condensateur de capacité $C = 100\,\mu F$ est chargé avec une tension continue $E = 30$ V à travers un résistor de résistance $R = 100\,k\Omega$ (fig. 10.07). Un ampèremètre de calibre 300 µA, dont la résistance est négligée devant R, mesure le courant i. Un voltmètre, de résistance spécifique 200 kΩ/V, donc de résistance totale $v = 6\,M\Omega$ sur le calibre 30 V, mesure la tension u_C qui existe entre les bornes du condensateur. Ces valeurs n'ont pas été choisies au hasard : celles de R et de C permettront d'avoir une charge lente, la valeur $v = 60\,R$, permettra d'obtenir une tension u_C finale presque égale à 30 V.

2° Relevés et courbes.

a) Tableau des valeurs relevées : un chronomètre étant déclenché au moment de la fermeture de l'interrupteur K, les valeurs de i et de u_C sont relevées toutes les cinq ou dix secondes. Au bout de 50 s, le courant est pratiquement nul et la tension u_C n'évolue plus : la charge est terminée.

t (s)	0	5	10	20	30	40	50
i (µA)	300	182	110	41	15	5,5	0
u_C (V)	0	11,6	18,4	25,5	28	29	29,5

b) Courbe $i(t)$: c'est une exponentielle (fig. 10.08).

c) Courbe $u_C(t)$: c'est aussi une exponentielle (fig. 10.09).

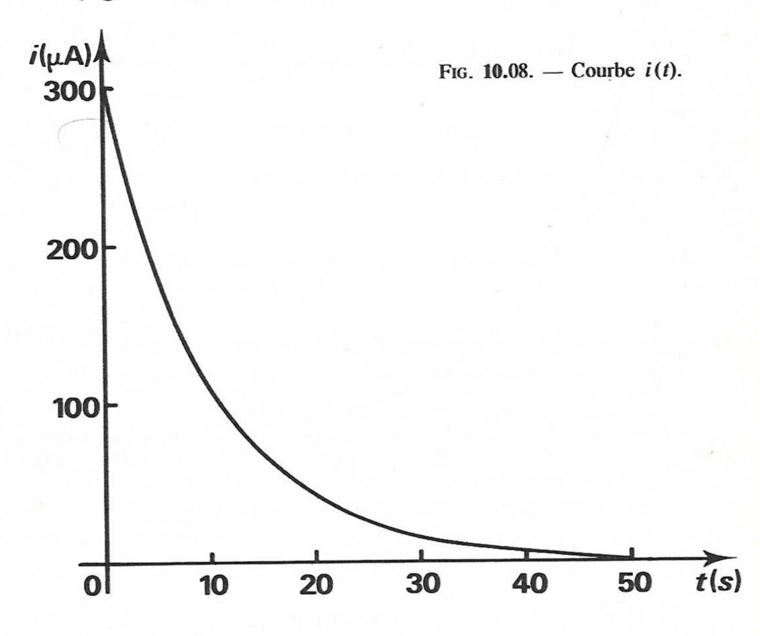


Fig. 10.08. — Courbe $i(t)$.

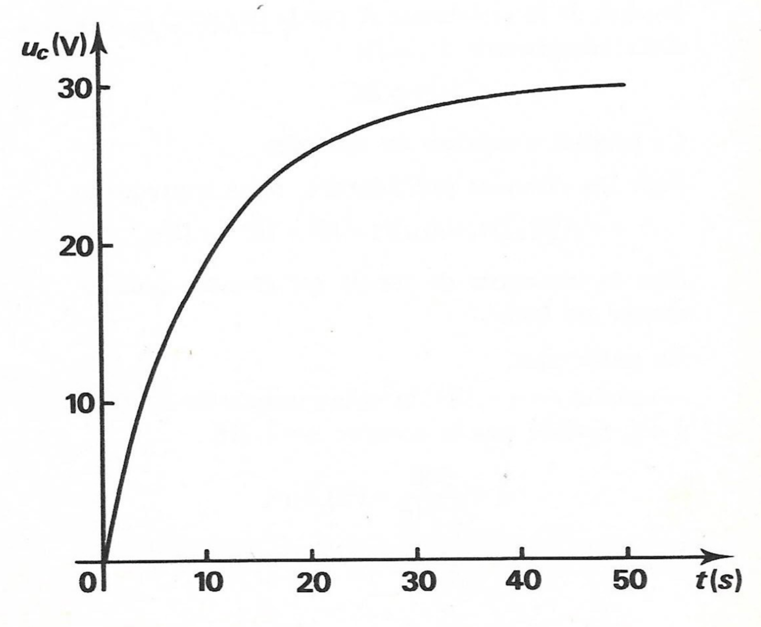


Fig. 10.09. — Courbe $u_C(t)$ pendant la charge.

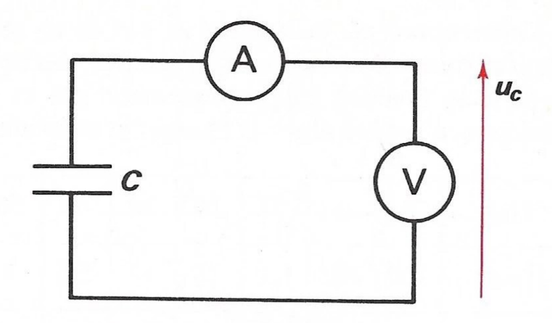


FIG. 10.10. — Tracé de la courbe de décharge.

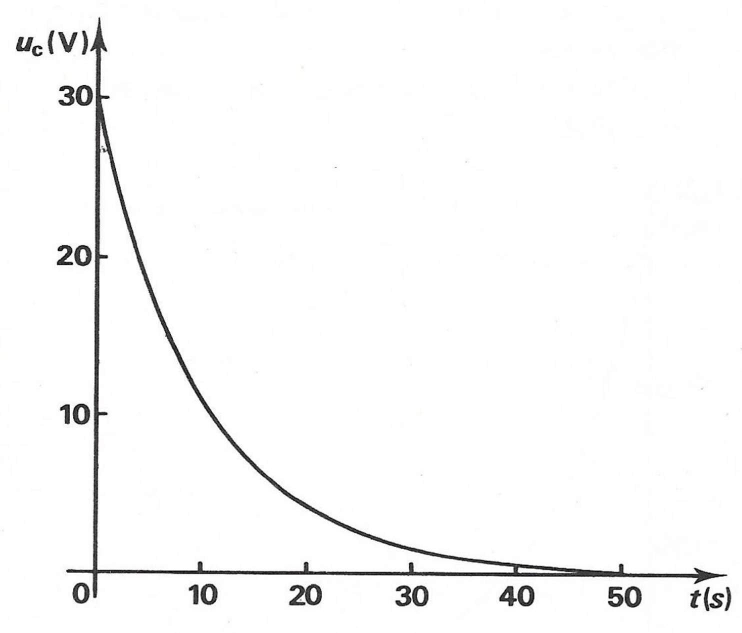


FIG. 10.11. — Courbe $u_C(t)$ pendant la décharge.

d) Constante de temps : on donne ce nom au produit de la résistance R par la capacité C des deux composants en série :

$$\tau = RC$$

Ce produit s'exprime en secondes.

Pour les données précédentes, nous trouvons :

$$\tau = (100\,\text{k}\Omega)(100\,\mu\text{F}) = 10^5 \times 10^{-4} = 10\,\text{s}.$$

Plus la constante de temps est grande, plus la charge est lente.

En particulier,

— quand $t = \tau = 10$ s, la valeur initiale du courant a été divisée par le nombre e = 2,718 :

$$i_\tau = \frac{300}{2{,}718} \approx 110{,}4\,\mu\text{A}$$

— quand $t = 5\,\tau = 50$ s, la charge est pratiquement terminée (voir tableau).

9. Décharge d'un condensateur à travers un circuit résistif.

1° Expérience. — Un condensateur préalablement chargé sous une tension de 30 V est mis en série avec un ampèremètre (résistance négligée), un voltmètre de calibre 30 V et de résistance 100 kΩ (fig. 10.10). Le voltmètre sert, en tant que tel, pour la mesure de u_C et, en même temps, joue le rôle de résistor de décharge.

2° Relevés et courbes.

a) Tableau des valeurs relevées :

t (s)	0	5	10	20	30	40	50
i (μA)	300	182	110	41	15	5,5	0
u_C (V)	30	18,2	11	4,1	1,5	0,5	0

b) Analyses des courbes :

— celle du courant est identique à la courbe obtenue lors de la charge puisque les valeurs sont les mêmes (fig. 10.08);

— la courbe $u_C(t)$ a maintenant la même allure (fig. 10.11) que $i(t)$; le tableau montre d'ailleurs clairement que u_C et i sont proportionnels. Cela s'explique aisément : la tension u_C est commune au condensateur et au résistor; donc $u_C = Ri$ et, R étant constant : $u_C \sim i$.

c) Constante de temps de décharge. — C'est $\tau = RC$ comme pour une charge; puisque nous avons retenu les mêmes valeurs dans les deux cas, nous trouvons à nouveau : $\tau = 10$ s.

Les propriétés résultant de la constante de temps sont les mêmes à la charge et à la décharge.

3° Conclusion. — La charge et la décharge d'un condensateur peuvent avoir des durées très variables : depuis un temps négligeable (1 nanoseconde par exemple) jusqu'à plusieurs semaines.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

10.01. — Un condensateur a des armatures de 10 dm^2 de surface et un isolant de 0,1 mm d'épaisseur dont la permittivité relative est $\varepsilon_r = 5$ et le champ disruptif 10 MV/m. Calculer :

1° La capacité du condensateur.

2° La tension maximale à appliquer pour avoir, par rapport à la tension disruptive, un coefficient de sécurité égal à 5.

Solution

1° Capacité :

$$C = \frac{S\varepsilon_r\,\varepsilon_0}{e} = \frac{0{,}885 \times 10^{-11} \times 0{,}1 \times 5}{0{,}1 \times 10^{-3}} = 4{,}43 \times 10^{-8}\,\text{F} = 44{,}3\,\text{nF}.$$

2° Tension disruptive :

$$U_d = E_d e = 10 \times 10^6 \times 0{,}1 \times 10^{-3} = 1\,000\,\text{V}.$$

Tension maximale avec le coefficient de sécurité :

$$U_m = \frac{U_d}{5} = \frac{1\,000}{5} = 200\,\text{V}$$

II. A RÉSOUDRE.

10.02. — Un condensateur de 2 μF est chargé sous une tension de 350 V. Calculer la quantité d'électricité et l'énergie emmagasinées.

10.03. — Deux condensateurs ont même capacité 4,7 μF et supportent la même tension 500 V. On les monte successivement en parallèle puis en série, et on applique à chaque fois la tension maximale que supporte leur groupement. Calculer pour chacun des deux montages :

1° La capacité équivalente.

2° La tension maximale applicable.

3° La quantité d'électricité totale emmagasinée.

4° L'énergie correspondante.

10.04. — On donne 3 paramètres d'un condensateur plan. Calculer le quatrième :

1° $S = 1\ km^2$	$\varepsilon_r = 1{,}5$	$e = 1$ cm
2° $C = 1$ F	$\varepsilon_r = 4$	$e = 1$ mm
3° $S = 1\ dm^2$	$e = 0{,}1$ mm	$C = 2\,000$ pF

10.05. — On possède 5 condensateurs de 2 μF pouvant supporter chacun 500 V.

Déterminer les groupements permettant d'obtenir les capacités suivantes :

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 μF.

Quelles sont les tensions maximales à appliquer à chaque groupement?

10.06. — Un condensateur au mica (voir tableau) a 1 dm^2 de surface et 0,2 mm d'épaisseur.

1° Calculer la capacité du condensateur et la tension maximale à appliquer (sans coefficient de sécurité).

2° Calculer la charge et l'énergie emmagasinées pour cette tension.

3° On fabrique un condensateur de surface double et d'épaisseur moitié. Calculer la nouvelle tension applicable et l'énergie. Conclusion.

11
LE MAGNÉTISME DANS LE VIDE (OU DANS L'AIR)

1. Les aimants.

1° Aimants naturels et artificiels. — Depuis des siècles, on connaît l'existence de substances capables d'attirer des petits morceaux de fer ou de la limaille : ces subtances sont des oxydes de fer, en particulier l'oxyde magnétique ou magnétite (Fe_3O_4); ce sont des aimants naturels (fig. 11.01).

limaille

Fig. **11.01**. — Aimant naturel attirant de la limaille.

En frottant toujours dans le même sens (fig. 11.02), un morceau d'acier de forme allongée, avec un aimant naturel nous obtenons un nouvel aimant : c'est un aimant artificiel.

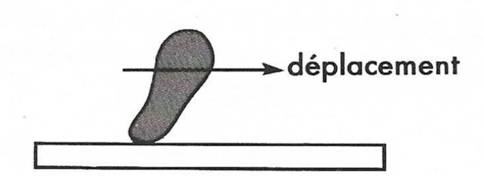


Fig. **11.02**. — Aimantation d'un morceau d'acier.

Le même résultat peut-être obtenu plus commodément en utilisant un courant électrique pour aimanter.

2° Propriétés des aimants.

a) Boussole. — La boussole est un aimant léger monté sur un axe. Placée loin de tout aimant (et de tout courant électrique) elle s'oriente toujours sensiblement dans la même direction : la direction Sud-Nord géographique. Mieux, si nous repérons ses deux extrémités, nous constatons que c'est toujours la même qui est dirigée vers le Nord : on a naturellement appelé **pôle Nord** de la boussole cette extrémité, l'autre est appelée pôle Sud (fig. 11.03).

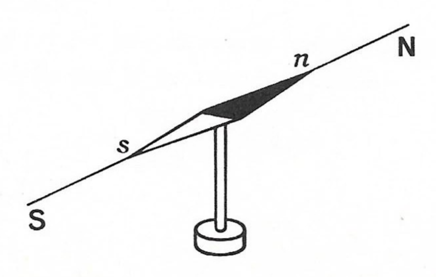


Fig. **11.03**. — La boussole indique le Nord.

b) Actions réciproques de deux aimants. — Repérons également les deux extrémités d'une seconde boussole et approchons, de son pôle Nord, le pôle Nord de la première (fig. 11.04) : il y a répulsion.

De la même façon nous constatons que deux pôles l'un Nord et l'autre Sud s'attirent :

— **deux pôles de même nom se repoussent;**

— **deux pôles de noms contraires s'attirent.**

Grace à cette propriété nous pouvons, avec une boussole, identifier les pôles de n'importe quel aimant.

c) Action sur les corps non aimantés. — Avec un aimant cherchons à attirer diverses substances; certaines sont attirées par l'aimant quel que soit le pôle présenté, ces substances seront dites ferromagnétiques, la liste en est très limitée : le fer, le cobalt, le nickel et certains de leurs composés et alliages.

Les autres substances ne subissent aucune attraction : cuivre, bois, matières plastiques, etc.

d) Aimantation par influence. — Plaçons un clou à l'extrémité d'un aimant : l'extrémité libre du clou attire de la limaille de fer (fig. 11.05). le clou s'est aimanté par **influence.** Si nous enlevons l'aimant, la presque totalité de la limaille tombe : le clou n'a donc pratiquement pas conservé d'aimantation, cette dernière était **temporaire.**

Si nous recommençons l'expérience avec une aiguille en acier, nous constatons qu'elle conserve une aimantation importante après l'élimination de l'aimant : l'aimantation de l'aiguille est dite **permanente.**

e) Expérience de l'aimant brisé. — Partageons en deux un aimant, perpendiculairement à son grand axe, en espérant ainsi séparer le pôle Nord du pôle Sud : cet espoir est déçu, chaque demi-aimant est devenu aimant à son tour avec un pôle Nord et un pôle Sud. Si nous poursuivions le partage nous ne réussirions pas davantage : il est impossible d'isoler un pôle d'aimant (fig. 11.06).

Cette expérience permet de penser que l'aimantation est une propriété de la particule de matière la plus petite, c'est-à-dire l'atome. C'est l'hypothèse avancée par Ampère et confirmée par les théories modernes du magnétisme.

2. Espace-champ magnétique.

1° Existence. — Laissons une boussole s'orienter librement suivant la direction Sud-Nord et approchons de son pôle Nord un pôle Sud d'aimant dans la direction perpendiculaire à celle de l'aiguille.

A grande distance, deux mètres par exemple, la boussole est indifférente à la présence de l'aimant; puis, au fur et à mesure de l'approche, nous voyons son pôle Nord se tourner vers le pôle Sud de l'aimant et, enfin, lorsque nous sommes très près de la boussole son axe est pratiquement dans le prolongement de celui de l'aimant. Nous déduirons de cette expérience (fig. 11.07) que :

— l'influence de l'aimant est d'autant plus grande que sa distance à la boussole est plus petite;

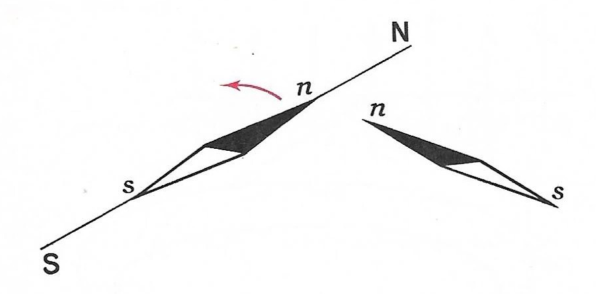


Fig. 11.04. — Deux pôles Nord se repoussent.

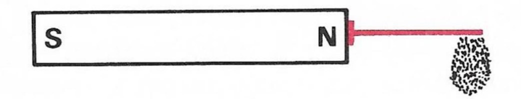


Fig. 11.05. — Le clou attire de la limaille.

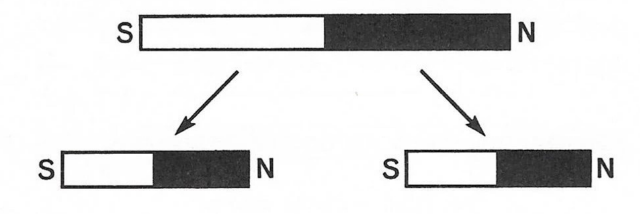


Fig. 11.06. — En brisant un aimant, on obtient deux nouveaux aimants.

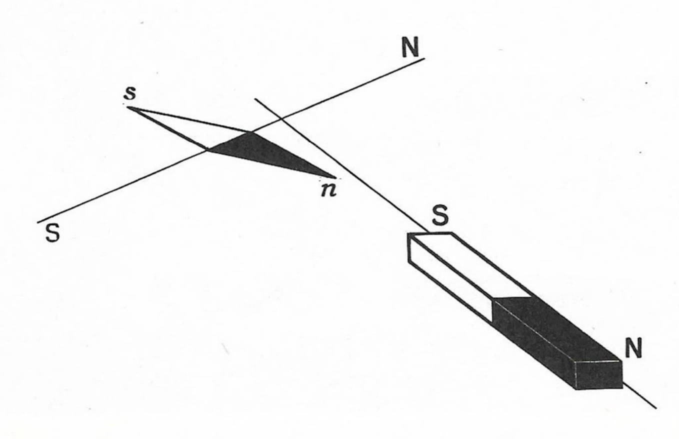


Fig. 11.07. — L'influence croît quand la distance diminue.

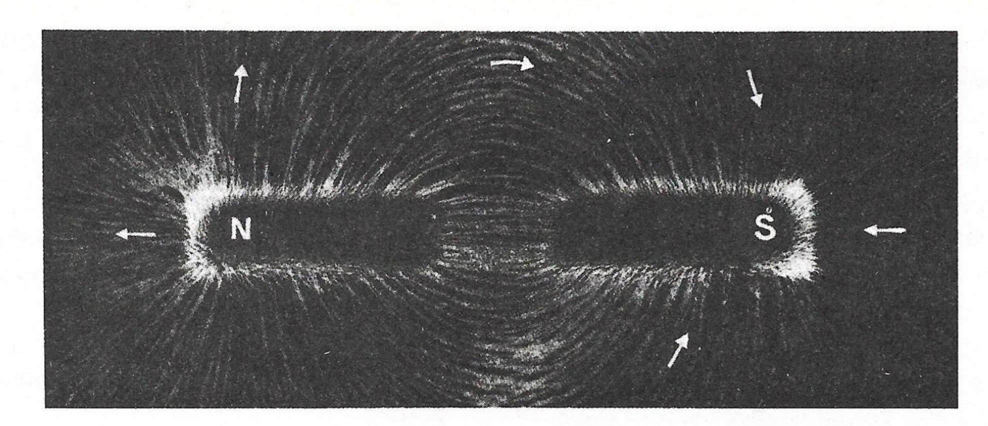


FIG. 11.08. — Champ magnétique d'un aimant droit.

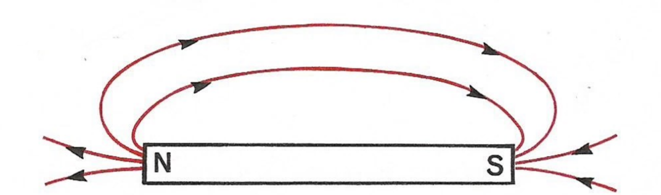


FIG. 11.09. — A l'extérieur de l'aimant, les lignes de champ sont orientées du Nord vers le Sud.

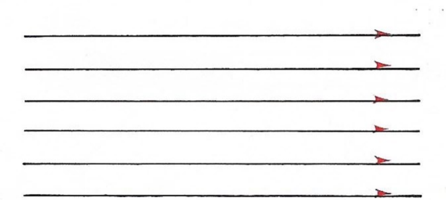


FIG. 11.10. — Champ uniforme.

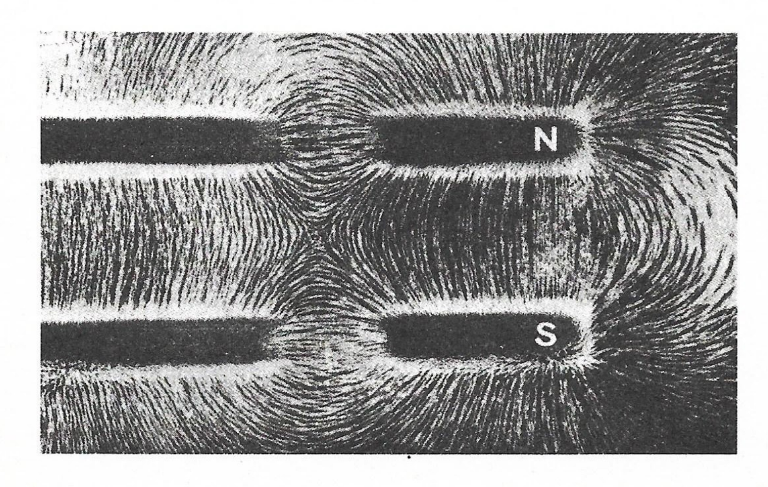


FIG. 11.11.

— à grande distance l'aimant n'agit plus.

→ **On appelle champ magnétique de l'aimant, l'espace situé autour de l'aimant et dans lequel il fait sentir son influence.**

2° Mise en évidence. — L'expérience du paragraphe précédent ne nous donne qu'une très vague idée de ce qu'est un champ magnétique.

L'utilisation de limaille de fer va nous permettre une « matérialisation » de ce champ magnétique. Sur une plaque en verre, saupoudrons de la fine limaille de façon régulière et plaçons la plaque sur un aimant droit; en tapotant légèrement pour faire sauter la limaille, nous voyons celle-ci se déplacer et se répartir en lignes allant d'un pôle à l'autre. Si, de plus, nous plaçons au hasard quelques petites aiguilles aimantées, appelées **magnétomètres,** nous constatons que ces aiguilles se placent partout suivant la direction de la tangente à la ligne de limaille (fig. 11.08). Les lignes matérialisées par la limaille ont reçu le nom de lignes de champ. Leur ensemble constitue le spectre magnétique de l'aimant.

REMARQUE : la figure 11.08 montre que les propriétés magnétiques sont surtout localisées aux extrémités (pôles) de l'aimant.

3° Propriétés des lignes de champ.

a) Elles sont orientées du nord vers le sud à l'extérieur de l'aimant (fig. 11.09).

b) En un point, il passe une ligne de champ et une seule. S'il y en avait deux, il y aurait deux orientations possibles pour une boussole; cette supposition est démentie par l'expérience. Il en résulte que deux lignes de champ ne se coupent jamais.

c) Il y a une infinité de lignes de champ; la limaille n'en matérialise que quelques unes.

d) Un faisceau de lignes de champ est appelé tube de champ. Si le tube a une section constante, les lignes sont parallèles; le champ est alors uniforme (fig. 11.10). On obtient un champ magnétique sensiblement uniforme entre les pôles d'un aimant en fer à cheval ou en plaçant parallèlement deux aimants identiques, pôles de noms contraires en regard (fig. 11.11).

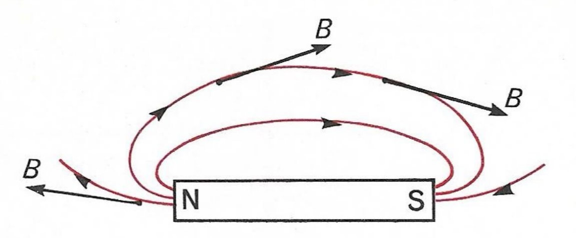


FIG. 11.12. — Le vecteur-champ est tangent à la ligne de champ et orienté comme elle.

3. Vecteur-champ magnétique.

1° Nécessité. — Toutes les expériences réalisées nous montrent qu'en un point de l'espace, l'action du champ magnétique est orientée. Cette orientation, mise en évidence par le magnétomètre, impose de traduire cette action par une grandeur vectorielle[1] : **le vecteur-champ magnétique $\vec{B}$.**

2° Éléments du vecteur-champ magnétique en un point.

— Son origine est le point considéré.

— Sa direction est l'axe du magnétomètre, elle est tangente à la ligne de champ qui passe par le point.

— Son sens est celui dans lequel cette ligne de champ est orientée : de la « queue » (pôle sud) vers la flèche (pôle nord) du magnétomètre (fig. 11.12).

— Sa valeur (module ou norme du vecteur) dépend de la distance du point à la source de magnétisme et des caractéristiques de celle-ci : importance de l'aimantation de l'aimant.

3° Mesure de la valeur du champ magnétique. — Nous mesurerons la valeur du champ magnétique grâce à la force qu'il développe sur un fil rectiligne parcouru par un courant électrique. Les détails de cette mesure, par la balance de Cotton, seront précisés au chapitre suivant. La mesure peut aussi être effectuée directement avec un teslamètre à effet Hall.

4° Unité de champ magnétique : le tesla (T).

a) Définition : **le tesla est le champ magnétique qui, de direction perpendiculaire à un fil rectiligne de un mètre de longueur, parcouru par un courant de un ampère, développe sur ce fil une force de un newton** (fig. 11.13).

(1) Le champ magnétique $\vec{B}$ est encore, souvent, appelé induction.

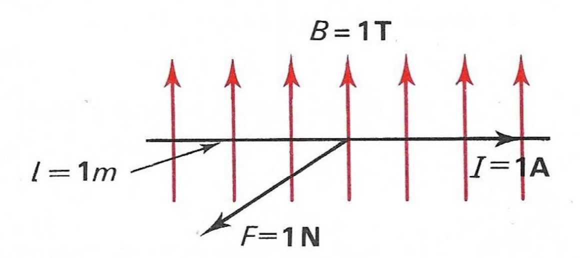


FIG. 11.13. — Unité de champ : le tesla.

b) Remarques :

1° La force est perpendiculaire au plan formé par le vecteur $\vec{B}$ et le fil.

2° Il est pratiquement impossible d'avoir un champ uniforme (donc $\vec{B} = \overrightarrow{C^{te}}$) sur un mètre de longueur; la mesure pourra être réalisée avec un fil plus court (voir chapitre 13 § 4).

c) Ordres de grandeur :

— champ développé par un aimant artificiel : quelques centièmes à quelques dixièmes de tesla;

— champ sous un pôle de machine électrique : 1 à 2 T;

— composante horizontale du champ terrestre : 20 µT.

4. Étude qualitative du champ magnétique produit dans l'air par un courant électrique.

1° — *a*) Nous savons déjà qu'une aiguille aimantée, placée sous un conducteur, dévie lorsque celui-ci est parcouru par un courant (chap. 2). Autour d'un courant électrique il y a donc un champ magnétique.

b) L'expérience montre qu'il n'y a aucune différence entre les propriétés des champs magnétiques des courants et ceux des aimants. Tout se passe comme si le champ magnétique avait « *oublié son origine* ».

2° Champ d'un courant rectiligne.

a) Pour explorer le champ, on fait traverser un plateau horizontal par un fil vertical et on saupoudre le plateau avec de la limaille (fig. 11.14).

b) Forme de spectre. — La limaille se dispose en cercles concentriques au fil. Le champ est de révolution autour du fil.

c) Sens du champ. — Quelques aiguilles aimantées nous indiquent le sens des lignes de champ.

Pour trouver ce sens il existe plusieurs règles pratiques.

d) Règle n° 1 du bonhomme d'Ampère. — Le sens des lignes de champ est tel qu'un observateur, placé le long du fil de façon que le courant lui entre par les pieds et lui sorte par la tête, voit les lignes orientées vers sa gauche (fig. 11.15).

e) Règle n° 2, de la main droite. — La main droite entourant le fil de façon que le pouce indique le sens du courant, le sens des lignes de champ est donné par l'orientation des autres doigts (fig. 11.16).

f) Règle n° 3, du tire-bouchon de Maxwell. — **Le sens des lignes de champ est celui dans lequel il faut faire tourner un tire-bouchon pour qu'il progresse dans le sens du courant** (fig. 11.17).

g) Inversement : il suffit d'appliquer l'une des trois règles pour retrouver le sens du courant qui produit des lignes de champ dont le sens est connu.

3° Champ d'un courant circulaire. — Pour explorer le champ on dispose un plateau horizontal dans le plan diamétral de la spire (fig. 11.18).

a) Forme du spectre. — 1° Vers le centre de la spire les lignes de champ sont pratiquement des droites.

2° En se rapprochant des points où la spire coupe le plan, les lignes se courbent de plus en plus.

3° Autour des traversées du plan on voit des courbes fermées qui sont des cercles à peine déformés.

b) Sens des lignes de champ. — Quelques aiguilles aimantées nous donnent le sens : les règles 1 et 2 s'appliquent directement, la règle 3 s'adapte ainsi : **le sens des lignes de champ est celui dans lequel progresse un tire-bouchon que l'on fait tourner dans le sens du courant.**

c) Faces de la spire. — Le pôle Nord de la boussole se dirige vers la face qui est vers nous : c'est une **face Sud** puisqu'elle attire le pôle Nord de l'aiguille (fig. 11.19).

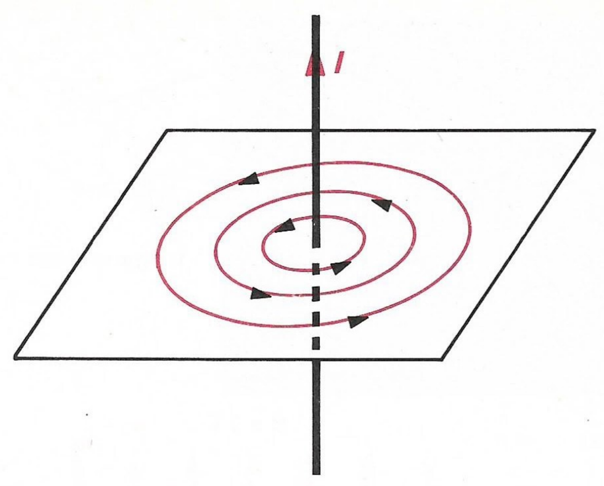


FIG. 11.14. — Champ d'un courant rectiligne.

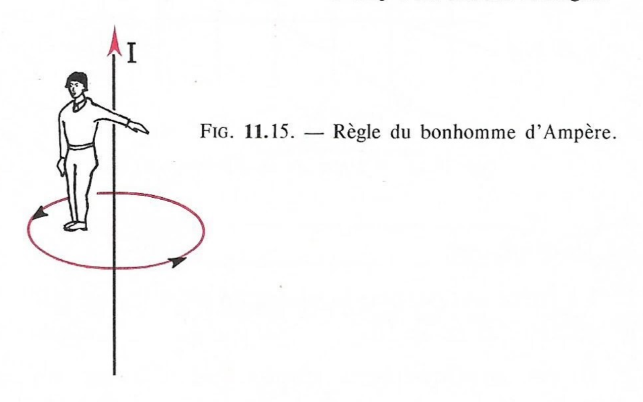


FIG. 11.15. — Règle du bonhomme d'Ampère.

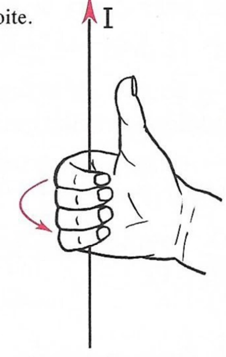


FIG. 11.16. — Règle de la main droite.

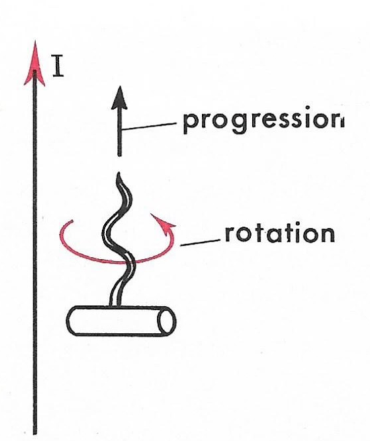


FIG. 11.17. — Règle du tire-bouchon de Maxwell.

Un moyen facile à retenir pour trouver sans erreur le nom d'une face est d'inscrire dans celle-ci, celle des deux lettres **N** ou **S** qui a les flèches dans le sens du courant (fig. 11.20).

4° Champ d'une bobine longue (solénoïde).

a) Forme des lignes (fig. 11.21) : 1° A l'intérieur, ce sont des lignes parallèles à l'axe de la bobine sauf au voisinage des fils où ce sont des cercles à peine déformés, parce que les spires ne sont pas jointives. **Le champ intérieur est donc sensiblement uniforme.**

2° A l'extérieur, le spectre est identique à celui d'un aimant droit.

b) Sens. — On le trouve comme pour une spire, en particulier avec la troisième règle.

c) Faces. — On les différencie comme pour une spire.

5° Champ d'une bobine en forme de tore.

a) Forme des lignes. — Ce sont des cercles concentriques sauf au voisinage des fils où l'on retrouve des petits cercles déformés lorsque les spires ne sont pas jointives (fig. 11.22).

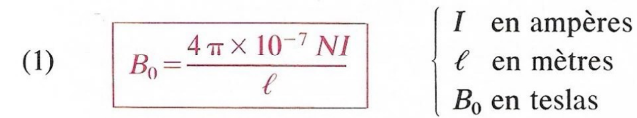
b) Sens. — Il est donné par la troisième règle.

c) Faces. — La bobine n'a plus de face, les faces de chaque spire étant neutralisées par les faces des spires voisines. D'ailleurs des magnétomètres placés autour de la bobine conservent la direction Sud-Nord géographique.

5. Étude quantitative.

1° Bobine longue ou solénoïde.

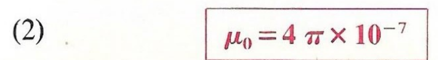
a) Soit une bobine de longueur ℓ et comportant un total de N spires traversées par un courant d'intensité I. Au voisinage de son centre O (fig. 11.23), le vecteur-champ magnétique a pour module :



(1) $$B_0 = \frac{4\pi \times 10^{-7} NI}{\ell}$$ I en ampères, ℓ en mètres, B_0 en teslas

b) Le produit NI doit être exprimé en ampères; toutefois, pour éviter des confusions, nous l'exprimerons en **ampèretours** (symbole A).

c) Le facteur numérique $4\pi \times 10^{-7}$ est noté μ_0 et appelé **constante magnétique :**



(2) $$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$$

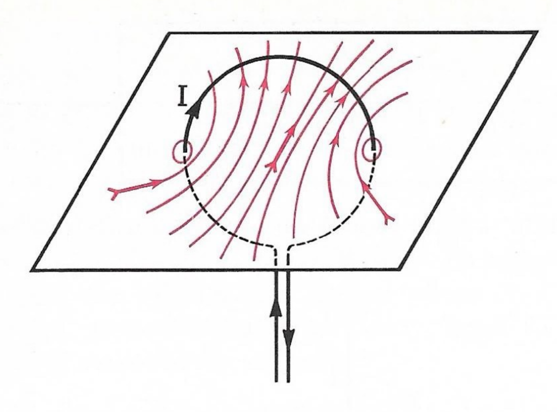


Fig. 11.18. — Champ d'un courant circulaire.

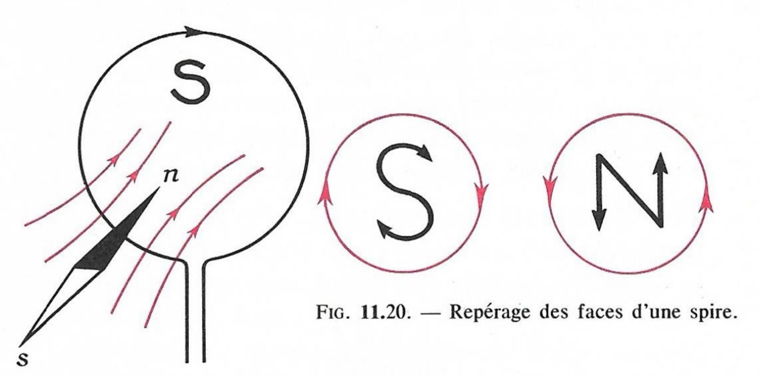


Fig. 11.19. — Le pôle Nord est attiré par la face Sud.

Fig. 11.20. — Repérage des faces d'une spire.

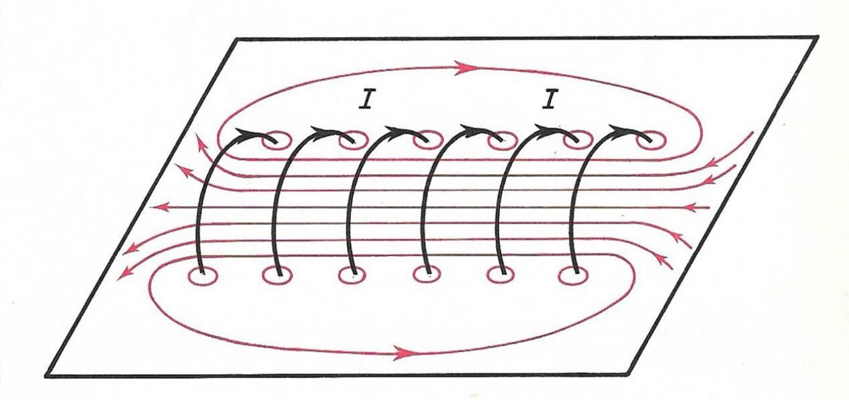


Fig. 11.21. — Champ d'une bobine longue.

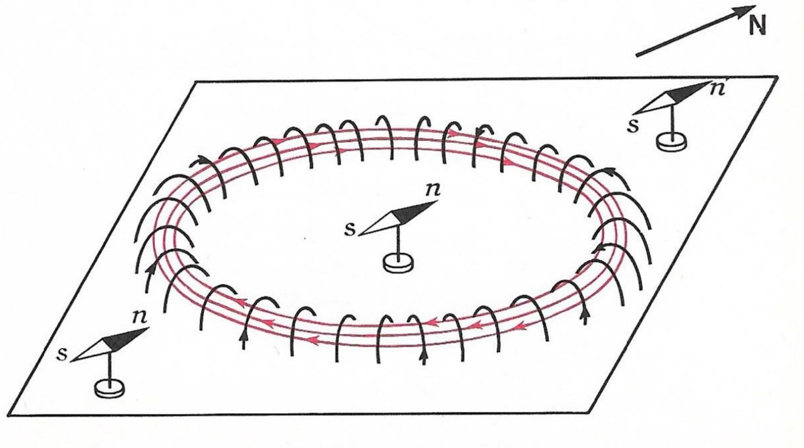


Fig. 11.22. — Champ d'une bobine en forme de tore.

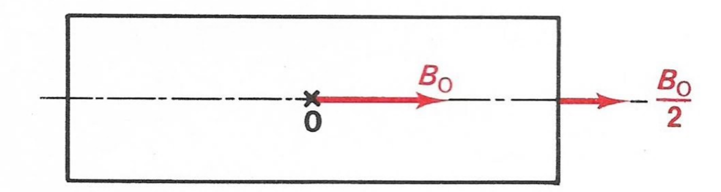


FIG. 11.23. — Bobine longue en coupe : champ au centre et sur une face.

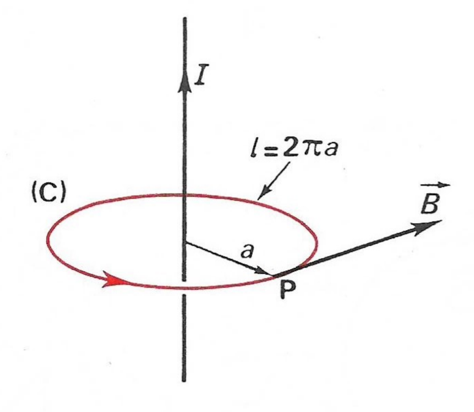


FIG. 11.24.

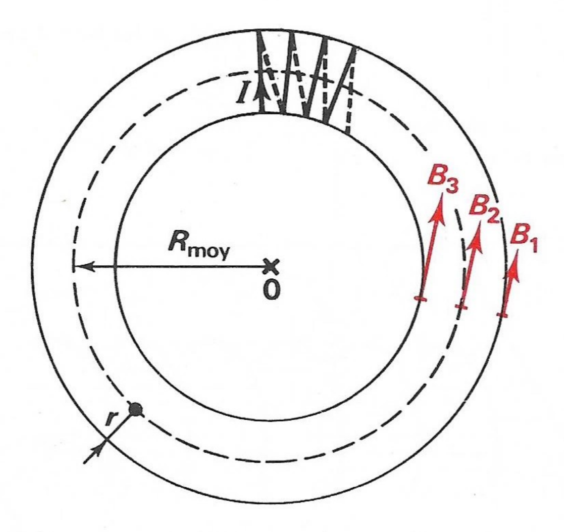


FIG. 11.25. — Le module du vecteur-champ croît quand on se rapproche du centre.

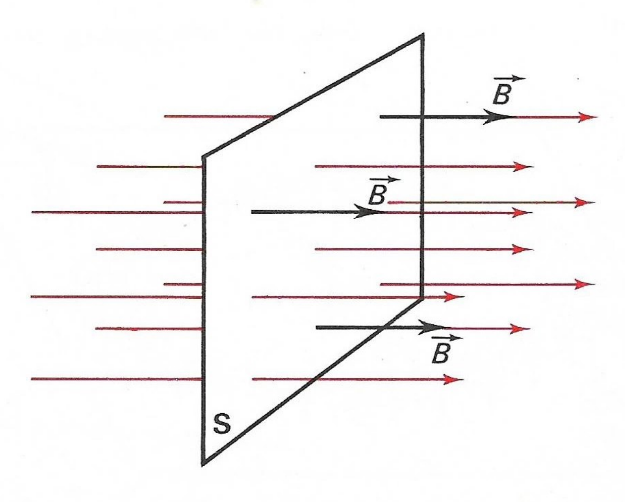


FIG. 11.26. — Surface perpendiculaire aux lignes de champ.

2° Remarques.

a) En toute rigueur la formule ne s'applique qu'à une bobine infiniment longue; elle est alors exacte en tout point.

b) Pour une bobine de dimensions finies, la valeur trouvée est correcte au voisinage du centre si la longueur ℓ de la bobine est grande devant son diamètre d; pratiquement si $\ell \geqslant 7\,d$.

c) Même si $\ell \geqslant 7\,d$, la formule donne une valeur excessive pour les points autres que le centre 0 (fig. 11.23). En particulier, sur les faces terminales de la bobine, le champ est à peu près égal à la moitié de la valeur donnée par la formule (1).

d) Conclusion : la formule donne une valeur trop grande; puisque $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7} \approx 12{,}57 \times 10^{-7}$ en arrondissant le premier facteur à 12,5, nous nous rapprochons de la vérité et simplifions les calculs :

$$B_0 \approx \frac{12{,}5 \times 10^{-7}\,NI}{\ell} = \frac{NI}{800\,000\,\ell}$$

3° Théorème d'Ampère.

a) Énoncé. — le long d'une ligne de champ fermée, si le vecteur-champ a un module constant, le produit de ce module B par la longueur ℓ de la ligne est égal au produit par $\mu_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}$ des ampèretours enlacés par cette ligne :

$$B_0\,\ell = \mu_0 NI.$$

b) Exemple d'application. — Considérons un fil rectiligne infiniment long. Dans un plan perpendiculaire à ce fil, les lignes de champ sont des cercles (fig. 11.24). Sur l'un d'eux de rayon a, en un point P, le vecteur-champ est tangent au cercle. La longueur de la ligne est $2\,\pi\,a$, le théorème d'Ampère donne :

$$2\,\pi\,a B_0 = 4\,\pi \times 10^{-7}\,I$$

soit :

$$B_0 = \frac{2 \times 10^{-7}\,I}{a}$$

4° Bobine ayant la forme d'une couronne cylindrique.

a) Vocabulaire : la couronne peut avoir une section quelconque (carrée, rectangulaire, circulaire...); seule la bobine à section circulaire porte le nom de tore mais en électricité, ce nom est souvent donné quelle que soit la forme de la section.

b) Calcul du module du champ. — Soit N le nombre de spires traversées par le courant I; sur une ligne de champ intérieure de longueur ℓ, le module du vecteur-champ est (théorème d'Ampère) :

$$B_0 \ell = \mu_0 NI \qquad \text{soit,}$$

(1) $$\boxed{B_0 = \frac{\mu_0 NI}{\ell}}$$

c) Remarque : la formule est la même que pour une bobine longue mais cette fois elle est valable en tout point intérieur. Notons que la valeur ℓ dépend de la ligne choisie : le champ croît quand on se rapproche du centre O (fig. 11.25).

6. Flux magnétique.

1° Notions de flux.

a) Nécessité d'une nouvelle grandeur. — Il est pratiquement impossible d'obtenir dans une grande étendue un champ magnétique uniforme tel que $\vec{B} = \overrightarrow{\text{Cte}}$.

Les lois de variations du champ n'étant pas simples, les calculs utilisant cette grandeur deviennent vite compliqués ou impossibles. Nous allons donc introduire une nouvelle grandeur dont l'emploi est plus pratique.

b) Définition du flux (Φ). — Plaçons-nous dans l'hypothèse d'un champ uniforme, donc d'un vecteur $\vec{B}$ qui reste équipollent à un vecteur fixe, et soit une surface plane perpendiculaire aux lignes de champ.

On appelle flux du vecteur constant $\vec{B}$, à travers une surface plane qui lui est perpendiculaire, le produit du module de $\vec{B}$ par l'aire S de la surface (fig. 11.26).

$$\Phi = BS \quad \begin{cases} B \text{ en teslas} \\ S \text{ en m}^2 \\ \Phi \text{ en webers (voir } e) \end{cases}$$

c) Formules. — Une surface oblique doit être remplacée par sa projection sur un plan perpendiculaire aux lignes de champ.

Soit α l'angle de la surface et de sa projection, cet angle est aussi celui de $\vec{B}$ et de la normale $\vec{N}$ (ou perpendiculaire) à la surface (fig. 11.27).

Le flux est alors : $\Phi = BS' = BS \cos \alpha$

(3) $$\boxed{\Phi = BS \cos \alpha} \quad \begin{cases} B \text{ en teslas} \\ S \text{ en m}^2 \\ \Phi \text{ en webers} \end{cases}$$

d) Remarques. — Si $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$ et nous retrouvons le cas précédent où $\Phi = BS$.

— Si $\alpha = 90°$, $\cos \alpha = 0$ et $\Phi = 0$, le flux est nul, ce qui s'explique facilement par le fait que la surface n'est traversée par aucune ligne de champ (fig. 11.28).

e) Unité de flux : le weber (Wb). — *Le weber est le flux qui traverse une surface plane de 1 m² placée perpendiculairement aux lignes d'un champ uniforme de un tesla.*

2° Flux algébrique.

a) Flux à travers une spire placée dans un champ magnétique. — Quand une spire conductrice est placée dans un champ, elle est traversée par le flux $\Phi = BS \cos \alpha$. Si la spire n'est parcourue par aucun courant, ses deux faces sont identiques et après rotation de 180° de la spire, nous retrouvons le même flux.

b) Flux propre d'une spire. — Quand une spire est parcourue par un courant, elle créé un champ magnétique dans lequel elle se trouve plongée et se trouve donc traversée par un flux. Ce flux produit par la spire elle-même est le **flux propre**. Les lignes de champ entrent par la face sud de la spire et, par extension, nous dirons que le flux propre pénètre par la face sud.

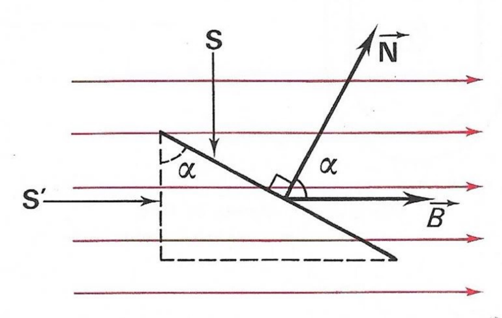


FIG. 11.27. — Surface oblique par rapport aux lignes de champ (vue de face).

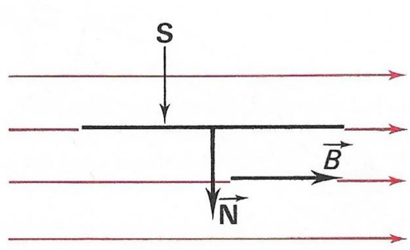


FIG. 11.28. — Le flux est nul à travers une surface parallèle aux lignes de champ.

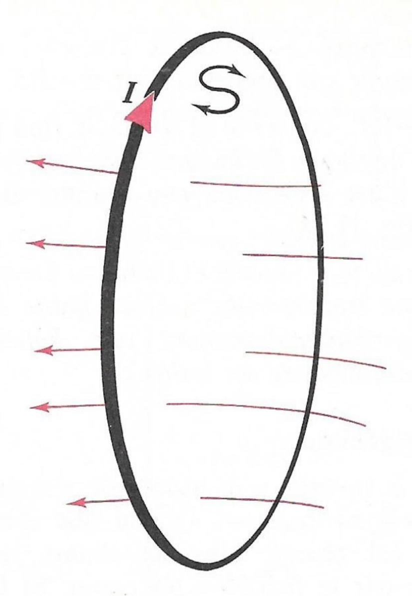


FIG. **11.29.** — Le flux propre est positif.

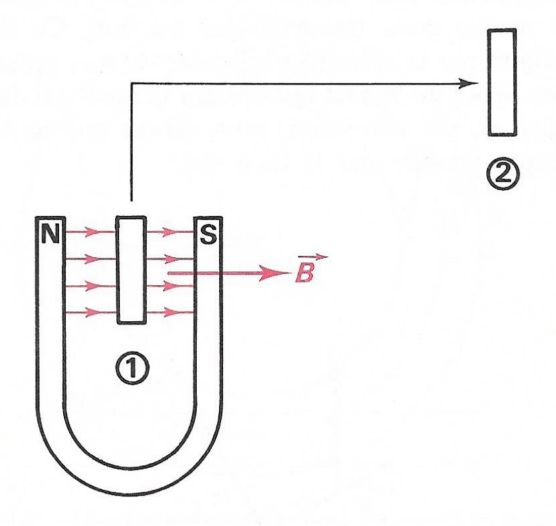


FIG. **11.30.** — Mesure du flux.

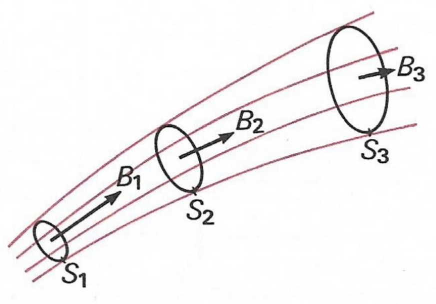


FIG. **11.31.** — A l'intérieur d'un tube de champ, le module de $\vec{B}$ décroît quand la section augmente.

c) Si une spire déjà traversée par son flux propre est placée dans un champ magnétique étranger (dû à un aimant, par exemple), deux cas peuvent se présenter :

— ou les lignes du champ étranger pénètrent par la face sud, et le flux correspondant s'ajoute au flux propre;

— ou les lignes du champ étranger pénètrent par la face nord et les deux flux se retranchent.

Pour distinguer les deux cas nous allons faire une convention de signe.

d) Convention : **le flux qui traverse un circuit électrique parcouru par un courant est positif quand il entre par la face Sud de ce circuit. Il est négatif dans le cas contraire.**

e) Remarque : avec cette convention, le flux propre est toujours positif (fig. 11.29).

3° Flux à travers une bobine.

a) Lorsqu'une bobine est placée dans un champ magnétique, chacune de ses spires est traversée par un flux. Si le champ est uniforme ($\vec{B} = \overrightarrow{Cte}$), le flux est le même à travers chaque spire et si N est le nombre total de spires, le flux total, ou flux embrassé, est :

$$\Phi_T = N\Phi = BSN \cos \alpha.$$

b) Exemple. — Une bobine de 600 spires est placée dans un champ de 0,5 T; l'axe de la bobine étant parallèle aux lignes de champs et la section d'une spire étant de 12 cm^2 quel est le flux total à travers la bobine?

Flux à travers une spire :

$$\Phi = BS = 0{,}5 \times 12 \times 10^{-4} = 6 \times 10^{-4}\,\text{Wb}$$

Flux total :

$$\Phi_T = N\Phi = 600 \times 6 \times 10^{-4} = 0{,}36\,\text{Wb}.$$

4° Mesure des variations de flux.

a) La mesure directe du flux qui traverse une bobine à un instant déterminé est impossible. En revanche, il est possible de mesurer une variation de flux à l'aide d'un fluxmètre ou d'un galvanomètre balistique. On en déduit ensuite la valeur du champ.

b) Exemple de mesure : une bobine reliée à un fluxmètre et comportant $N = 50$ spires dont la section est $S = 4$ cm^2 est placée entre les pôles d'un aimant en fer à cheval, perpendiculairement aux lignes de champ (fig. 11.30, position 1). Éloignons la bobine hors de tout champ (position 2), l'appareil indique $\Delta\Phi = 10^{-2}$ Wb.

Soit Φ_1 le flux initial à travers la bobine, le flux final Φ_2 étant nul, la variation de flux est égale à Φ_1 :

$$\Delta\Phi = |\Phi_2 - \Phi_1| = \Phi_1.$$

Ce flux est aussi : $\Phi_1 = BSN$, on en déduit le champ :

$$B = \frac{\Phi_1}{SN} = \frac{10^{-2}}{4 \times 10^{-4} \times 50} = 0{,}5\,\text{T}.$$

c) Si dans un champ, une bobine est traversée par un flux et que nous la retournons face pour face (rotation de 180°), le flux varie de Φ à zéro quand la bobine tourne de 90° puis de zéro à Φ pour la rotation suivante (de 90° à 180°) et la variation totale est $2\,\Phi$.

5° Propriété du flux.

a) Propriété fondamentale. — **A l'intérieur d'un tube de champ le flux conserve une valeur constante. On dit qu'il est conservatif.**

Il résulte de cette propriété et de la formule $B = \frac{\Phi}{S}$ que :

— si le tube de champ est divergent, le module du vecteur-champ diminue puisque les sections normales de ce tube sont de plus plus grandes (fig. 11.31);

— si le tube est convergent, le module augmente.

b) Tube de champ dans la matière. — Dans l'air nous avons une idée de l'allure des lignes de champ grâce aux spectres magnétiques. Dans la matière (cuivre, fer, bois...) nous ne pouvons obtenir de spectres.

Nous admettrons que les lignes et les tubes de champ se continuent dans la matière et que la propriété fondamentale y est respectée. Nous pouvons ainsi imaginer le tube de champ dans un aimant droit, par analogie avec ce que nous voyons à l'intérieur d'un solénoïde : à l'intérieur d'un aimant droit, le champ est identique à celui d'un solénoïde (fig. 11.32).

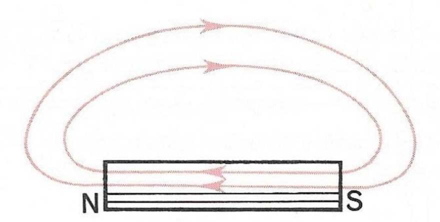


FIG. 11.32. — A l'intérieur de l'aimant, le tube de champ continue.

Exercices

11.01. — Un solénoïde très long comporte, par mètre de longueur, 1 200 spires traversées par un courant de 1,5 A. Calculer le champ magnétique à l'intérieur.

Réponse : $B_0 = 2{,}25$ mT.

11.02. — Une bobine longue comporte 600 spires parcourues par un courant de 3,5 A. La longueur de la bobine est 0,5 m. calculer le champ magnétique (supposé uniforme à l'intérieur).

Réponse : 5,28 mT.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

11.03. — Une bobine en forme de tore a les caractéristiques suivantes : diamètre intérieur $D_i = 260$ mm; diamètre extérieur $D_e = 340$ mm; nombre de spires : $N = 1\,200$; courant $I = 2{,}5$ A. Calculer :

1° Le diamètre moyen de la bobine.

2° Le champ sur chacune des trois circonférences : intérieure, moyenne, extérieure.

Solution

1° Diamètre moyen :

$$D_m = \frac{260 + 340}{2} = 300 \text{ mm}.$$

2° Champs :
sur la circonférence intérieure :

$$\ell_i = \pi D_i = 816 \text{ mm}$$
$$B_i = \frac{4\pi \times 10^{-7} NI}{\ell_i} = 4{,}62 \text{ mT}$$

sur la circonférence moyenne :

$$\ell_m = \pi D_m = 942 \text{ mm}$$
$$B_m = 4 \text{ mT}$$

sur la circonférence extérieure :

$$\ell_e = \pi D_e = 1\,068 \text{ mm}$$
$$B_e = 3{,}53 \text{ mT}$$

11.04. — Calculer le flux qui traverse une surface plane de 0,2 m^2 placée dans un champ uniforme $B = 0{,}3$ T.

1° Quand la surface est perpendiculaire aux lignes de champ.

2° Quand la normale à la surface fait un angle de 30^0 avec les lignes de champ.

Solution abrégée

Rappelons que $\Phi = BS \cos \alpha$.

1° $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$, le flux est :

$$\Phi = BS = 0{,}2 \times 0{,}3 = 0{,}06 \; Wb.$$

2° $\alpha = 30^0$, $\cos \alpha = 0{,}866$

$$\Phi = BS \cos \alpha = 0{,}2 \times 0{,}3 \times 0{,}866 = 0{,}052 \text{ Wb}.$$

II. AVEC RÉPONSES.

11.05. — Pour mesurer le champ produit par un aimant au voisinage de son pôle, on place la bobine exploratrice d'un fluxmètre contre ce pôle et on la retire brusquement. Le fluxmètre a une déviation de 150 divisions. Calculer le champ sachant que :

— la bobine sonde comporte 125 spires de 2 cm^2;

— une division du fluxmètre correspond à 10^{-4} Wb.

Réponse : 0,6 T.

11.06. — Une bobine de 200 spires ayant chacune une section de 10 cm² est placée dans un champ uniforme dont le module est 0,4 T. L'axe de la bobine fait un angle de 45° avec les lignes de champ. Calculer :

1° Le flux à travers la section droite de la bobine.

2° Le flux total embrassé.

Réponses : 0,283 mWb; 56,6 mWb.

III. A RÉSOUDRE.

11.07. — L'axe d'une bobine de 600 spires de 12 cm^2 de section est placé parallèlement aux lignes d'un champ magnétique. La bobine est reliée directement à un fluxmètre. Quand on la retire du champ le fluxmètre indique 12 mWb. Calculer :

1° Le flux à travers la section droite de la bobine.

2° La valeur moyenne du champ.

11.08. — Une bobine exploratrice comportant 50 spires de 1,5 cm^2 est placée sous un pôle de machine électrique. Quand on retire la bobine, le fluxmètre indique 10,5 mWb. Calculer le flux total qui sort du pôle en supposant que le champ a un module constant. La surface du pôle est 0,4 m^2.

11.09. — Une bobine en forme de tore a un diamètre moyen de 240 mm et une section de 8 cm^2. Elle comporte 1 250 spires traversées par un courant de 6 A. Calculer :

1° Le champ sur la circonférence moyenne.

2° Le flux total à travers la bobine en admettant que les valeurs du 1° sont valables en tout point.

12
FERROMAGNÉTISME

1. Phénomènes d'aimantation.

1° Expériences.

a) Source de champ magnétique : c'est une bobine de 600 spires traversées par un courant de 0,5 A.

b) Action sur une aiguille aimantée :

— placée à 20 cm de la bobine, l'aiguille aimantée dévie à peine (fig. 12.01);

— si nous introduisons un noyau de fer dans la bobine, l'aiguille dévie franchement (fig. 12.02);

— remplaçons le noyau de fer par un noyau de cuivre (ou d'aluminium) : l'aiguille ne dévie pas plus qu'en l'absence de noyau.

c) La mesure du champ magnétique avec une sonde de Hall donne 1,5 millitesla sans le fer et 400 milliteslas avec le fer.

d) Si dans un champ magnétique sensiblement uniforme (fig. 12.03) nous plaçons un noyau de fer, la distribution des lignes de champ est totalement modifiée (fig. 12.04) : les lignes se resserrent pour se concentrer dans le fer. La section d'un tube de champ étant bien plus petite dans le fer que dans l'air, **le module du champ y est beaucoup plus grand.**

e) Conclusion. — En effectuant de nombreuses expériences, nous pourrions classer les substances en deux catégories :

— **Les substances ferromagnétiques** qui modifient les spectres obtenus dans l'air et renforcent considérablement le module du vecteur-champ : ce sont le fer, le nickel, le cobalt et un grand nombre de leurs alliages.

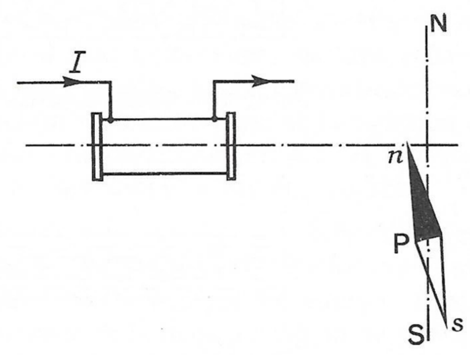


FIG. 12.01.

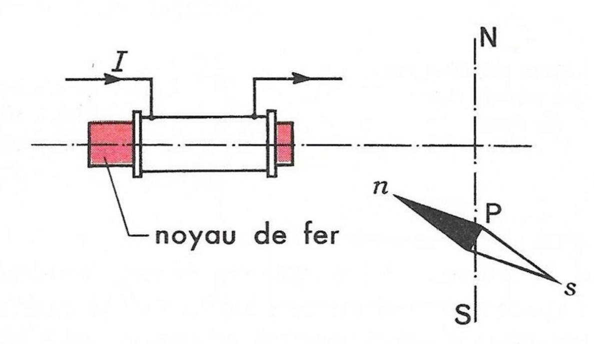
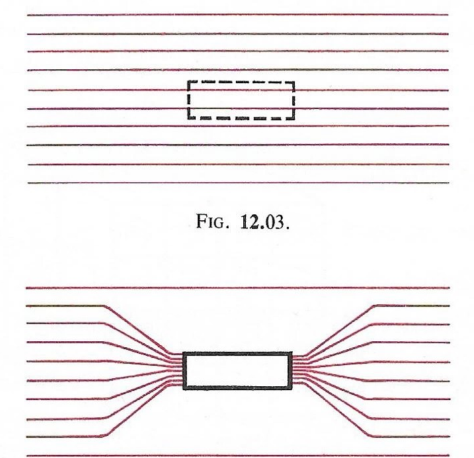


FIG. 12.02. — Le noyau ferromagnétique renforce le champ.

FIG. 12.03.


FIG. 12.04. — Le noyau canalise les lignes de champ.

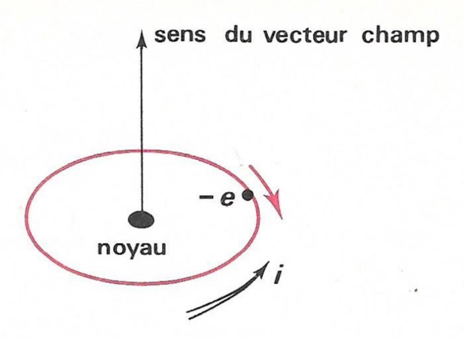


Fig. 12.05. — La trajectoire de l'électron équivaut à un courant circulaire.



Fig. 12.06. — Dipôles magnétiques en désordre.

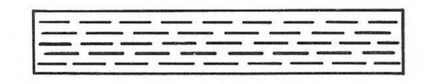


Fig. 12.07. — Dipôles magnétiques orientés.

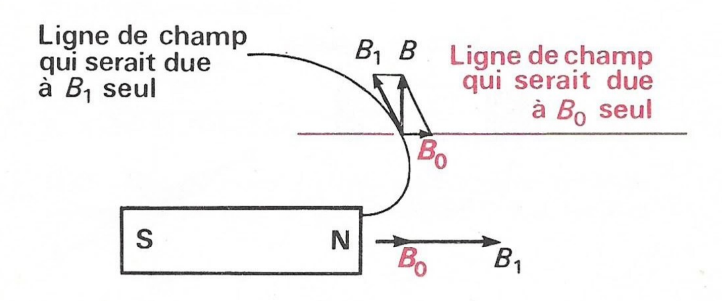


Fig. 12.08. — Le vecteur-champ en un point résulte de $\vec{B_0}$ et de $\vec{B_1}$.

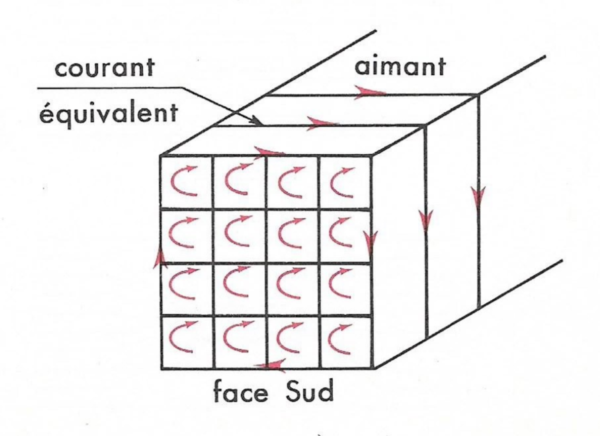


Fig. 12.09. — L'aimant droit équivaut à une bobine longue.

— **Les substances amagnétiques ou non magnétiques** qui ne modifient pas le champ magnétique qui était obtenu dans l'air, ni dans son aspect, ni dans sa valeur : ce sont toutes les autres substances.

2° Théorie simplifiée du magnétisme.

a) Nous savons que, dans toutes les substances, les électrons liés sont en perpétuelle rotation autour du noyau de leur atome. Étudions un atome ne comportant qu'un seul électron. Ce dernier tourne et est équivalent à un courant de sens inverse, comparable à celui d'une spire circulaire; il créé un champ magnétique (fig. 12.05). Chaque atome est donc équivalent à un petit aimant appelé dipôle magnétique.

b) Tant qu'une substance n'a subi aucune influence magnétique, ses dipôles ont toutes les orientations possibles (fig. 12.06) et leurs actions se compensent : la substance n'a aucune propriété magnétique.

c) Quand une substance est placée dans un champ magnétique, deux cas peuvent se rencontrer :

— ou les dipôles ne peuvent s'orienter : la substance n'est pas magnétique;

— ou les dipôles s'orientent sous l'action du champ (fig. 12.07) la substance est ferromagnétique et l'échantillon utilisé est le siège d'une aimantation induite; il devient source de champ magnétique. Il produit un champ magnétique $\vec{B_1}$ et le champ en un point est la somme de $\vec{B_0}$ (qui est produit dans l'air par la source initiale) et de $\vec{B_1}$ (fig. 12.08). Le module de $\vec{B_1}$ est tellement supérieur à celui de $\vec{B_0}$ que ce dernier peut être négligé.

3° Propriétés dues à l'aimantation.

a) Apparition de pôles. — Aux extrémités d'un barreau de substance ferromagnétique, l'aimantation induite créé des pôles (fig. 12.08). Ce sont ces pôles qui à l'extérieur produisent le champ $\vec{B_1}$.

b) Aimantation temporaire. — Si, après l'élimination de la source qui produisait le champ magnétique, la substance perd son aimantation, cette dernière est dite **temporaire.** Ce type d'aimantation est celui du fer pur.

c) Aimantation permanente. — Si après l'élimination de la source qui produisait le champ magnétique, la substance conserve la plus grande partie de son aimantation, celle-ci est dite **perma-**

nente. Ce type d'aimantation est celui de l'acier et de tous les alliages qui servent à fabriquer les aimants permanents.

d) Aimants permanents. — Considérons un barreau aimanté. Les dipôles se sont orientés dans le sens de la longueur (revoir fig. 12.07). Les électrons et les courants correspondants circulent dans des plans perpendiculaires au grand axe du barreau. Nous constatons (fig. 12.09), qu'à l'intérieur d'une section droite, les courants annulent leurs effets et que seul subsiste un courant périphérique. Finalement l'aimant droit est équivalent à une bobine longue; cela explique l'identité des champs extérieurs et permet de supposer qu'à l'intérieur d'un barreau aimanté le champ a la même structure qu'à l'intérieur d'un solénoïde.

Nous comprenons mieux maintenant qu'il y ait identité entre les champs des courants et ceux des aimants : ils ont tous la même origine, un courant électrique.

4° Point de Curie. — Les propriétés magnétiques disparaissent quand on chauffe les substances au-delà d'une température appelée « *point de Curie* », 750 °C environ.

5° Excitation magnétique *H*.

a) Nécessité d'une nouvelle grandeur. A l'intérieur d'une bobine déterminée (avec $I = \text{Cte}$) le champ magnétique est B_0 dans l'air et $B \gg B_0$ si l'on introduit un noyau ferromagnétique. Cette valeur B varie d'ailleurs avec la qualité et les dimensions du noyau. Ainsi donc, avec une source de champ magnétique strictement inchangée, le module du vecteur-champ peut être **très variable.** Dans ces conditions, il est nécessaire de préciser les propriétés de la source par une nouvelle grandeur qui lui est propre : **l'excitation magnétique.**

b) Calcul de l'excitation magnétique. — Au voisinage du centre d'une bobine longue, et à l'intérieur d'une bobine en forme de tore, l'excitation magnétique est égale au nombre d'ampèretours par mètre de longueur :

(1) $$H = \frac{NI}{\ell}$$ NI en ampèretours, ℓ en mètres, H en A/m

c) Relation entre l'excitation magnétique et le champ qui est produit dans l'air. Comparons les deux formules :

$B_0 = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ et $H = \frac{NI}{\ell}$, il vient :

(2) $$B_0 = \mu_0 H$$

Compte tenu de $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000}$, nous avons :

(3) $$B_0 \approx \frac{H}{800\,000}$$

d) Remarque : la relation $B_0 = \mu_0 H$, établie sur un cas particulier, est valable quelle que soit l'expression de l'excitation magnétique.

2. Étude quantitative de l'aimantation.

1° Courbe d'aimantation.

a) Objectif. — Pour avoir des précisions quantitatives sur l'aimantation des substances magnétiques, il faut déterminer, sur des échantillons de chacune d'elles, la correspondance entre l'aimantation induite obtenue et l'excitation qui l'a créée. Cette correspondance n'est pas une relation mathématique, c'est une courbe.

b) Principe du tracé. — L'échantillon est une couronne cylindrique sur laquelle sont enroulées N spires traversées par un courant I. Si ℓ est la longueur de la ligne de champ moyenne, nous pouvons calculer l'excitation magnétique H et le champ B_0 qui serait obtenu en l'absence de noyau ferromagnétique :

$$H = \frac{NI}{\ell} \quad \text{et} \quad B_0 = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

La valeur B, du champ obtenu à l'intérieur du noyau, est mesurée.

c) Courbe *B(H)*. — Pour un acier doux, nous donnons (fig. 12.10, page 86) la courbe et le tableau de valeurs qui a servi à la tracer. Jusqu'à 500 A/m, la courbe est une droite passant par l'origine, le champ et l'excitation sont proportionnels. Ensuite le champ B croît de moins en moins vite, on dit que la substance se sature : il y a **saturation.**

2° Perméabilité d'une substance.

a) Détermination. — Calculons le champ $B_0 = \frac{H}{800\,000}$ qui serait produit dans le vide par la bobine. Nous dressons ainsi le tableau qui suit, où les champs sont portés en milliteslas pour permettre la comparaison immédiate entre B, obtenu précédemment dans l'acier, et B_0 dans le vide (ou l'air). Nous constatons que ce dernier est considérablement plus petit, le rapport $\frac{B}{B_0} = \mu_r$ de la quatrième colonne dépas-

sant 1 000 pour les premières lignes. Tout se passe comme si la substance magnétique multipliait le champ qui existerait sans elle par un fort coefficient, toujours nettement supérieur à l'unité. Ce coefficient est appelé **perméabilité relative** de la substance. Le fer, l'acier sont plus perméables (aux lignes de champ) que le vide ou l'air.

H (A/m)	B (mT)	B_0 (mT)	$\mu_r = \frac{B}{B_0}$
500	1 000	0,625	1 600
625	1 100	0,78	1 410
800	1 200	1	1 200
1 100	1 300	1,37	950
1 600	1 400	2	700
2 300	1 500	2,87	520
3 500	1 600	4,37	365
6 200	1 700	7,75	220
10^4	1 800	12,5	144
$1,6 \times 10^4$	1 900	20	95

b) Définition. — **Pour une excitation magnétique donnée, la perméabilité relative μ_r d'une substance est le quotient du module du champ qui y est produit par celui du champ qui existerait dans le vide** (ou l'air).

H (A/m)	500	625	800	1100	1600	2300	3500	6200	10^4	$1,6 \times 10^4$
B (T)	1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9

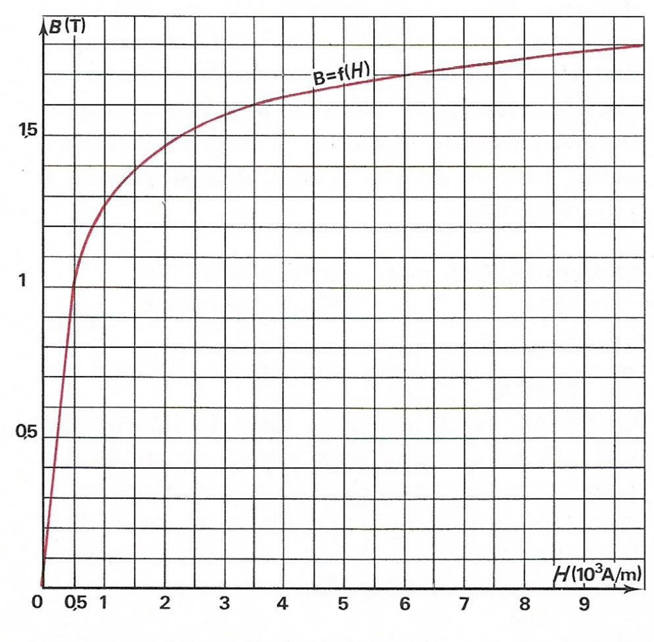


FIG. 12.10. — Courbe d'aimantation.

c) Calcul. — Pour une même valeur de H, nous avons donc :

(4) $$\boxed{\mu_r = \frac{B}{B_0}}$$ (B et B_0 avec la même unité).

EXEMPLE (5e ligne du tableau) :

$H = 1600$ A/m et $B = 1,4$ T soit,

$$B_0 = \frac{H}{800\,000} = \frac{1\,600}{800\,000} = 2 \times 10^{-3}\ \text{T}$$

$$\mu_r = \frac{1,4}{2 \times 10^{-3}} = 700.$$

En calculant μ_r pour toutes les valeurs du tableau nous complétons la quatrième colonne.

Nous voyons que **la perméabilité n'est pas constante,** elle décroît quand l'excitation augmente (le fer se sature).

La fig. 12.11, donne les variations de μ_r en fonction de H.

d) Remarques.

▪ Quotient de deux grandeurs de même nature, μ_r est un nombre abstrait.

▪ Pour le vide (et l'air) $B = B_0$ et $\mu_r = 1$.

▪ Les substances non magnétiques ont, comme le vide, une perméabilité constante et égale à l'unité.

▪ Les substances ferromagnétiques ont une perméabilité très grande mais qui, dès que la saturation commence, varie avec l'excitation.

e) Tôles électriques. — Les tôles utilisées dans les machines électriques doivent avoir une grande perméabilité. Cette dernière est obtenue par du fer additionné de silicium avec, éventuellement, une orientation des grains de matière. On obtient ainsi 1 T pour 150 A/m ($\mu_r > 5\,000$) pour des tôles d'usage courant.

3. Hystérésis.

1° Constatations.

Si, après avoir tracé une courbe d'aimantation en faisant croître le courant jusqu'à l'obtention du point extrême A de coordonnées H_m et B_m, nous faisons décroître ce même courant, nous constatons que :

a) Les valeurs prises par le champ B quand l'excitation H diminue sont toutes *supérieures* à celles qui avait été obtenues à excitation croissante (fig. 12.12). Tout se passe comme s'il y

avait un retard à la désaimantation, ce retard est nommé « **hystérésis** ».

b) Lorsque nous annulons le courant, donc l'excitation, le champ ne s'annule pas; sa valeur B_r est alors appelée **champ rémanent.**

c) Pour annuler le champ il faut inverser le courant, donc créer une excitation inverse H_c appelée **excitation coercitive** (voir ci-après fig. 12.12 et 12.14).

2° Cycle d'hystérésis. — L'état magnétique d'une substance dépend non seulement de l'excitation à laquelle elle est soumise, mais aussi de tous les états d'aimantation antérieurs. Pour pouvoir étudier simplement les propriétés magnétiques il faut :

a) « Effacer » les états d'aimantation antérieurs.

b) Faire varier le champ entre deux valeurs opposées $+H$ et $-H$.

On dit alors que l'on fait décrire à la substance un **cycle d'hystérésis.** L'allure de ce dernier dépend de la nature de la substance (fig. 12.13).

3° Inconvénient de l'hystérésis.

a) L'hystérésis produit un dégagement de chaleur, donc une perte d'énergie. On démontre que cette perte est proportionnelle à l'aire du cycle d'hystérésis, au volume de la substance et au nombre de cycles décrits. En alternatif, le courant s'inverse constamment et les substances décrivent de nombreux cycles (50 par seconde si la fréquence est de 50 hertz comme en France), les pertes sont donc importantes.

b) Expression des pertes par hystérésis. — Les pertes par unité de volume (le mètre cube) sont approximativement données par la formule de Steinmetz :

(5) $$P = K_1 f B_m^n V$$

K_1 : varie de 100 à 500 pour les substances usuelles;
f : nombres de cycles par seconde;
B_m : champ maximal en teslas;
n : exposant de B_m, égal à 1,6 pour les noyaux pleins et à 2 pour les tôles minces.

c) Pour réduire les pertes par hystérésis, on construit les machines avec des substances ayant un cycle étroit : tôles en fer additionné de silicium.

Calculons P pour ces tôles de haute qualité :
$K = 100$, pour $f = 50$, $B_m = 1$ et $V = 1$ m³, on a :

$$P = 100 \times 50 \times 1 \times 1 = 5\,000 \text{ W}.$$

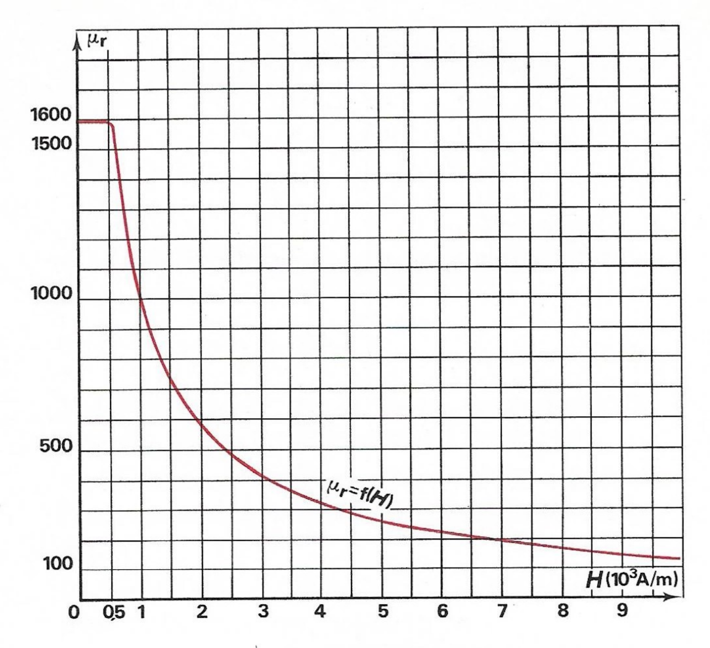


FIG. 12.11. — Courbe de perméabilité relative.

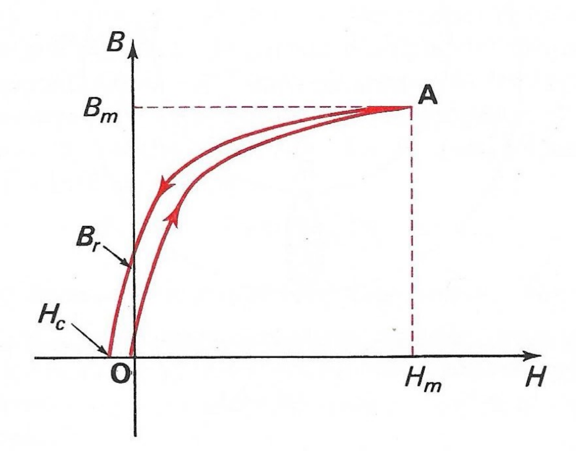


FIG. 12.12. — L'hystérésis dédouble les courbes d'aimantation.

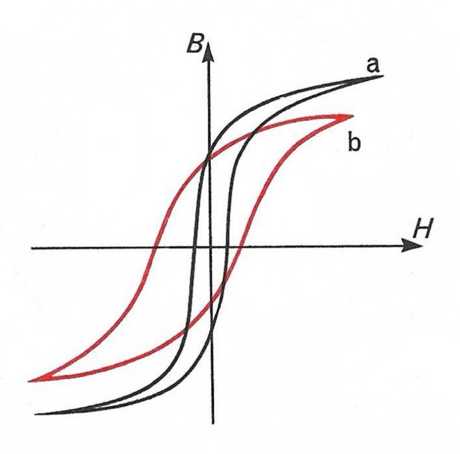


FIG. 12.13. — Cycles d'hystérésis : *a*) fer doux; *b*) fonte.

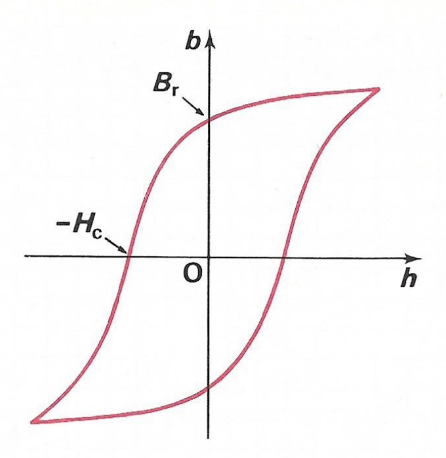


FIG. 12.14. — Cycle d'hystérésis d'un alliage spécial pour aimant.

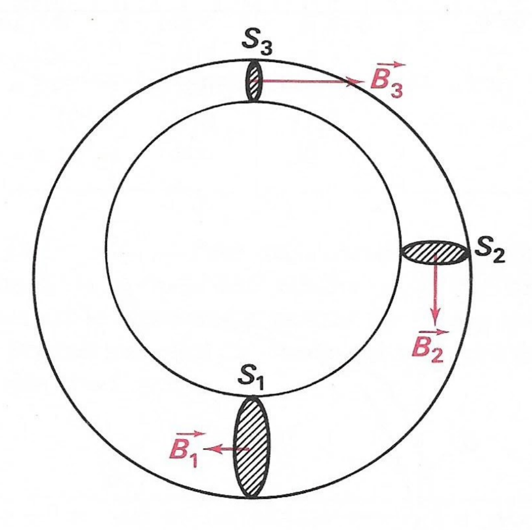


FIG. 12.15. — A l'intérieur d'un tube de champ le module de $\vec{B}$ est inversement proportionnel à la section :

$$B_1S_1 = B_2S_2 = B_3S_3.$$

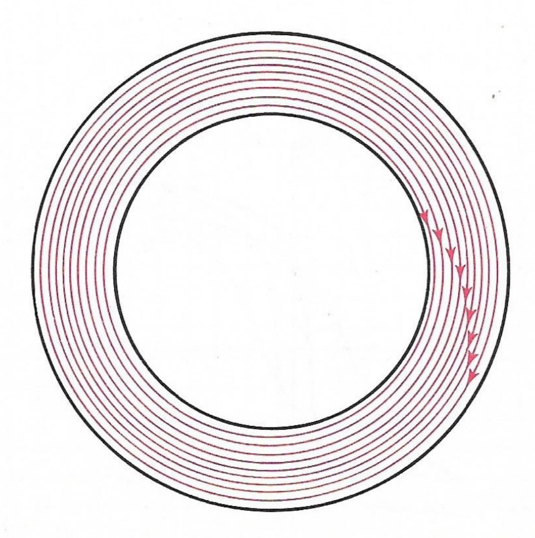


FIG. 12.16. — Circuit magnétique parfait : les lignes de champ sont canalisées.

Le mètre cube de tôles ayant une masse approximative de 8 000 kg, on perd à cause de l'hystérésis :

$$\frac{5\,000}{8\,000} \approx 0{,}62 \text{ W/kg}$$

4° Avantages de l'hystérésis.

a) Amorçage des machines. — Nous verrons que, grâce au champ rémanent, les machines peuvent s'amorcer seules.

b) Aimants permanents. — C'est aussi grâce à l'hystérésis qu'il subsiste une aimantation rémanente et que l'on peut fabriquer des aimants.
Un aimant doit avoir un cycle très épais (fig. 12.14), un grand champ rémanent et une grande excitation coercitive (pour ne pas perdre ce rémanent).
Avec des alliages spéciaux (ticonal), on a pu obtenir :

$$H_c = 100\,000 \text{ A/m et } B_r = 1{,}2 \text{ T}$$

4. Notions sur les circuits magnétiques.

1° Généralités.

a) Définition. — Un circuit magnétique est un ensemble de milieux, comprenant principalement des substances ferromagnétiques, constituant un circuit fermé, et pouvant être le siège d'un flux magnétique.

b) Sources de champ magnétique. — Ces sources sont les aimants permanents et les circuits électriques parcourus par un courant. Pratiquement, dans les machines électriques et dans l'appareillage, le circuit magnétique est conforme à la définition, c'est-à-dire refermé sur lui-même, et les sources de champ magnétique sont des bobines placées sur ce circuit.

c) Tube de champ. — Un ensemble déterminé de lignes de champ constitue un **tube de champ :** aucune ligne de champ n'entre dans le tube, aucune ligne n'en sort.
A l'intérieur d'un tube de champ, **le flux conserve une valeur constante** quelles que soient les substances traversées.

Le champ à travers une section droite d'un tube de champ est donc inversement proportionnel à l'aire de cette section (fig. 12.15) :

$$\Phi = B_1S_1 = B_2S_2 = B_3S_3 = C^{te} \qquad \begin{cases} B \text{ en teslas} \\ S \text{ en mètres carrés} \\ \Phi \text{ en webers} \end{cases}$$

2° Analyse de circuits mgnétiques.

a) Circuit magnétique parfait. — Un circuit magnétique est parfait quand il se confond avec un tube de champ. Les lignes de champ sont canalisées et ne peuvent sortir du circuit. Le flux magnétique y est constant même si la section du circuit varie; on dit que le circuit est sans fuites.

Quelle que soit la forme de sa section droite, un anneau cylindrique en substance ferromagnétique est un circuit magnétique parfait (fig. 12.16). En outre, constitué d'une seule substance, ce circuit est homogène.

b) Circuit magnétique avec entrefer étroit. — Une fente étroite, taillée transversalement dans l'anneau précédent, constitue un entrefer. Au niveau de la fente, les lignes de champ ne sont plus canalisées, elles se dispersent. L'anneau ne se confond plus avec le tube de champ : outre l'anneau et son prolongement dans l'air (entrefer proprement dit), le tube de champ comprend les lignes de champ extérieures aux pointillés. Ces lignes constituent les **fuites magnétiques.**

Le flux total Φ_t du fer se divise au niveau de l'entrefer en :

— un flux Φ_u qui traverse l'entrefer proprement dit;

— un flux de fuites Φ_f qui passe hors du prolongement de l'anneau (fig. 12.17).

Dans le tube de champ (frontière rouge épais de la figure), le flux est constant et :

$$\Phi_t = \Phi_u + \Phi_f.$$

Le champ est, comme le flux, plus faible dans l'entrefer que dans la partie ferromagnétique. Quand un tel circuit est magnétisé, il y a apparition d'aimantation libre sur les deux faces de l'entrefer : l'une d'elles est un pôle nord et l'autre un pôle sud. Dans la plupart des machines électriques, cette création de pôles est indispensable au fonctionnement.

c) Problème posé, force magnétomotrice. — Les problèmes du calcul des circuits magnétiques se présentent presque toujours ainsi : un circuit magnétique étant donné (dimensions et substances), calculer le nombre[1] *NI* d'ampèremètres (A) qu'il faut placer sur le circuit pour obtenir un champ (ou un flux) déterminé au voisinage de l'utilisation (l'entrefer, le plus souvent). Ce nombre d'empèretours est appelé **force magnétomotrice :**

(6) $$\boldsymbol{F = NI}$$

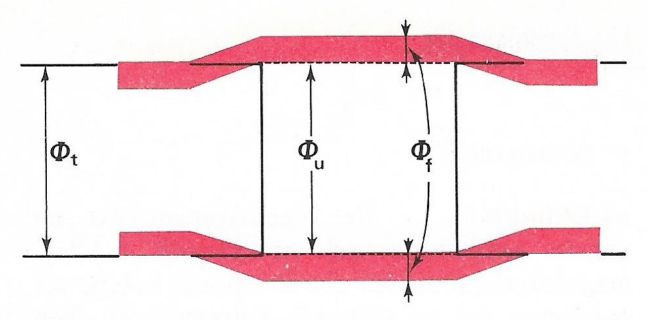


Fig. 12.17. — Le flux de fuites.

3° Détermination de la force magnétomotrice pour un circuit ferromagnétique homogène.

a) Déterminer sur la courbe $B(H)$ la valeur de l'excitation magnétique correspondant au champ donné.

b) Le théorème d'Ampère $NI = H\ell$ permet de trouver la force magnétomotrice :

$$\boldsymbol{B \xrightarrow{\text{courbe}} H \quad \text{puis} \quad F = H\ell}$$

c) Exemple numérique. — Déterminer la force magnétomotrice qui permet d'obtenir un champ magnétique de 1,4 T dans un anneau de fer doux (courbe, fig. 12.10) de 1,25 m de longueur.

Sur la courbe, pour $B = 1{,}4$ T, nous lisons $H = 1\,600$ A/m donc :

$$F = H\ell = 1\,600 \times 1{,}25 = 2\,000 \text{ A}$$

4° Anneau ferromagnétique avec entrefer étroit.

a) La force magnétomotrice obtenue pour un circuit sans entrefer doit être majorée pour tenir compte de la magnétisation de l'entrefer et des fuites.

b) Afin de réduire les fuites, les bobines magnétisantes doivent être placées le plus près possible de l'entrefer (fig. 12.18).

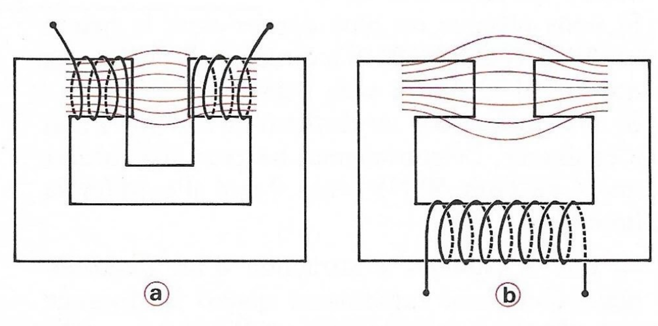


Fig. 12.18. — Disposition de l'enroulement *a*) bonne; *b*) mauvaise.

(1) L'unité de force magnétomotrice est officiellement l'ampère. Pour éviter toute confusion, nous pensons qu'il est préférable de conserver « ampèretour »; en revanche, il n'y a aucun inconvénient à adopter A comme symbole.

5. Les électroaimants.

1° Constitution.

a) Définition. — Un électroaimant est un aimant temporaire qui ne produit d'effets magnétiques sensibles que lorsque la bobine est parcourue par un courant. Autrement dit, son aimantation rémanente peut être négligée.

b) Description. — Il comporte au moins un noyau magnétique en fer ou acier doux entouré d'une ou de plusieurs bobines magnétisantes. Il est capable d'attirer une pièce ferromagnétique appelée armature. S'il comporte au moins deux noyaux, ceux-ci sont réunis par une culasse (magnétique elle aussi). Les extrémités libres des noyaux s'appellent les pôles de l'électroaimant.

c) Quelques types d'électroaimants.

- à noyau droit unique;
- à deux noyaux;
- cuirassé (fig. 12.19). La bobine est sur le noyau central, la section de celui-ci est le double de celle des noyaux extrêmes;
- en fer à cheval;
- à noyau plongeur (fig. 12.20).

2° Force portante.

a) Étude expérimentale. — Nous utilisons un petit électroaimant dont la section totale (des deux noyaux) est 10 cm^2. Les deux bobines, de 500 spires chacune, sont parcourues par un courant de 0,3 A. La longueur de la ligne de champ moyenne est 0,5 m.
Si nous plaçons un bloc d'acier dont la masse est 30 kg (poids ≈ 300 N), directement contre les noyaux, il est attiré sans peine.
Si nous intercalons un carton (entrefer) de 1 mm d'épaisseur, l'électroaimant ne peut plus attirer que 5 kg (soit 50 N); avec 2 mm d'entrefer la limite est 2 kg.

→ Les possibilités d'attraction d'un électroaimant diminuent rapidement quand la distance (entrefer) entre les noyaux et l'armature croît.

b) Définition. — **On appelle force portante d'un électroaimant, la force qu'il faut exercer pour décoller l'armature des noyaux quand l'entrefer est nul.**

c) Formule. — Son établissement sort du cadre de ce cours, nous la donnons sans démonstration :

(7) $$G = \frac{B^2 S}{2\mu_0}$$ $\left\{\begin{array}{l} B \text{ en teslas} \\ S \text{ en mètres carrés} \\ G \text{ en newtons} \end{array}\right.$

- B est le champ dans les noyaux.
- S est la surface de contact entre les noyaux et l'armature (donc surface totale des pôles).

Remplaçons μ_0 par $4\pi \times 10^{-7}$:

$$\frac{1}{\mu_0} = \frac{10^7}{4\pi} = 796\,000 \approx 800\,000$$

d'où : $$G = 400\,000\,B^2 S$$

d) Remarque. — La force portante représente un maximum des possibilités de l'électroaimant, il faut prévoir une marge de sécurité entre cette force et le poids maximal que l'on soulèvera.

3° Application des électroaimants.

a) Machines. — Tous les inducteurs de machines tournantes (moteurs et générateurs) sont des électroaimants.

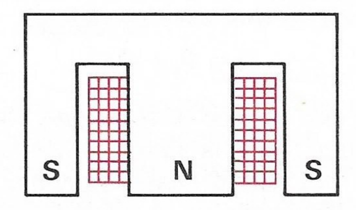


Fig. 12.19.

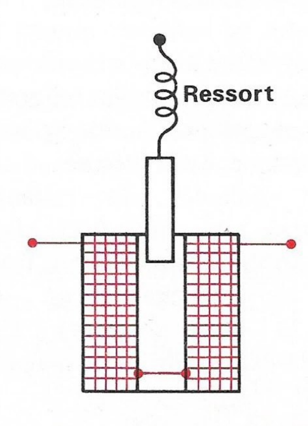


Fig. 12.20.

b) Électroaimants de levage. — Ils permettent la manutention d'objets lourds à la condition qu'ils soient magnétiques.
Certains électroaimants ont une force portante de 10^6 N.

c) Sonnerie (fig. 12.21). — Quand on appuie sur le bouton poussoir B, un courant traverse la bobine et l'électroaimant attire la tige du marteau M qui vient frapper le timbre T; le contact C est coupé, l'élasticité de la tige ramène celle-ci et C se referme. La tige de M « tremble » et le timbre vibre.

d) Relais (fig. 12.22). — Un relais, alimenté en basse tension, permet de fermer ou d'ouvrir en toute sécurité un circuit alimenté sous tension plus élevée.

e) Disjoncteur (fig. 12.23). — La bobine magnétisante est traversée par le courant du circuit à protéger. Si l'intensité devient trop grande, le noyau N est attiré et libère le crochet C, le ressort R rappelle en arrière le disjoncteur D; le circuit est interrompu. Toutes les installations modernes (même domestiques) possèdent, en plus des fusibles, des disjoncteurs pour protéger les circuits contre les surintensités.

f) Autres applications. — Il en existe aussi bien en courant continu qu'en courant alternatif. Nous citons : disjoncteur à minimum de courant, plateau magnétique pour machines-outils, contacteur, régulateur de charge pour batterie (automobile), vibreur, électroaimant de laboratoire scientifique, écouteur magnétique, haut-parleur, micro, allume-gaz.

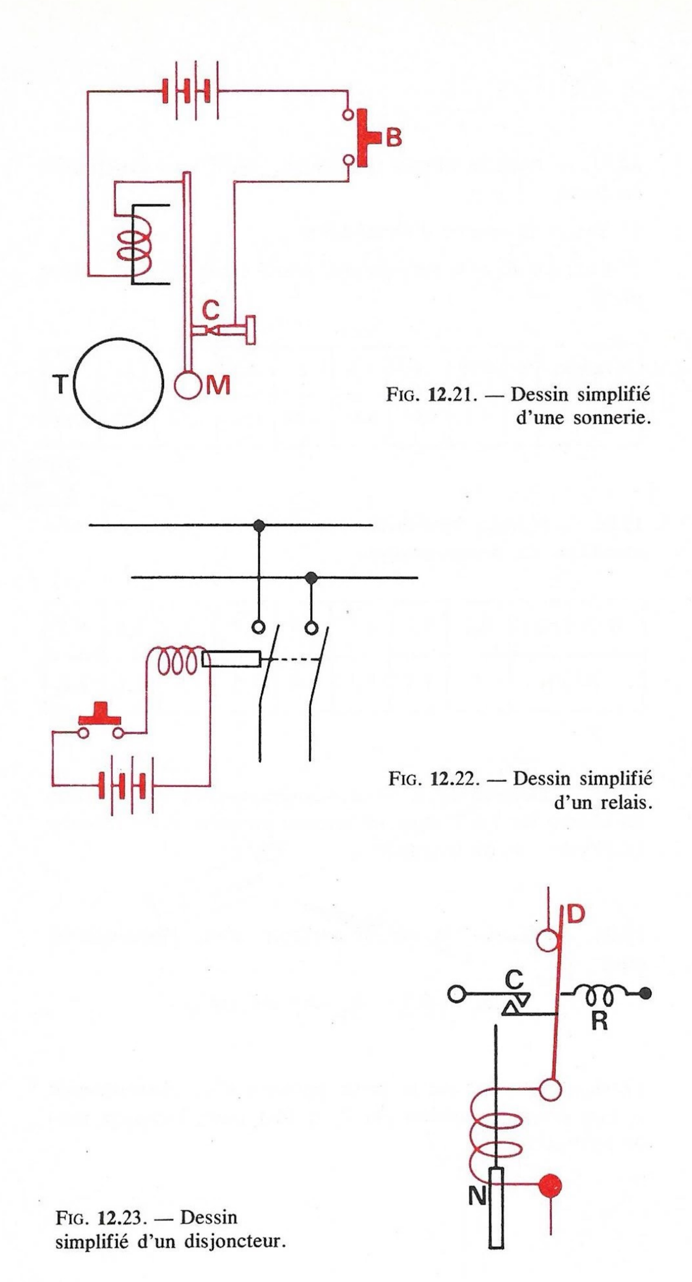


FIG. 12.21. — Dessin simplifié d'une sonnerie.

FIG. 12.22. — Dessin simplifié d'un relais.

FIG. 12.23. — Dessin simplifié d'un disjoncteur.

Exercices

12.01. — Avec le tableau ci-dessous, relatif à un échantillon en fonte :

1° Tracer la courbe d'aimantation.

2° Calculer B_0 et la perméabilité relative pour chaque valeur de H.

H (kA/m)	0	0,75	1	1,5	2	2,5	3	4	5
B (T)	0	0,5	0,65	0,85	0,98	1,07	1,13	1,23	1,28

12.02. — Mêmes questions qu'au 12.01 pour une tôle électrique de bonne qualité :

H (kA/m)	0,2	0,3	0,5	0,8	1,2	2	3,6	6,5
B (T)	1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8

12.03. — Déterminer la force magnétomotrice qui produira un champ de 1,6 T dans un anneau en acier doux (courbe 12.10) de 1 m de longueur.

12.04. — Calculer la force portante d'un électroaimant pour :

$$B = 1{,}5 \text{ T} \quad \text{et} \quad S = 200 \text{ cm}^2$$

12.05. — Que devient la force portante d'un électroaimant si l'on divise la section par 2, le flux étant inchangé (pas de saturation).

12.06. — On sait qu'un champ de 2 T n'est que rarement dépassé dans les appareils courants. Pour cette valeur quelle est, par centimètre carré, la force portante que l'on peut attendre d'un électroaimant?

12.07. — Une valeur raisonnable du champ est 1,4 T. Quelle surface faudra-t-il donner aux pôles d'un électroaimant pour obtenir une force portante de :

$$100 \text{ N?} \quad 10^4 \text{ N?} \quad 10^6 \text{ N?}$$

12.08. — Un circuit magnétique en acier doux, sans entrefer (courbe 12.10) a la forme d'une couronne cylindrique :
Diamètre intérieur : 240 mm.
Diamètre extérieur : 300 mm. Hauteur : 35 mm.
Sur ce circuit on place 800 spires régulièrement réparties et parcourues par un courant de 4 A.

1° Quelle est la longueur de la ligne de champ moyenne?

2° Calculer l'excitation magnétique H et le champ B_0 qu'il y aurait à l'intérieur de la bobine sans la présence du fer.

3° Déterminer le champ B à l'intérieur du fer et la perméabilité relative.

4° Calculer le flux à travers la section droite du fer et le flux total embrassé par la bobine.

12.09. — Pour un champ de 1,4 T et à 50 cycles par seconde, les tôles utilisées dans la construction d'un alternateur produisent au kilogramme 3 W de pertes par hystérésis. Calculer :

1° Les pertes volumiques (par m^3) : masse volumique 7 600 kg/m^3.

2° Le coefficient K_1 de la formule de Steinmetz ($n = 2$).

3° Les pertes volumiques qui seraient produites à 60 cycles par seconde pour un champ maximal de 1 T.

13
FORCES ÉLECTROMAGNÉTIQUES

1. Interactions électromagnétiques.

1° Expérience historique d'Œrsted. — Une aiguille aimantée placée sous un fil parcouru par un courant électrique dévie : elle se met en croix avec le fil. Cette expérience a été signalée dans le chapitre 2. Nous sommes maintenant en mesure de préciser l'orientation de l'aiguille : celle des lignes de champ, donnée par la règle du bonhomme d'Ampère (fig. 13.01). Le courant électrique développe donc des forces sur les matériaux aimantés. Inversement si le fil était mobile et l'aiguille fixe, c'est le fil qui dévierait.

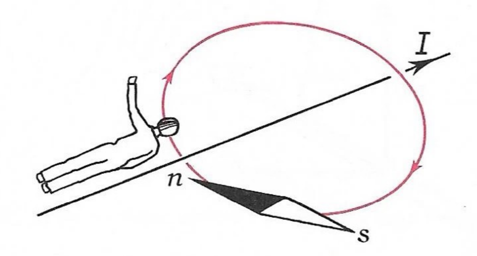


FIG. 13.01. — Expérience d'Oersted.

2° Autres expériences. — Un aimant attire ou repousse un pôle d'un autre aimant, il peut aussi attirer ou repousser un pôle d'une bobine parcourue par un courant électrique (fig. 13.02).

De même une bobine parcourue par un courant peut attirer ou repousser l'un des pôles, soit d'un aimant, soit d'une autre bobine (fig. 13.03).

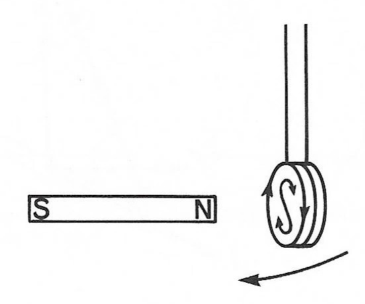


FIG. 13.02. — L'aimant attire la bobine.

3° Interprétation. — Puisque l'aimantation d'un aimant est due à des courants particulaires, toutes ces expériences sont en fait des aspects différents d'un même phénomène : l'action d'un courant sur un courant, cette action se produisant par l'intermédiaire des champs magnétiques développés par ces courants.

4° — Les forces développées dans ces expériences sont dites **électromagnétiques.**

Pour trouver l'expression permettant de calculer la force électromagnétique nous nous placerons dans un cas simple : un champ uniforme agissant sur un conducteur rectiligne.

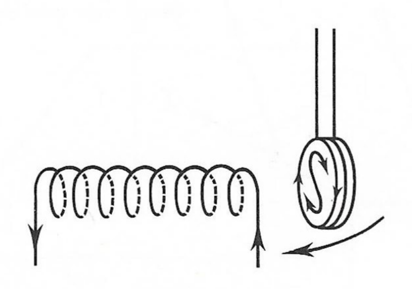


FIG. 13.03. — La bobine attire l'autre bobine.

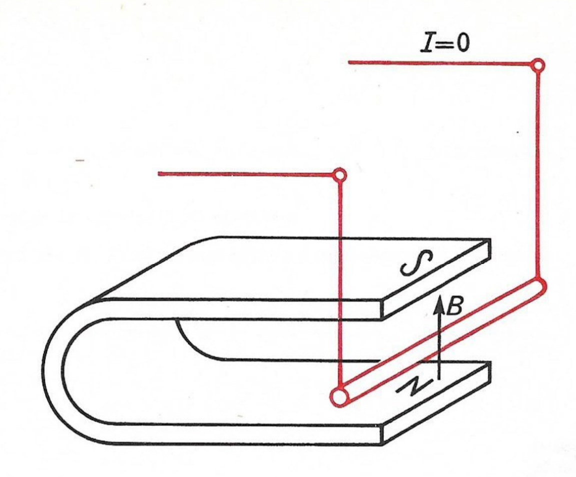


FIG. 13.04. — Dispositif d'étude des forces électromagnétiques.

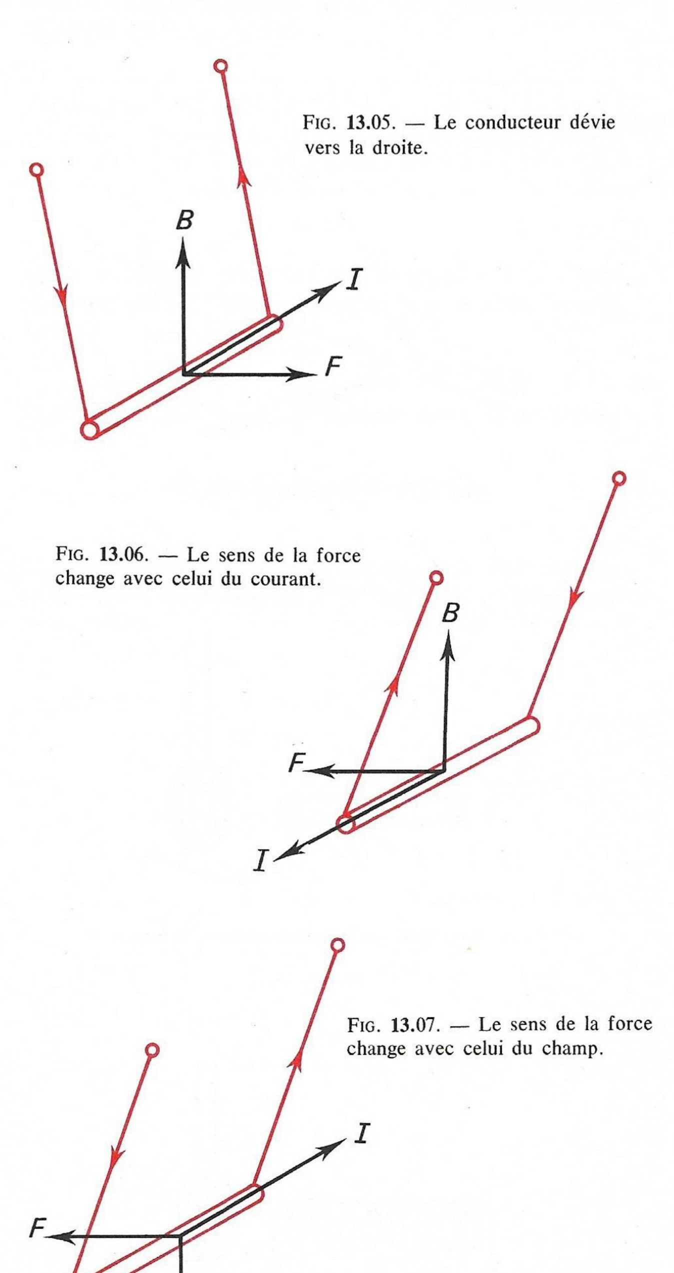


FIG. 13.05. — Le conducteur dévie vers la droite.

FIG. 13.06. — Le sens de la force change avec celui du courant.

FIG. 13.07. — Le sens de la force change avec celui du champ.

2. Étude qualitative de la force électromagnétique.

1° Expériences. — Plaçons un fil conducteur, rectiligne, rigide, relié à une source par des fils souples, entre les deux pôles d'un aimant en fer à cheval et faisons varier les conditions de l'expérience comme suit :

a) Si le conducteur n'est pas traversé par un courant, il ne se passe rien (fig. 13.04).

b) Si un courant passe dans le sens indiqué (fig. 13.05), le conducteur dévie vers la droite.

c) Inversons le sens du courant (fig. 13.06), le fil dévie vers la gauche.

d) Rétablissons le sens initial du courant et inversons les pôles de l'aimant, le fil dévie vers la gauche (fig. 13.07).

e) Inversons à nouveau le courant en laissant l'aimant comme en d, le fil dévie vers la droite (fig. 13.08).

2° Direction de la force électromagnétique.

— La force électromagnétique est normale (perpendiculaire) au plan P défini par la direction du courant et celle du champ (fig. 13.09). Son point d'application est le milieu de la portion de conducteur soumise au champ.

3° Sens de la force. — Il dépend du sens du courant et de celui du champ. Pour retrouver ce sens d'une façon commode, nous retiendrons la **règle des trois doigts de la main droite.**

Faisons correspondre les trois premiers doigts et les trois grandeurs, force (sens du déplacement), intensité et champ de la façon suivante :

pouce ↔ force **index ↔ intensité**
majeur ↔ champ

nous retiendrons facilement cette correspondance par le moyen suivant : la grandeur est donnée par les premières lettres du nom du doigt,

POU ce / sse **IN** dex / tensité **MA** jeur / gnétisme

Nous pouvons aussi remarquer qu'à l'ordre naturel des doigts correspond l'ordre alphabétique des grandeurs :

Force Intensité Magnétisme

Les trois doigts doivent être perpendiculaires entre eux et former un trièdre trirectangle. Il faut diriger les doigts correspondant aux deux grandeurs connues, le troisième donne direction et sens de la troisième grandeur (fig. 13.10).

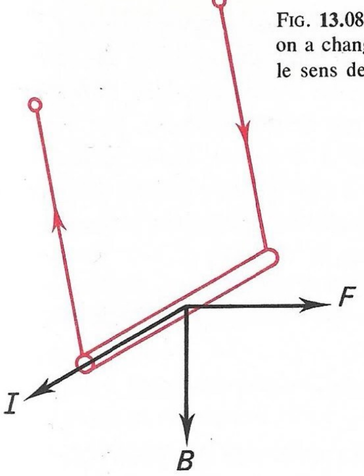


FIG. 13.08. — Par rapport à la figure 13.05; on a changé les sens du courant et du champ : le sens de la force est, lui, inchangé.

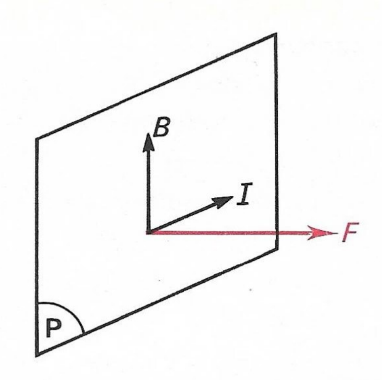


FIG. 13.09. — La force a une direction perpendiculaire au plan défini par $\vec{I}$ et $\vec{B}$.

4° Représentation conventionnelle d'un vecteur perpendiculaire au plan d'une figure.

— Pour éviter un dessin en perspective, pas toujours très clair, les vecteurs perpendiculaires au plan d'une figure sont conventionnellement représentés par **un cercle dans lequel,**

— on place une croix, si le vecteur « s'enfonce » dans le plan,

— on place un point, si le vecteur « sort » du plan.

Ainsi les trois vecteurs de la figure 13.10 donnent la figure 13.11 *a*. La figure 13.11 *b* correspond à la même position relative des trois vecteurs mais, vue par l'autre face.

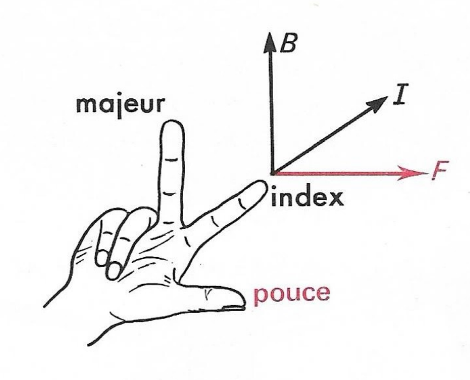


FIG. 13.10. — Règle des trois doigts de la main droite.

3. Loi de Laplace.

1° — En complétant les expériences précédentes, il est possible de déterminer expérimentalement l'influence des différents paramètres sur le module du vecteur-force. Des mesures précises ont permis d'établir la loi.

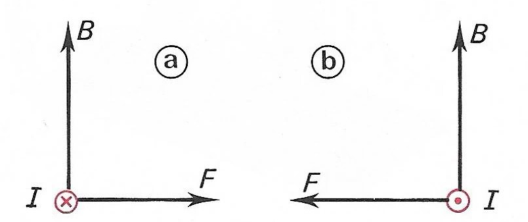


FIG. 13.11. — Représentation conventionnelle d'un vecteur perpendiculaire au plan de la figure.

2° Loi. — La force électromagnétique développée sur un fil rectiligne, placé dans un champ uniforme, a un module proportionnel :

— au module du vecteur-champ,

— à l'intensité du courant qui traverse le fil,

— à la longueur de ce fil,

— au sinus de l'angle α formé par le vecteur-champ et le fil (fig. 13.12).

3° Formule :



(1) $$F = BI\ell \sin \alpha$$

B en teslas
I en ampères
ℓ en mètres
F en newtons

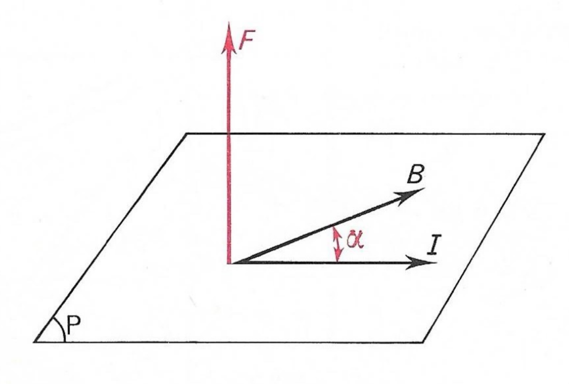


FIG. 13.12.

4° Cas particuliers.

a) Le fil et le vecteur sont perpendiculaires (comme dans les expériences décrites) : $\alpha = 90^0$, $\sin\alpha = 1$ et $F = BI\ell$.

b) Le vecteur-champ est parallèle au fil : $\alpha = 0^0$, $\sin\alpha = 0$ et la force est nulle.

4. Applications.

1° Mesures des champs magnétiques avec une balance de Cotton.

a) Description d'une balance de Cotton : elle a deux bras égaux (fig. 13.13 et 13.14). L'un d'eux comporte un fil rectiligne court, CD, qui est la partie active sur laquelle agira le champ à mesurer.

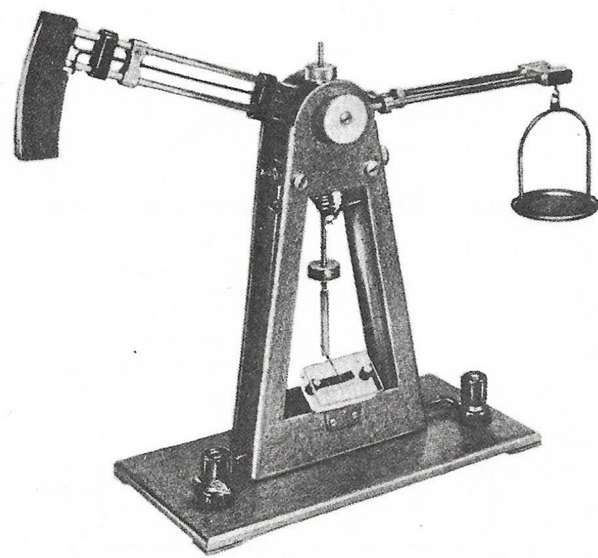


Photo A.O.I.P.

FIG. 13.13. — Balance de Cotton.

L'action de la force électromagnétique sur CD rompt l'équilibre de la balance, celui-ci est rétabli par le poids des masses marquées que l'on place sur le plateau porté par le second bras. A l'équilibre ce poids est égal à la force. Dans le modèle photographié CD = 2 cm et le courant maximal peut atteindre 10 A pendant quelques secondes.

b) Calcul du champ.

1° Nous placerons toujours CD perpendiculairement à B :

$$\alpha = 90^0 \quad \sin\alpha = 1 \quad F = BI\ell$$

2° La force est mesurée par le poids G des masses M :

$$F = G = Mg \approx 10\,M \text{ (en prenant } g = 10 \text{ N/kg).}$$

3° Pour $I = 10$ A et $\ell = 2$ cm on a :

$$B = \frac{F}{I\ell} = \frac{10\,M}{10 \times 0{,}02} = 50\,M.$$

4° Exprimons la masse en grammes, soit :

$$B = 50 \times 10^{-3}\,M' = \frac{M'}{20}.$$

En tesla, le champ est égal au vingtième de la masse en grammes. La balance étant sensible à 5 milligrammes on peut donc déceler des champs de :

$$B = \frac{0{,}005}{20} = 2{,}5 \times 10^{-4}\,\text{T}.$$

2° Teslamètre à effet Hall. — Cet appareil est une application des phénomènes étudiés dans ce chapitre. Il permet une lecture directe, du module du champ, sur un voltmètre préalablement étalonné en teslas.

3° Roue de Barlow.

a) Description. — La roue R en cuivre (qui peut être pourvue de dents) est mobile autour de l'axe O (fig. 13.15). Un frotteur ou balai établit le contact avec l'axe de la roue et le circuit est fermé par le godet de mercure M, dans lequel

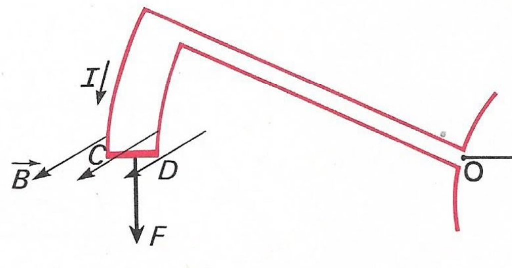
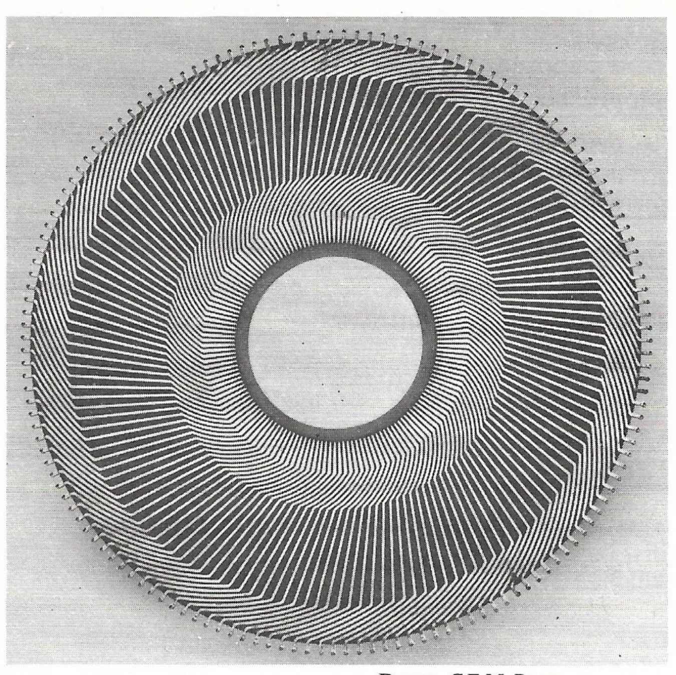


FIG. 13.14. — Balance de Cotton schématisée.

plonge un petit segment de roue. Un aimant en fer à cheval produit un champ $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

b) Fonctionnement. — Quand le courant parcourt le rayon AO de la roue, cette dernière tourne dans le sens indiqué. En effet ce rayon, parcouru par le courant et placé dans un champ magnétique, est soumis à une force f qui provoque la rotation. Quand le point A quitte le mercure, le rayon AO cesse d'être actif mais est remplacé par A′O puis A″O et ainsi de suite. Le mouvement se poursuit en permanence. La roue de Barlow est un modèle simple de moteur électrique.

c) Application. — Pour certains usages (servomécanismes) on fabrique des moteurs dont le rotor (partie tournante) est comparable à une roue de Barlow (fig. 13.16).



Docum. C.E.M. Parvex

Fig. 13.16. — Rotor du moteur Axem.

4° Moteur électrique; principe.

a) Description. — Le moteur comporte un cylindre formé de tôles empilées, appelé **rotor,** qui peut tourner autour de l'axe $x'x$ entre les deux pôles d'un électroaimant (fig. 13.17). Sur la périphérie du rotor des conducteurs tels que AA′ sont logés dans des encoches.

b) Fonctionnement. — Les conducteurs traversés par un courant i sont soumis à des forces électromagnétiques, telles que f, dont l'ensemble crée un couple qui produit la rotation du rotor.

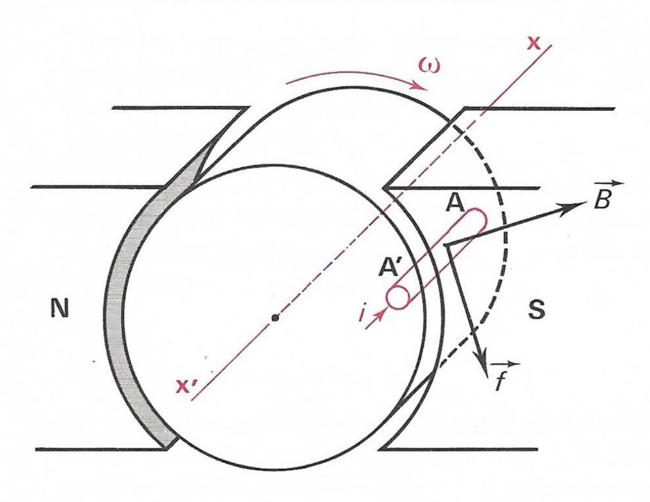


Fig. 13.17.

5° Action mutuelle de deux courants traversant des conducteurs placés dans l'air.

a) Conducteurs parallèles, courants de même sens. Dans un plan perpendiculaire aux fils (fig. 13.18), la recherche de la force $\vec{F'}$, exercée par le courant I sur le courant I' et de la force $\vec{F}$

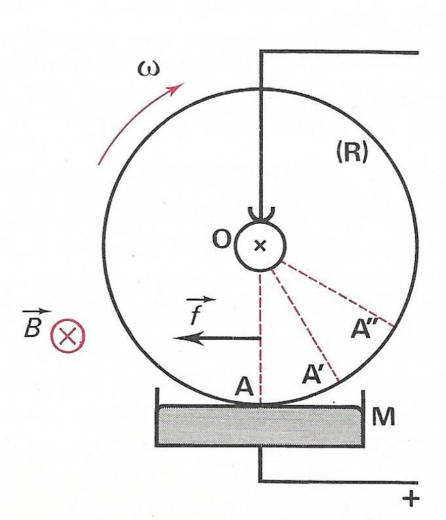


Fig. 13.15. — Roue de Barlow; pour clarifier la figure, l'aimant a été enlevé.

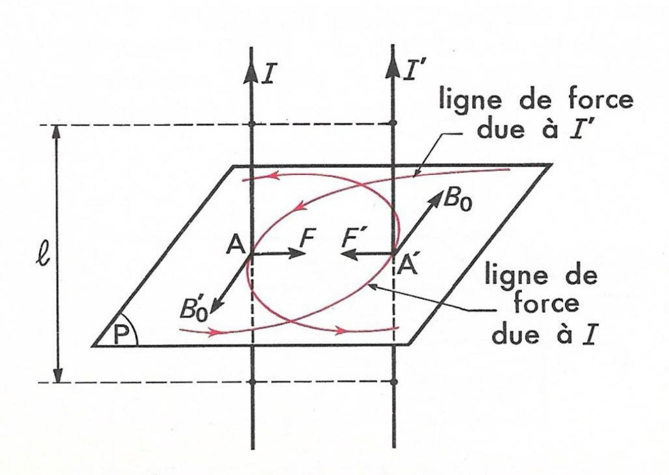


Fig. 13.18. — Deux courants parallèles et de même sens s'attirent.

exercée par I' sur I montre que ces deux forces sont opposées : $\vec{F} = -\vec{F'}$ et qu'elles tendent à rapprocher les conducteurs :

→ **deux conducteurs parcourus par des courants de même sens s'attirent.**

b) Nous invitons le lecteur à refaire la figure 13.18 en inversant le sens de I'; il constatera que *deux conducteurs parcourus par des courants de sens contraires se repoussent.*

c) Module des vecteurs-forces : dans les deux cas il est le même et vaut :

(2) $$F = 2 \times 10^{-7} \frac{II'\ell}{a}$$

avec ℓ, longueur de conducteurs considérée et a, distance entre ces conducteurs.

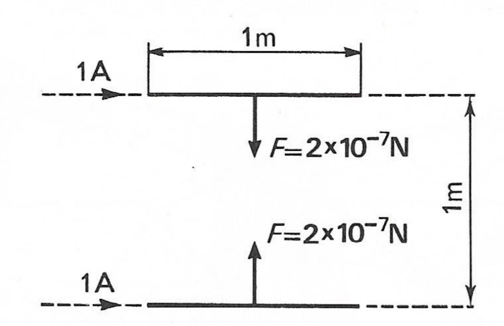


Fig. 13.19. — Définition de l'ampère.

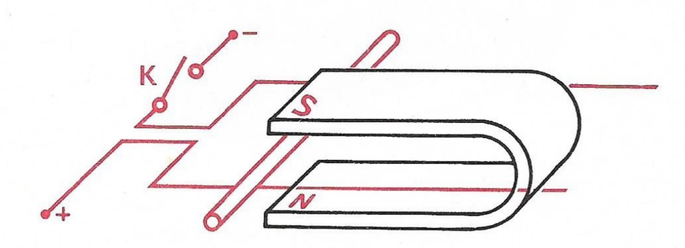


Fig. 13.20. — Dispositif expérimental.

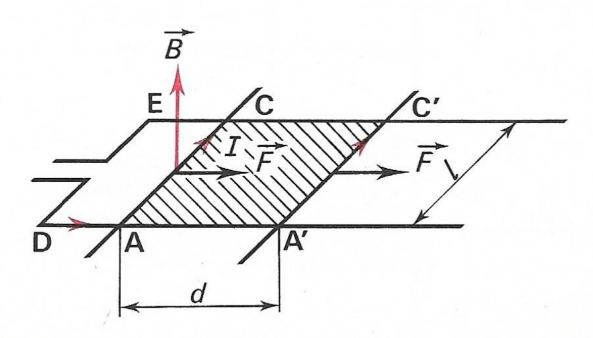


Fig. 13.21. — Le conducteur AC se déplace spontanément vers la droite.

d) Définition légale de l'ampère. — Elle résulte de la formule précédente où l'on fait :

$$I = I' = 1\ \text{A}; \quad \ell = 1\ \text{m}; \quad a = 1\ \text{m}$$

l'ensemble de ces valeurs donne $F = 2 \times 10^{-7}$ N (fig. 13.19).

→ L'ampère est l'intensité d'un courant continu constant qui, maintenu dans deux conducteurs rectilignes, parallèles, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et, placés à une distance de un mètre l'un de l'autre dans le vide, produit entre ces deux conducteurs une force égale à 2×10^{-7} N par mètre de longueur.

5. Travail des forces électromagnétiques.

1° Expérimentation.

Sur deux rails conducteurs, fixes et rigides, nous posons un rail mobile, rigide, en cuivre ou en aluminium. Les rails fixes sont reliés à un générateur pouvant fournir une vingtaine d'ampères. Un aimant en fer à cheval est placé comme l'indique la figure 13.20, il produit un champ $\vec{B}$ perpendiculaire au plan des rails.

Fermons l'interrupteur K, le rail mobile se déplace sous l'action de la force électromagnétique de Laplace, dans le sens donné par la règle des trois doigts de la main droite (fig. 13.21). La force électromagnétique a produit **spontanément** un travail moteur que nous pouvons calculer.

2° Calcul du travail.

a) Nous supposerons que le champ produit est uniforme et s'étend sur toute la partie utile du rail mobile, c'est-à-dire la partie comprise entre les deux rails fixes.

b) Dans ces conditions soit, B le module constant du champ, $\ell = \text{AC}$, la longueur utile du rail mobile et I, l'intensité du courant.

c) La force électromagnétique est, puisque l'angle que forment $\vec{B}$ et le conducteur vaut 90° :

$$F = BI\ell$$

Le déplacement subi par le rail est $\text{AA}' = d$ et le travail effectué est :

$$W = Fd = BI\ell d$$

3° Flux coupé et variation de flux. — En se déplaçant, le rail mobile a balayé la surface rectangulaire AA'C'C dont l'aire est :

$$S = \ell d$$

Cette surface est traversée par le flux :

$$\Delta\Phi = BS$$

Nous pouvons écrire pour le travail :

$$W = BI\ell d = BIS = I\Delta\Phi$$

(3) $\boxed{W = I\Delta\Phi}$ $\left\{\begin{array}{l} I \text{ en ampères} \\ \Delta\Phi \text{ en webers} \\ W \text{ en joules} \end{array}\right.$

Ce flux $\Delta\Phi$, qui traverse S, peut être considéré ;

— soit comme le **flux coupé** par le rail mobile lors de son **déplacement;**

— soit comme la **variation du flux,** à travers le circuit électrique constitué par le système {rails fixes-rail mobile} lors de sa **déformation.**

4° — Les conditions de l'expérimentation peuvent être modifiées : changement du sens du courant, inversion de $\vec{B}$. Dans chaque nouveau cas, *s'il n'y a pas d'intervention extérieure,* **le conducteur se déplace spontanément dans le sens de la force, le travail est toujours moteur** et son expression est inchangée.

Il est possible d'imaginer une intervention extérieure (force) qui oblige le conducteur *à se déplacer dans le sens opposé à la force;* le travail effectué par celle-ci est alors **résistant** mais sa valeur est toujours $I\Delta\Phi$.

5° Généralisation. — Nous pouvons, dans le cas simple du conducteur rectiligne, traversé par un courant constant I et subissant un déplacement rectiligne dans un champ uniforme, calculer le travail à l'aide de l'une des deux formules :

$$W = F\ell \cos\alpha \quad \text{et} \quad W = I\Delta\Phi$$

Dans le cas le plus général où :

— le circuit a une forme quelconque, variable peut-être;

— le champ est quelconque et varie d'un point à un autre;

— le déplacement est quelconque et peut d'ailleurs ne pas être identique pour tous les points du circuit, la formule $F\ell\cos\alpha$ est alors inutilisable *mais* **la formule $I\Delta\Phi$ est toujours applicable.** En effet, cette dernière ne fait appel qu'au courant qui traverse le circuit et à la variation de flux c'est-à-dire à la différence entre le flux Φ_2 qui traverse le circuit dans la position d'arrivée et le flux Φ_1 qui traverse le circuit dans la position de départ.

Si ces deux flux sont calculables, le travail l'est aussi et ne dépend absolument pas des états intermédiaires, seuls importent l'*état initial* et l'*état final* du circuit.

6° Loi. — Lors du déplacement ou de la déformation d'un circuit électrique placé dans un champ magnétique, le travail (moteur ou résistant) de l'ensemble des forces électromagnétiques est égal au produit du courant qui circule dans le circuit par la variation du flux à travers ce circuit, c'est-à-dire la différence entre les valeurs prises par le flux dans l'état final et dans l'état initial.

(4) $\boxed{W = I\Delta\Phi = I\,|\Phi_2 - \Phi_1|}$

6. Règle générale de déplacement spontané ou de déformation d'un circuit.

1° Objectif.

Nous voulons trouver une proposition simple qui permette de prévoir le comportement d'un circuit parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique.

Ce comportement sera un déplacement (ou une déformation) **spontané,** sous l'action des forces électromagnétiques. Le travail de l'ensemble de ces forces sera donc **moteur.**

2° Étude expérimentale.

a) Considérons les quatre figures 13.22 où nous avons porté les sens choisis pour B et I, le sens qui en résulte pour la force et le déplacement spontané. Le sens du courant permet d'identifier (N ou S) la face supérieure du circuit; la face du dessous est évidemment de nom contraire.

Cas a : les lignes de champ pénètrent par la face du dessous (**SUD**) et le déplacement du rail AC contribue à accroître la surface ACED; le flux qui entre par la face **sud** augmente.

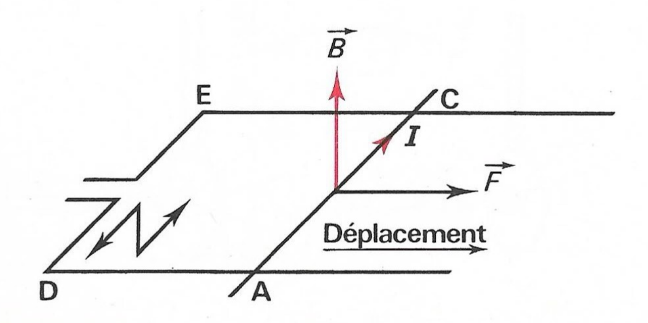


Fig. 13.22 *a.*

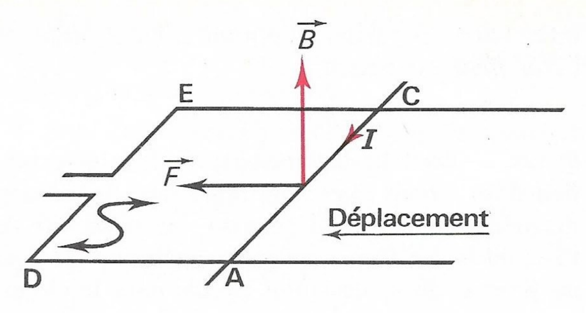


FIG. 13.22 *b*.

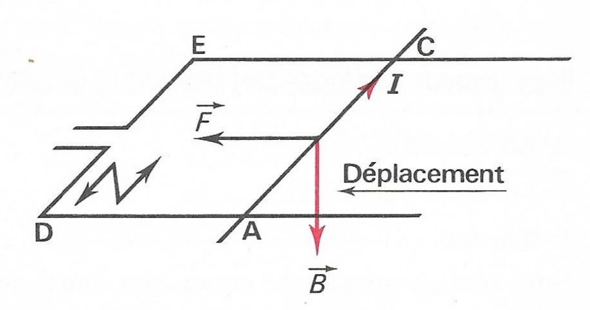


FIG. 13.22 *c*.

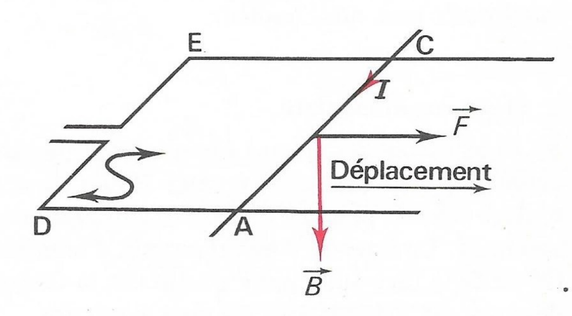


FIG. 13.22 *d*.

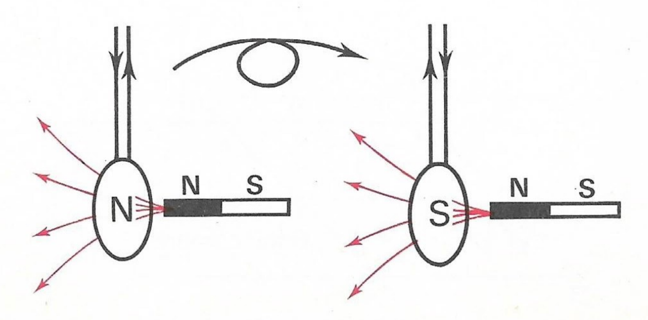


FIG. 13.23. — La bobine mobile se retourne afin que le flux pénètre par sa face sud.

Cas b : les lignes de champ pénètrent par la face du dessous (**NORD**) et le déplacement du rail AC contribue à réduire la surface ACED; le flux qui entre par la face **nord** diminue.
Cas c : les lignes de champ pénètrent par la face supérieure (**NORD**) et le déplacement du rail AC contribue à réduire la surface ACED; le flux qui entre par la face **nord** diminue.

Cas d : les lignes de champ pénètrent par la face supérieure (**SUD**) et le déplacement du rail AC contribue à accroître la surface ACED; le flux qui entre par la face **sud** augmente.

b) Règle. — Elle est la conclusion des observations précédentes :

→ **Lorsqu'un circuit électrique parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est mobile (ou déformable), s'il en a la possibilité, il se déplace (ou se déforme) de façon à augmenter le flux qui pénètre par sa face sud ou à diminuer le flux qui pénètre par sa face nord.**

c) Remarque : dans le chapitre 11 nous avons attribué un signe au flux : le signe plus quand il pénètre par la face sud et le signe moins quand il pénètre par la face nord. La règle précédente peut alors s'énoncer :

→ *lorsqu'un circuit électrique parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est mobile (ou déformable), s'il en a la possibilité, il se déplace (ou se déforme) de façon à augmenter le flux algébrique qui le traverse.*

d) Le déplacement (ou la déformation) du circuit se poursuit jusqu'à ce que, compte tenu des contraintes auxquelles le circuit est soumis (pesanteur, frottements, rigidité, ...), le flux embrassé soit le plus grand possible, s'il pénètre par la face sud et le plus petit possible, s'il pénètre par la face nord.

e) Ces conclusions sont générales et s'appliquent aussi bien à un déplacement qu'à une déformation de circuit. Si, en plus, un circuit a la possibilité de se retourner face pour face et que dans la position initiale le flux entre par la face nord, le circuit se retourne afin que le flux entre par sa face sud (fig. 13.23).

3° Position d'équilibre stable. — Si à la fin du mouvement (ou de la déformation) le circuit se trouve dans une position d'équilibre stable, c'est que les forces électromagnétiques ne sont plus capables de produire un travail moteur. Nous en conclurons que, dans les conditions où se trouve le circuit, **si le champ entre par la face nord, le flux est minimal (nul à la limite) et si le champ entre par la face sud le flux est maximal.**

7. Action d'un champ magnétique sur un cadre mobile.

1° Dispositif. — Un cadre rectangulaire comporte N spires parcourues par un courant d'intensité I. Il est mobile autour d'un axe vertical $x'x$ et placé dans un champ magnétique que nous supposerons uniforme, donc de module B constant.

2° Action du champ. — Étudions l'action du champ sur une spire abcd (fig. 13.24).

a) Action sur les côtés horizontaux. — La force f_3, qui agit sur le côté bc, est perpendiculaire au plan défini par le côté bc et le vecteur-champ $\vec{B}$; elle est donc dirigée suivant l'axe $x'x$. Son moment par rapport à cet axe est nul, cette force est donc sans effet sur la rotation du cadre. Il en est de même de la force f_4 qui agit sur le côté ad.

b) Action sur les côtés verticaux. — Les forces perpendiculaires à ces côtés et à $\vec{B}$ sont horizontales.

Le vecteur-champ $\vec{B}$ étant perpendiculaire aux fils, $\sin\alpha = 1$ pour toute position, et le module commun des forces est :

$$f = f_1 = f_2 = BI\ell.$$

Ces deux forces forment un couple qui tend à provoquer la rotation du cadre autour de $x'x$.

3° Mouvement spontané du cadre. — Sous l'action du couple, le cadre tourne dans le sens indiqué par la flèche rouge (fig. 13.24). La vue de dessus (fig. 13.25) montre clairement que le flux qui entre par la face sud va augmenter. En l'absence de contraintes extérieures, la rotation se poursuit jusqu'à la position d'équilibre stable (fig. 13.26) où le flux qui entre par la face sud est maximal.

4° Calcul du moment du couple. — Soit θ (fig. 13.25), l'angle que forment la normale $\vec{N}$ au plan du cadre et le vecteur-champ $\vec{B}$.

La distance h des deux forces est :

$$h = D\sin\theta$$

et le moment du couple est :

$$T_1 = fh = BI\ell D\sin\theta$$

Pour l'ensemble des N spires, ce couple s'écrit en posant $S = \ell D$:

$$T = BI\ell DN\sin\theta = BISN\sin\theta$$

En position d'équilibre stable, $\theta = 0$ et le couple est nul.

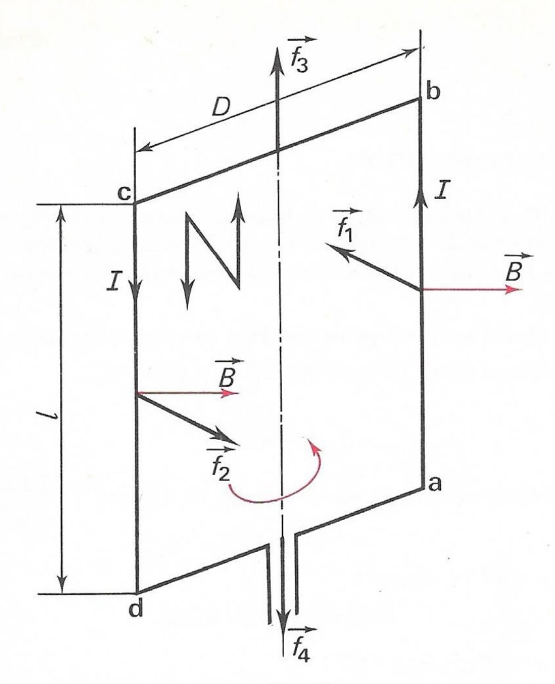


FIG. 13.24. — Les forces $\vec{f_1}$ et $\vec{f_2}$ forment un couple.

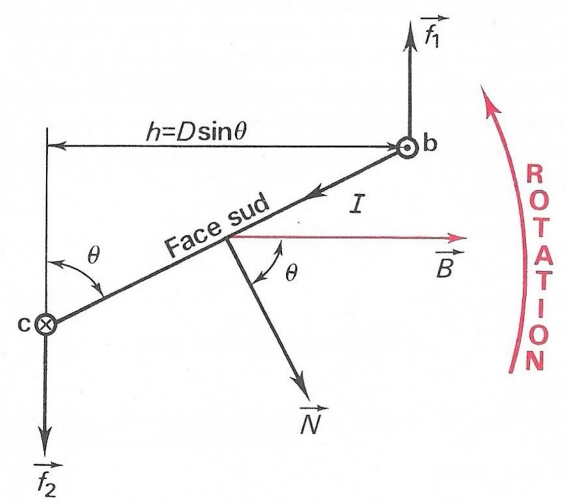


FIG. 13.25.

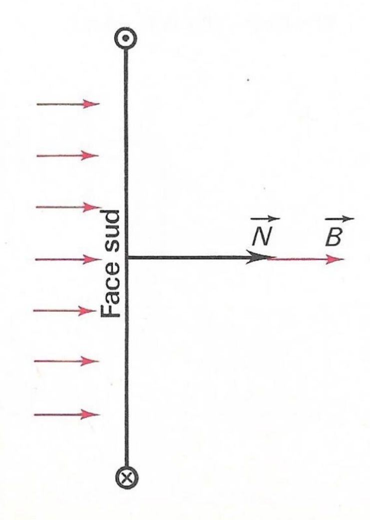


FIG. 13.26. — Position d'équilibre stable.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

13.01. — Un fil rectiligne de 10 cm de longueur, parcouru par un courant de 5 A, est placé dans un champ magnétique de 0,4 T. Calculer la force électromagnétique qui s'exerce sur le fil :

1° Quand le fil est perpendiculaire aux lignes de champ.

2° Quand il fait un angle de 30° avec celles-ci.

Solution

La force est donnée par la formule de Laplace :

$$F = BI\ell \sin\alpha.$$

1° $\alpha = 90° \rightarrow \sin\alpha = 1$:

$$F = 0{,}4 \times 5 \times 0{,}1 = 0{,}2 \text{ N}.$$

2° $\alpha = 30° \rightarrow \sin\alpha = 0{,}5$:

$$F = 0{,}4 \times 5 \times 0{,}1 \times 0{,}5 = 0{,}1 \text{ N}.$$

13.02. — Dans l'expérience des rails de Laplace (fig. 13.21), la longueur utile du rail mobile est 40 cm, l'intensité du courant est de 20 A et le champ constant est de 0,5 T.

1° Calculer la force électromagnétique et le travail qu'elle produit pour un déplacement de 1,6 m.

2° Calculer le flux coupé dans le déplacement et retrouver le travail.

Solution

1° Force :

$$F = BI\ell = 0{,}5 \times 20 \times 0{,}4 = 4 \text{ N}.$$

Travail :

$$W = Fd = 4 \times 1{,}6 = 6{,}4 \text{ J}.$$

2° Flux coupé :

$$\Delta\Phi = BS = 0{,}5 \times 0{,}4 \times 1{,}6 = 0{,}32 \text{ Wb}.$$

Travail :

$$W = I\Delta\Phi = 20 \times 0{,}32 = 6{,}4 \text{ J}.$$

II. A RÉSOUDRE.

13.03. — Résoudre le problème 13.01 avec les données suivantes :

$$\ell = 25 \text{ cm} \quad I = 6 \text{ A} \quad B = 0{,}3 \text{ T}.$$

13.04. — Un conducteur rectiligne de 0,4 m de longueur et parcouru par un courant de 12 A est placé dans un champ $B = 0{,}25$ T.

Calculer la force électromagnétique qui s'exerce sur le conducteur quand il fait avec les lignes de champ les angles suivants : 30°; 45°; 60°; 90°.

Préciser sur un croquis le sens de la force.

13.05. — Lors d'un court-circuit, deux conducteurs, rectilignes parallèles et très longs, sont parcourus par un courant de 10 000 A. Calculer la force qui s'exerce par tranche de 10 m de ces conducteurs qui sont distants de 10 cm.

13.06. — Résoudre le problème 13.02 avec les données suivantes : $\ell = 0{,}65$ m; $I = 34$ A; $B = 0{,}45$ T; $d = 2{,}5$ cm.

13.07. — Le cadre de la figure 13.24 est un carré de 30 cm de côté. Il comporte 15 spires traversées par un courant de 4 A.

1° Calculer le module des forces qui s'exercent sur les côtés verticaux si le champ est $B = 0{,}6$ T.

2° Exprimer le moment du couple en fonction de l'angle $\theta = (\vec{N}, \vec{B})$ de la figure 13.25. Pour quelles valeurs de θ le couple est-il nul? Étudier les équilibres correspondants.

3° Calculer le moment du couple pour $\theta = 90°$.

4° Calculer le travail effectué quand le cadre passe de la position du 3° à sa position d'équilibre stable.

13.08. — Un cadre carré de 40 cm de côté comporte 50 spires parcourues par un courant de 3 A. Il peut tourner autour d'un axe et est placé dans un champ magnétique $B = 0{,}25$ T (fig. 13.24).

1° Calculer la force qui s'exerce sur un côté vertical.

2° Le cadre est placé dans la position d'équilibre instable (voir problème 13.07). Calculer le travail produit quand il passe de cette position à sa position d'équilibre stable.

14
INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

1. Production d'un courant induit dans une bobine.

1° Par déplacement d'un aimant.

Réunissons les bornes d'une bobine b_2 à un ampèremètre et approchons un pôle d'aimant (fig. 14.01) : l'ampèremètre dévie. Il revient au même de déplacer la bobine en laissant l'aimant fixe mais, il n'y a pas de courant si les positions relatives de l'aimant et de la bobine restent inchangées.

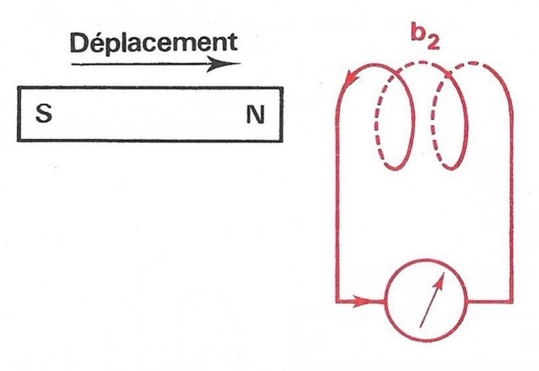


FIG. 14.01. — Le déplacement relatif de l'aimant, par rapport à la bobine, engendre un courant induit.

2° Par déplacement d'une autre bobine.

Un circuit électrique comportant une bobine b_1 est traversé par un courant I_1. Un second circuit est formé d'une bobine b_2 dont les bornes sont réunies à un ampèremètre (fig. 14.02). **Bien qu'il n'y ait aucune liaison électrique** entre les deux circuits, tout déplacement relatif d'une bobine par rapport à l'autre entraîne la production d'un courant dans b_2.

3° Par un autre procédé.

Avec le dispositif précédent, nous obtenons aussi un courant induit sans déplacement des bobines :

a) En modifiant le courant I_1 qui traverse b_1 par action sur le rhéostat R_h.

b) En ouvrant ou en fermant l'interrupteur K (donc, à nouveau en faisant varier le courant dans b_1).

c) En introduisant un noyau de fer dans l'une ou dans l'autre des bobines. C'est d'ailleurs ce dernier procédé qui produit le plus grand courant dans b_2.

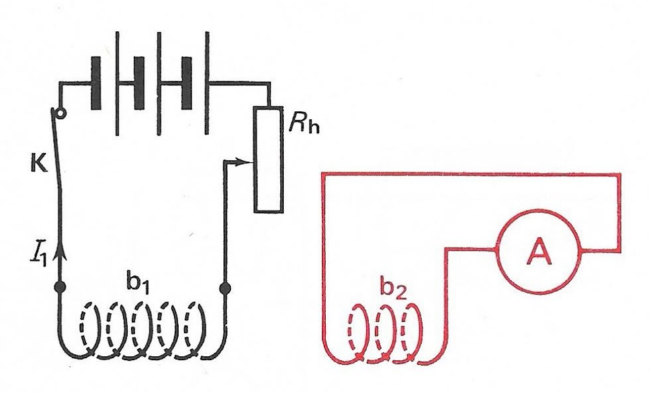


FIG. 14.02. — Production d'un courant induit dans b_2 avec une bobine b_1.

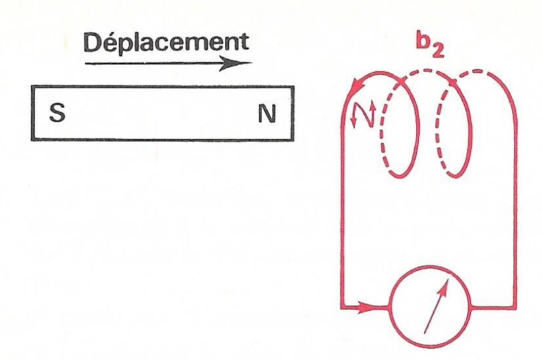


Fig. 14.03 *a.*

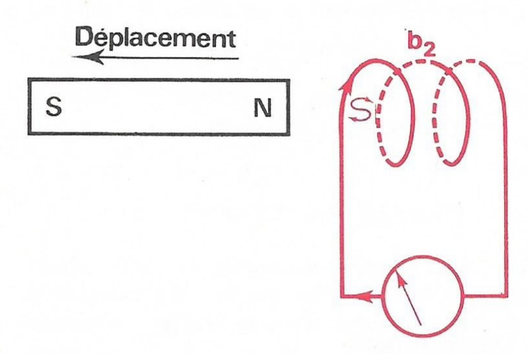


Fig. 14.03 *b.*

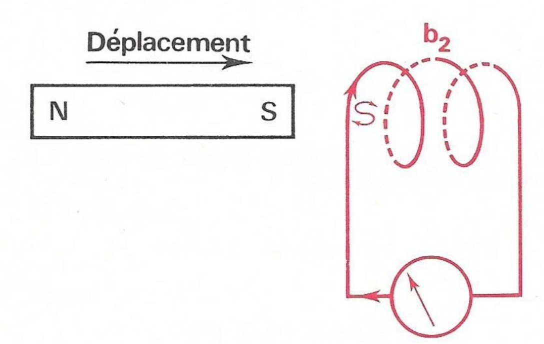


Fig. 14.03 *c.*

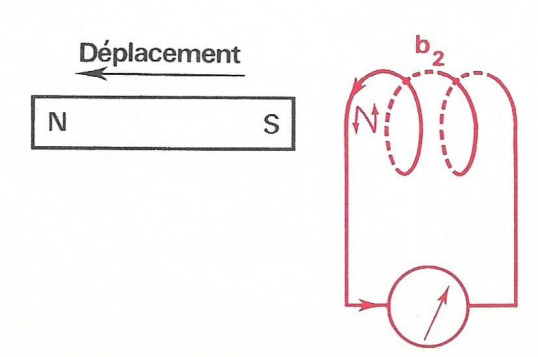


Fig. 14.03 *d.*

4° Interprétation des expériences.

a) La production du courant induit est due au seul phénomène physique qui soit commun aux cinq expériences décrites : **la variation du flux embrassé** par la bobine b_2. Ce flux augmente par :

— l'approche de l'aimant ou de la bobine b_1;

— l'augmentation du courant dans b_1;

— la fermeture de l'interrupteur K;

— l'introduction du noyau de fer.

Les opérations opposées créent un courant par diminution du flux.

b) Les expériences permettent de vérifier que le courant commence avec l'opération « variation de flux » et cesse avec elle. **Il n'y a pas de courant quand le flux est invariable.**

c) Vocabulaire :

— le courant créé est appelé **courant induit;**

— la bobine b_2 est dite induite, elle est le siège du phénomène d'induction;

— l'aimant (ou l'autre bobine) joue le rôle d'**inducteur.**

5° Force électromotrice induite.

a) Puisqu'un courant induit est obtenu dans le circuit de b_2, alors que nous n'y avons pas placé de générateur, c'est que le système {inducteur-bobine b_2} est un générateur électrique dans les conditions expérimentales que nous avons précisées.

Puisque ce système produit un courant, c'est qu'**une force électromotrice y est engendrée par la variation de flux.**

b) Si nous remplaçons l'ampèremètre par un voltmètre, nous pouvons lire une tension. Si le voltmètre est très résistant, le courant induit est pratiquement nul et la tension lue est la force électromotrice induite dans b_2.

6° Loi de Faraday.

Toute variation de flux à travers un circuit électrique fermé donne naissance à un courant induit; l'existence du courant coïncide avec celle de la variation de flux. Si le circuit est ouvert, il y a force électromotrice induite.

2. Sens du courant induit.

1° Recherche expérimentale.

Utilisons le système de la figure 14.01 avec un ampèremètre polarisé pour déterminer le sens du courant.

Avec les deux pôles de l'aimant et les deux déplacements, approche ou éloignement, nous avons quatre possibilités illustrées par les quatre figures 14.03 *a*, *b*, *c* et *d*.

a) Approche d'un pôle nord : le courant induit produit une face nord.

b) Éloignement d'un pôle nord : le courant induit produit une face sud.

c) Approche d'un pôle sud : le courant induit produit une face sud.

d) Éloignement d'un pôle sud : le courant induit produit une face nord.

Dans chaque cas, le courant induit produit une face qui tend à s'opposer au déplacement de l'aimant.

2° Loi de Lenz.

Le sens du courant induit est tel que les effets qu'il produit s'opposent à la cause qui leur donne naissance.

3° Règle des trois doigts de la main gauche.

a) Elle permet de trouver le sens du courant induit quand l'utilisation de la loi de Lenz n'est pas pratique.

b) La correspondance des doigts est la même qu'au chapitre 13, § 2 (fig. 14.04) :

— pouce-sens du déplacement ou vecteur-vitesse $\vec{V}$,

— index-intensité,

— majeur-magnétisme.

Pour ne pas faire d'erreur sur la main à utiliser, nous retiendrons la correspondance :

Droite-Démarreur Gauche-Générateur.

c) Quand le circuit est ouvert, il n'y a pas de courant induit. L'index donne alors le sens de la « flèche f.é.m. » E puisque, rappelons-le, celle-ci indique le sens qu'aura le courant quand le circuit sera fermé (fig. 14.05).

d) La règle des trois doigts peut être facilement vérifiée avec le dispositif utilisé dans le chapitre précédent (fig. 14.06).

3. Interdépendance des phénomènes électromagnétiques.

1° La force résistante.

Déplaçons un rail mobile sur deux rails fixes (fig. 14.07). La règle des trois doigts de la main gauche donne le sens de la force électromotrice induite.

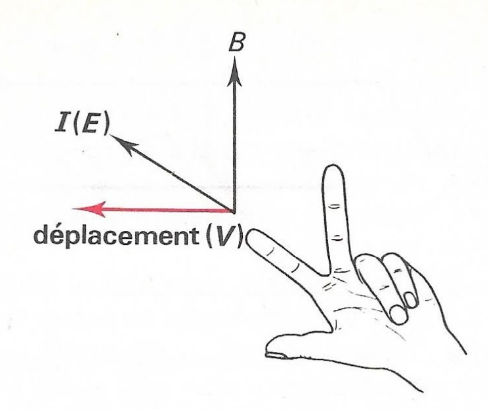


FIG. 14.04. — Règle des trois doigts de la main gauche.

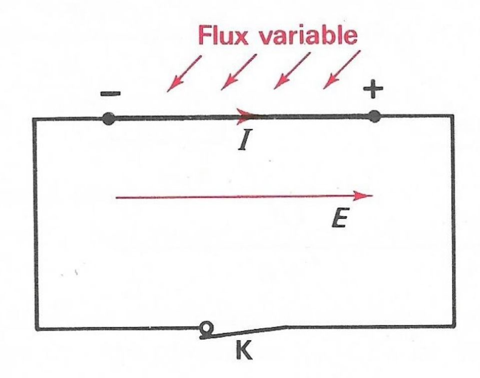


FIG. 14.05. — La force électromotrice induite est orientée comme le courant et subsiste à l'ouverture de K.

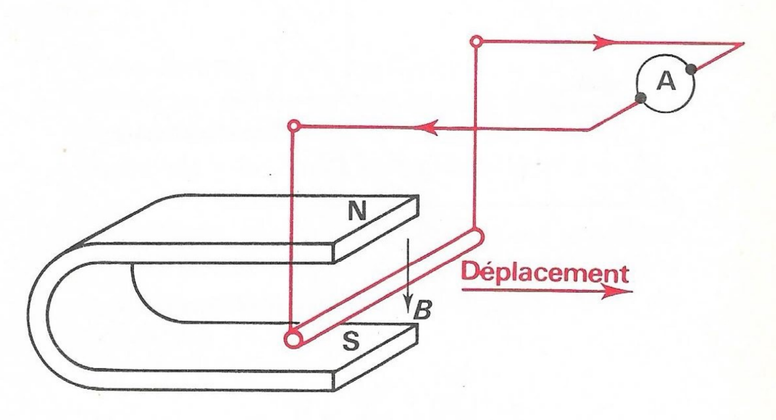


FIG. 14.06. — Vérification de la règle.

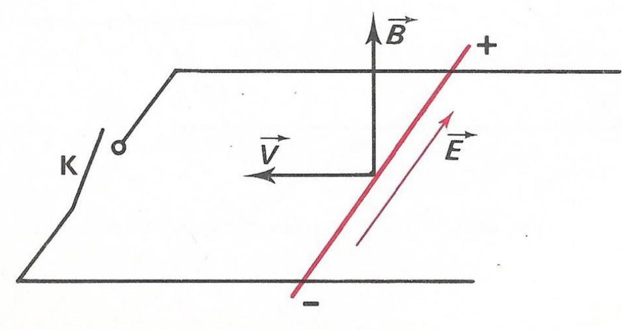


FIG. 14.07.

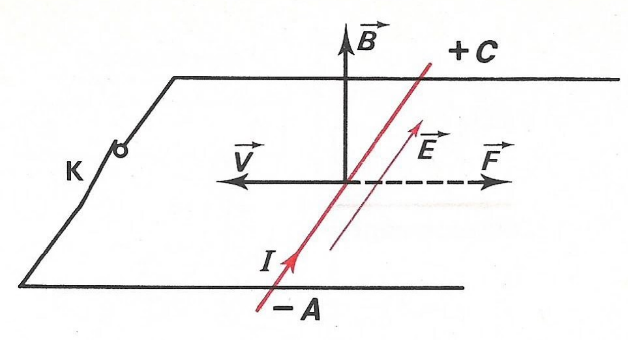


Fig. 14.08. — La force électromagnétique due au courant tend à s'opposer au développement.

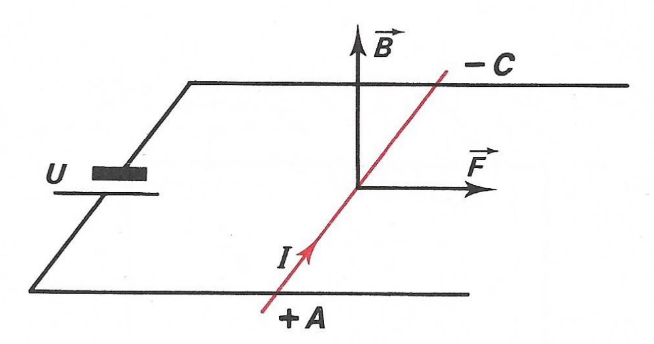


Fig. 14.09.

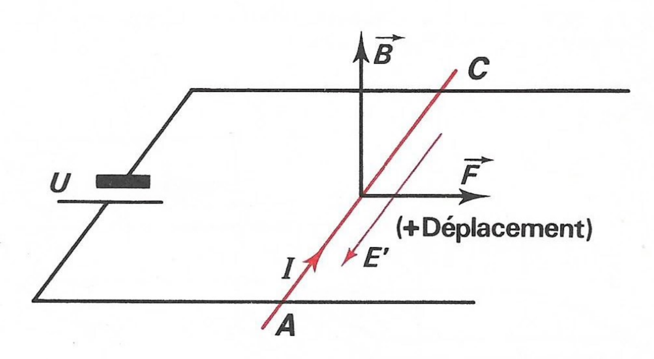


Fig. 14.10. — Dès qu'il y a déplacement, il y a force électromotrice.

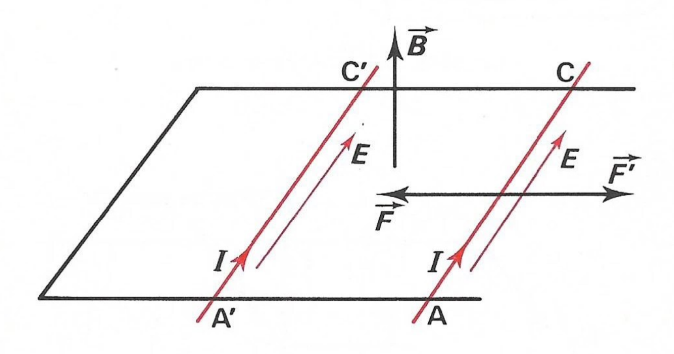


Fig. 14.11. — En Δt, le conducteur a coupé $\Delta \Phi$.

Si nous fermons le circuit grâce à l'interrupteur K, un courant va circuler dans le sens de la f.é.m. Le système se trouve alors dans l'état où nous l'avons étudié dans le chapitre 13 : le conducteur AC parcouru par un courant est placé dans un champ magnétique, il se trouve donc soumis à une force électromagnétique $\vec{F}$ (mécanique), dont le sens est donné par la main droite. Ce sens (fig. 14.08) est opposé au sens dans lequel nous déplaçons le rail mobile; cela est conforme à la loi de Lenz. Ainsi, dès que l'existence de la force électromotrice induite dans un circuit est suivie de l'effet électrique « courant », une force résistante tend à s'opposer au déplacement imposé.

2° La force contre-électromotrice.

Plaçons un rail mobile sur le même circuit où l'interrupteur est remplacé par une source de tension U (fig. 14.09). Le conducteur AC parcouru par un courant et placé dans un champ magnétique est soumis à une force motrice $\vec{F}$ dont le sens est donné par la main droite.

Si, sous l'action de cette force, le conducteur se déplace dans le champ magnétique, il est le siège d'une force électromotrice induite E' dont le sens est donné par la main gauche. Ce sens est opposé à celui du courant produit par la source (fig. 14.10).

Ainsi, dès que la force (mécanique) développée sur un circuit est suivie de l'effet mécanique « déplacement », une force contre-électromotrice tend à s'opposer au courant imposé.

3° Conclusion.

Dès que l'un des deux phénomènes, force électromotrice induite *(phénomène électrique)* ou force électromagnétique *(phénomène mécanique)* est suivi d'effet, l'autre phénomène se manifeste également et tend à s'opposer à la cause qui produit le premier.

b) Les deux règles des trois doigts s'appliquent alors successivement, en commençant par la gauche si l'on impose un déplacement et par la droite si l'on impose un courant.

4° L'énergie mise en jeu.

a) Pour déplacer dans un champ magnétique un conducteur qui est le siège d'un courant induit, il faut fournir de l'énergie mécanique pour vaincre la force résistante qui apparaît. Cette énergie est transformée en énergie électrique par le système.

b) Pour développer une force électromagnétique sur un conducteur, il faut fournir de l'énergie

électrique pour produire le courant. Cette énergie est transformée en énergie mécanique lors du déplacement.

c) Les deux phénomènes sont donc réciproques l'un de l'autre et produisent une transformation de l'énergie d'une forme en une autre :

énergie électrique { → **force** → **déplacement** → / ← **courant** ← **f.é.m.** ← } **énergie mécanique**

d) Étude quantitative du phénomène d'induction. — Dans un champ magnétique (fig. 14.11), déplaçons un conducteur AC en lui appliquant une force $\vec{F}$ constante pendant un court intervalle de temps Δt. Siège d'une force électromotrice induite et d'un courant (le circuit est fermé), le conducteur est soumis à une force résistante $\vec{F'}$. Si les frottements sont négligeables, la vitesse de déplacement sera constante quand les deux modules F et F' seront égaux et toute l'énergie mécanique fournie sera transformée en énergie électrique.

— *Calcul de l'énergie mécanique fournie.*

Pendant le temps Δt, le conducteur passe de la position AC à la position A′C′, il balaye la surface ACC′A′ et coupe le flux $\Delta\Phi$, égal au produit de B par l'aire de ACC′A′. La formule du flux coupé donne :

$$W = I\Delta\Phi$$

— *Calcul de l'énergie électrique produite :* soit E la f.é.m. et I le courant :

$$W = EI\Delta t$$

L'égalité des deux énergies (pertes négligées) donne :

$$I\Delta\Phi = EI\Delta t \quad \text{soit} \quad \Delta\Phi = E\Delta t$$

4. Valeur de la force électromotrice induite.

1° Formule de base.

L'égalité que nous venons d'écrire conduit à :

(1) $$E_{moy} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ { $\Delta\Phi$ en webers, Δt en secondes, E_{moy} en volts

Selon les circuits considérés, $\Delta\Phi$ représentera la variation de flux ou le flux coupé (comme pour la formule 3 du chapitre 13).

2° Conditions d'utilisation de la formule.

a) Elle donne la valeur instantanée (et constante) dans les conditions restrictives suivantes : les variations de flux doivent être proportionnelles aux variations de temps; autrement dit, le flux doit être une fonction affine du temps.

b) Quand le flux varie de façon irrégulière, la formule donne **la valeur moyenne** de la f.é.m., pendant l'intervalle de temps considéré, sous la réserve que le flux varie toujours dans le même sens : **toujours croissant ou toujours décroissant.**

c) Si le circuit comporte N spires subissant toutes la même variation de flux $\Delta\Phi$, la f.é.m. globale sera calculée avec $\Delta\Phi_T = N\Phi$, soit $E_{moy} = \frac{\Delta\Phi_T}{\Delta t}$.

3° Autres formules.

a) Conducteur rectiligne coupant des lignes de champ.

Si la longueur active du conducteur est ℓ et si sa vitesse de déplacement est v, la f.é.m. est :

(2) $$e = B\ell v$$ { B en teslas, ℓ en mètres, v en m/s, e en volts

Cette formule n'est applicable que si les trois directions de $\vec{B}$, du conducteur et de $\vec{v}$ sont perpendiculaires deux à deux (fig. 14.12); elle donne alors la valeur instantanée de f.é.m.

b) Courant. — La bobine induite est le générateur du circuit et le courant s'obtient en divisant la f.é.m. par la résistance totale $R = r + r'$ du circuit (fig. 14.13) :

$$I_{moy} = \frac{E_{moy}}{R} = \frac{\Delta\Phi}{R\Delta t}$$

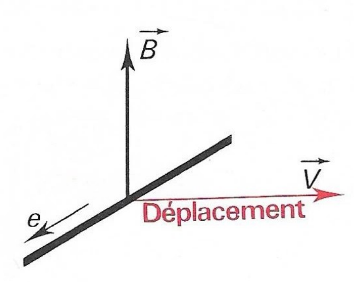


FIG. 14.12.

c) Quantité d'électricité induite. — Écrivons la formule précédente sous la forme $I\Delta t = \frac{\Delta \Phi}{R}$. Le produit $I\Delta t$ représente la quantité d'électricité Q, induite dans le circuit par la variation de flux $\Delta \Phi$; **elle est indépendante de la rapidité avec laquelle le flux varie :**

(3) $$Q = \frac{\Delta \Phi}{R}$$ $\Delta \Phi$ en webers, R en ohms, Q en coulombs

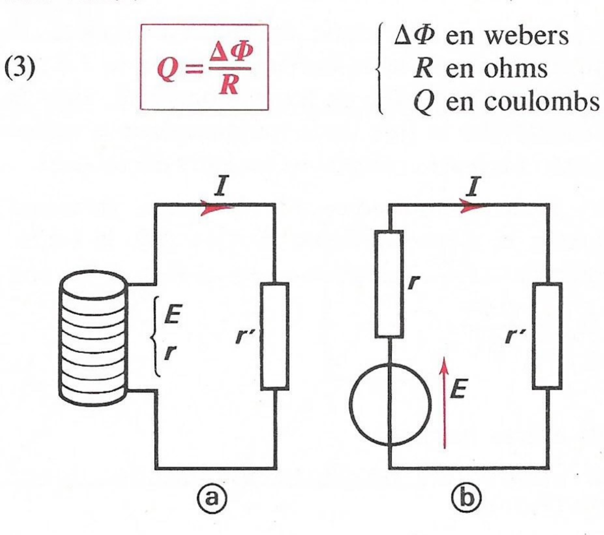


FIG. 14.13. — Bobine induite alimentant un résistor et schéma équivalent.

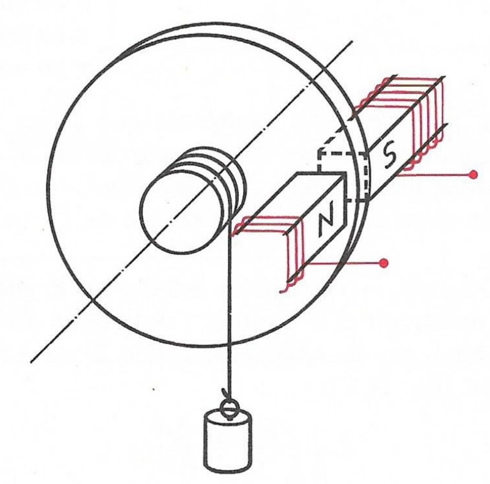


FIG. 14.14. — La rotation du disque est freinée par l'électroaimant.

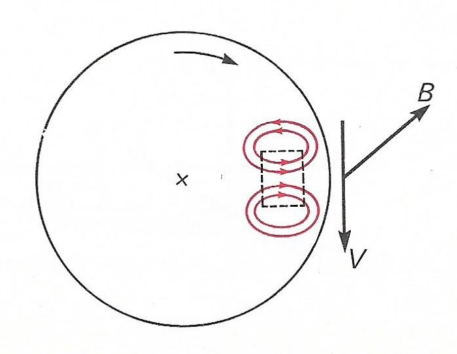


FIG. 14.15. —

5. Courants de Foucault.

1° Expérience. — Un poids entraîne, par l'intermédiaire d'un fil, un disque pouvant tourner entre les pôles d'un électroaimant (fig. 14.14).

a) Quand l'interrupteur est ouvert le disque tourne rapidement.

b) Fermons l'interrupteur : la vitesse de rotation devient faible.

2° Explications. — Le disque est conducteur, la tranche de disque qui passe entre les pôles coupe le champ et est ainsi le siège de courants induits qui se referment dans le disque. Ces courants s'opposent à la cause qui leur donne naissance : la rotation du disque (fig. 14.15).

Ces courants induits sont nommés **courants de Foucault.**

3° Intérêt des courants de Foucault. — Ils sont utilisés pour freiner des masses métalliques en mouvement :

— amortissement d'appareils de mesure;

— freinage du disque des compteurs d'énergie;

— freinage de machines.

Ils sont aussi à l'origine du moteur le plus répandu : le **moteur asynchrone.**

4° Inconvénients. — Les courants de Foucault produisent dans les masses métalliques conductrices(1) des pertes par effet Joule proportionnelles au carré de l'intensité de ces courants. Pour réduire ces pertes, il faut réduire les courants en augmentant la résistance électrique qui leur est opposée. Pour obtenir ce résultat, les masses métalliques, dans lesquelles vont se produire des courants de Foucault, sont découpées en « tranches » perpendiculairement à la direction principale de ces courants : les masses métalliques sont feuilletées.

Le feuilletage sera nécessaire chaque fois qu'une masse métallique tournera dans un champ magnétique *même constant* et, chaque fois qu'un champ magnétique variable traversera une masse métallique *même fixe*. Chaque feuille, ou tôle, est électriquement isolée des autres par une couche de vernis ou par oxydation.

5° Formule. — En alternatif, les pertes par courants de Foucault sont proportionnelles au carré de la fréquence, au carré du champ maximal et au volume de fer concerné :

(1) Qu'elles soient ferromagnétiques ou non.

(4) $$P_f = K_2 f^2 B_m^2 V$$

f en hertz
B_m en teslas
V en m³
P en watts

K_2 est un coefficient déterminé par des mesures sur un échantillon de la substance.

6°. — Dans les matériaux magnétiques, rappelons qu'il se produit, en outre, des pertes par hystérésis. L'ensemble des pertes, hystérésis et courants de Foucault, est nommé **pertes dans le fer** ou simplement « pertes fer ».

Les fabricants de tôles donnent globalement l'ensemble de ces pertes. Pour un champ maximal de 1 T et à la fréquence de 50 Hz, ces pertes sont comprises entre 0,6 W/kg et 3 W/kg selon la qualité des tôles.

6. Auto-induction.

1° Flux propre d'un circuit électrique.

Le courant qui circule crée un champ magnétique dans lequel se trouve évidemment placé le circuit.

C'est le flux total Φ_T embrassé par ce circuit que nous appelons son flux propre.

2° Force électromotrice auto-induite.

Si le courant précédent varie, le flux propre varie également et le circuit, soumis aux variations de son propre flux, sera le siège d'une f.é.m. induite qui est dite **auto-induite** parce qu'elle n'est pas due à un flux étranger. La valeur moyenne est calculable par la formule $E_{moy} = \frac{\Delta\Phi_T}{\Delta t}$ qui est valable quelle que soit l'origine de la variation de flux.

3° Inductance propre d'un circuit.

a) Quand une bobine a la forme d'une couronne cylindrique (tore), et en l'absence de noyau ferromagnétique, nous savons que le module B du vecteur-champ est proportionnel au courant qui circule dans les spires. A travers chaque spire, le flux BS est calculable et le flux total $\Phi_T = BSN$, calculable aussi est, comme B, proportionnel au courant.

b) Quand un circuit a une forme quelconque, le module du vecteur-champ et le flux correspondant sont rarement calculables mais il est facile de vérifier expérimentalement que le flux reste proportionnel au courant.

c) Définition. — **L'inductance (L) d'un circuit électrique est le quotient du flux propre total à travers le circuit par l'intensité du courant qui y circule.**

(5) $$L = \frac{\Phi_T}{I}$$

Φ_T en webers
I en ampères
L en henrys

d) Unité d'inductance : le henry (H).

Le henry est l'inductance (propre) d'un circuit qui embrasse un flux propre total de un weber quand il y circule un courant de un ampère.

e) Calcul d'inductance.

Le calcul n'est facile que pour une bobine en forme de tore et à la condition d'admettre que le module du vecteur-champ est le même sur toutes les lignes de champ.

— Module du vecteur-champ :

$$B_0 = \frac{4\pi \times 10^{-7} NI}{\ell}.$$

— Flux à travers une spire :

$$\Phi = B_0 S = \frac{4\pi \times 10^{-7} NIS}{\ell}.$$

— Flux total : $\Phi_T = N\Phi = \frac{4\pi \times 10^{-7} N^2 IS}{\ell}$.

— Inductance : $L = \frac{\Phi_T}{I} = \frac{4\pi \times 10^{-7} N^2 S}{\ell}$.

Nous pouvons remplacer $4\pi \times 10^{-7}$ par μ_0 :

(6) $$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$$

S en m²
ℓ en mètres
L en henrys

f) Exemple :

$N = 1\,200$ spires, $S = 15$ cm² et $\ell = 0{,}8$ m,

$$L = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1\,200 \times 1\,200 \times 15 \times 10^{-4}}{0{,}8} = 3{,}4 \text{ mH}.$$

Pour une bobine placée dans l'air sans noyau ferromagnétique, le henry est une grande unité.

4° Nouvelle expression de la force électromotrice.

a) A la condition que l'inductance soit constante, la proportionnalité entre flux et courant se retrouve entre les variations de ces deux grandeurs :

$$\Delta\Phi = L\Delta I$$

et nous obtenons :

(7) $$E = \frac{L\Delta I}{\Delta t}$$

L en henrys
ΔI en ampères
Δt en secondes
E en volts

b) Validité de la formule.

— Si les variations de courant sont proportionnelles à celles du temps, la f.é.m. est constante;

— si ce n'est plus le cas, on trouvera une valeur moyenne E_{moy} à la condition que les variations de courant aient toujours le même sens (croissance ou décroissance).

Dans tous les cas, l'inductance doit être constante donc le circuit **indéformable et sans fer.**

7. Compléments.

1° Bobines à noyaux de fer.

a) Quand un noyau de fer est placé dans une bobine, nous savons que le champ magnétique B_0 qui existait dans l'air est multiplié par la perméabilité μ_r de la substance. Le flux embrassé par une bobine, proportionnel au champ, se trouve également multiplié par μ_r.

L'inductance propre, quotient du flux par le courant, est donc également multiplié par la perméabilité.

En notant avec l'indice zéro la valeur de l'inductance dans l'air, nous aurons :

(8) $$\boxed{L = \mu_r L_0}$$

Rappelons que la perméabilité varie avec l'état de saturation de la substance ferromagnétique.

b) Pour passer de la relation $\Phi = LI$ à la relation $\Delta\Phi = L\Delta I$, nous avons supposé que L était constante. Avec la présence fer cette condition n'est plus satisfaite et la formule donnant la force électromotrice auto-induite n'est plus applicable. Toutefois, sans donner un résultat exact, cette formule donne une indication sur la valeur que peut prendre la f.é.m. en présence de fer.

Enfin, si le fer n'est pas (ou peu) saturé, la formule donnera une valeur approchée de la f.é.m.

c) Exemple :

la bobine du §6 avait une inductance de 3,4 mH. Avec une perméabilité de 1 000 cette inductance devient :

$$L = \mu_r L_0 = 1\,000 \times 3,4 \times 10^{-3} = 3,4 \text{ H}.$$

Si l'on annule en 0,01 s un courant de 2 A dans la bobine précédente :

$$E_{moy} = \frac{L\Delta I}{\Delta t} = \frac{3,4 \times 2}{0,01} = 680 \text{ V}.$$

Cette grande valeur explique l'importance des problèmes technologiques posés par les f.é.m. auto-induites.

d) Note importante. — L'étude des propriétés des circuits magnétiques sera entreprise dans le cours de machines électriques; en attendant, il faut savoir que si une bobine est placée sur un circuit ferromagnétique pratiquement fermé sur lui-même, **l'inductance de la bobine doit être calculée comme si le bobinage était réparti sur toute la longueur du circuit.**

2° Énergie électromagnétique.

Une bobine emmagasine de l'énergie quand le courant augmente et la restitue quand il diminue. On démontre que cette énergie est donnée par la formule :

(9) $$\boxed{W = \frac{1}{2} L I^2}$$ $\begin{cases} L \text{ en henrys} \\ I \text{ en ampères} \\ W \text{ en joules} \end{cases}$

Cette énergie n'est jamais très grande mais, si elle est restituée dans un temps très court Δt, la puissance mise en jeu $P = \frac{W}{\Delta t}$ peut être importante.

EXEMPLE :

$$L = 5 \text{ H} \quad I = 4 \text{ A} \quad W = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times 4 = 40 \text{ J}$$

restituée en 0,1 s → $P = \frac{40}{0,1} = 400$ W.

3° Manifestation du phénomène d'auto-induction.

Si le courant I qui parcourt un circuit est constant, les variations de I sont nulles, il n'y a pas de f.é.m. auto-induite. Ce phénomène ne se manifeste donc pas lorsque le circuit est parcouru par un circuit continu constant c'est-à-dire en **régime permanent.**

Dans un circuit ne contenant que des sources de tension continue, la f.é.m. auto-induite n'existe que pendant les **régimes transitoires** au cours desquels le courant dans le circuit passe d'une valeur constante I_1 à une valeur constante I_2 soit :

— à la fermeture d'un interrupteur,

— à l'ouverture d'un interrupteur,

— pendant les manœuvres d'un rhéostat.

4° Établissement du courant dans un circuit inductif quand on lui applique une tension constante E.

a) Dans un circuit purement résistif, l'établissement et la suppression du courant sont quasiment instantanés. Il n'en est plus de même si le circuit est également inductif et le comportement de celui-ci impose de le représenter par les deux symboles $\{R, L\}$ dans les schémas équivalents (fig. 14.16).

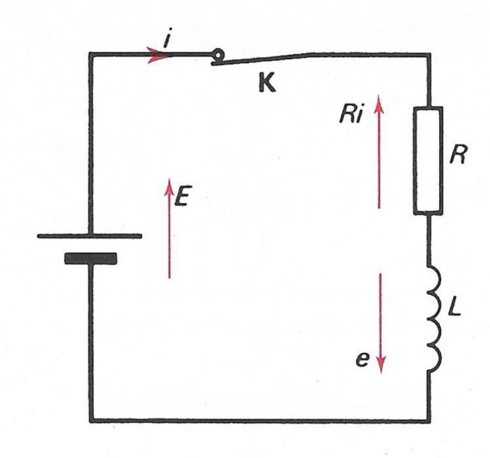


Fig. 14.16.

b) Quand l'interrupteur K est ouvert le courant est nul; quand on ferme K, la présence de l'inductance L interdit au courant de prendre instantanément sa future valeur $I = \frac{E}{R}$. Pendant la durée nécessaire au courant pour passer de la valeur zéro à la valeur $I = \frac{E}{R}$, le circuit est en RÉGIME TRANSITOIRE.

c) La courbe (fig. 14.17) donne la valeur du courant pendant le régime transitoire. La constante de temps $\tau = \frac{L}{R}$ donne une idée sur la durée de l'établissement du courant. Au bout de $5\,\tau$, on a $I = \frac{E}{R}$ à moins de 1% près.

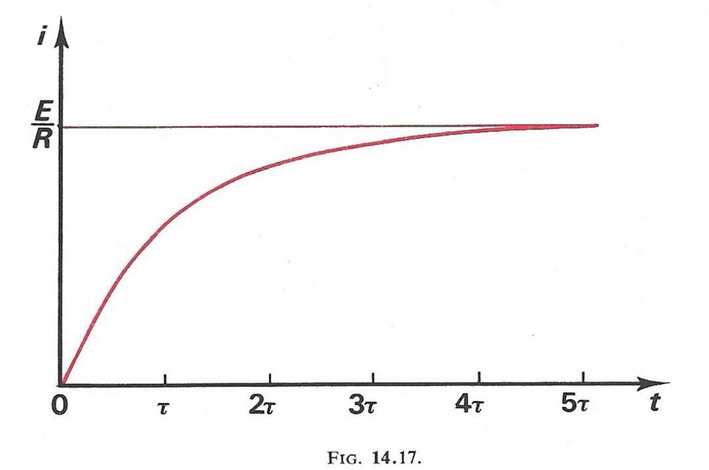


Fig. 14.17.

5° Suppression d'un courant continu dans un circuit inductif.

a) Expérience. — Entre les bornes d'une bobine à noyau de fer nous plaçons un tube au néon (fig. 14.18) qui ne s'allume que pour une tension de 100 V. Alimentons la bobine avec une source de 50 V, le tube reste éteint. Ouvrons K, le tube jette un bref éclair; la tension entre ses bornes a donc dépassé 100 V à cause de la force électromotrice auto-induite à l'ouverture de K. Quand le tube n'est pas monté, la f.é.m. auto-induite se trouve reportée entre les bornes de l'interrupteur; elle provoque l'apparition d'étincelles qui endommagent peu à peu les couteaux.

Fig. 14.18.

b) A l'ouverture d'un interrupteur, la f.é.m. auto-induite tend à prolonger l'existence du courant. Si l'interrupteur est ouvert lentement, un arc électrique s'amorce entre les couteaux et détériore ceux-ci. Si l'interrupteur est ouvert rapidement en un temps dt très petit; la f.é.m. auto-induite prend une valeur importante et il peut y avoir claquage de l'isolant de la bobine. Pour pallier ces inconvénients, les circuits fortement inductifs doivent être protégés :

— soit par une diode (fig. 14.19 *a*) : à l'ouverture de K, le circuit de la bobine reste fermé et le courant s'amortit dans le circuit $\{L, R\}$ (flèche rouge);

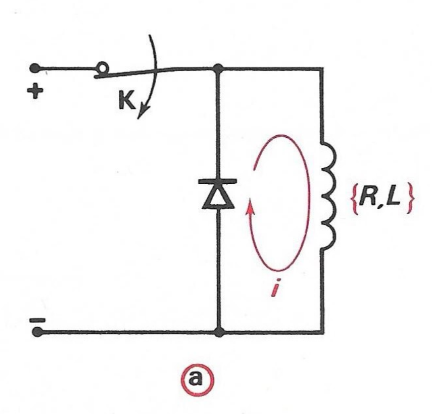


Fig. 14.19 *a*. —

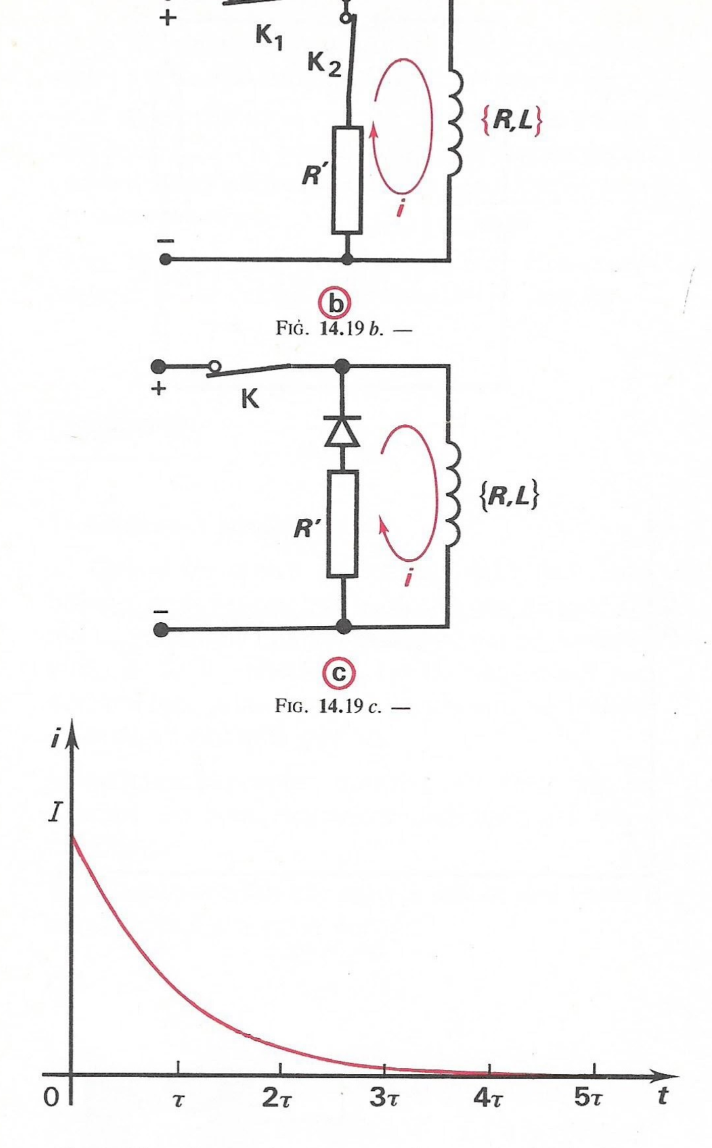


FIG. 14.19 *b*. —

FIG. 14.19 *c*. —

FIG. 14.20. — Suppression du courant dans un circuit inductif.

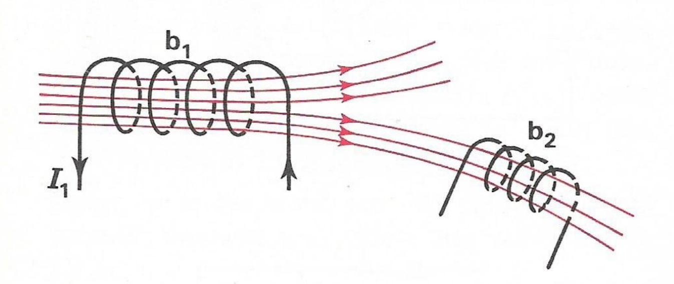


FIG. 14.21. — Le champ magnétique de b_1 produit un flux à travers b_2.

— soit par un résistor R' placé en parallèle avec la bobine (fig. 14.19 *b*); l'interrupteur K_2 doit être fermé avant l'ouverture de K_1. Le courant i s'amortit dans le circuit $\{L, R+R'\}$.

— Soit par une diode et un résistor R' (fig. 14.19 *c*).

c) Courbe : au bout de cinq fois la constante de temps (fig. 14.20), le courant est pratiquement nul.

6° Induction mutuelle.

Reprenons le montage avec deux bobines du paragraphe 1.

a) Flux mutuel. — La bobine b_1, seule à être alimentée, est seule à produire un champ magnétique. La bobine b_2 est placée dans ce champ et embrasse un flux magnétique dû à b_1 (fig. 14.21). Quand on fait varier le champ produit par b_1, par variation de I_1 ou par modification de la « liaison magnétique » entre les deux bobines, b_2 est traversée par un flux variable et, de ce fait, est le siège d'une force électromotrice induite.

Les mêmes expériences pourraient être effectuées en alimentant b_2 et c'est b_1 qui serait le siège d'une f.é.m. induite.

La force électromotrice induite dans une bobine, par la variation du flux créé par une autre bobine, est appelée **force électromotrice mutuelle induite.**

b) Inductance mutuelle de deux circuits (M).

— Définition : l'inductance mutuelle entre deux circuits est le quotient du flux total qui traverse l'un d'eux par le courant qui parcourt l'autre.

L'inductance mutuelle est la même quel que soit le circuit alimenté. Elle varie avec la forme des circuits et avec leur position relative.

— Quotient d'un flux par un courant, la « mutuelle » s'exprime avec la même unité que l'inductance propre : le henry.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

14.01. — Se reporter à la figure 14.11.

Le conducteur a une longueur utile de 0,8 m, sa vitesse est de 2 m/s et le champ constant est 0,5 T.

1° Calculer directement la f.é.m. induite.

2° Calculer le flux coupé en 0,6 s.

3° Retrouver la valeur de la f.é.m.

Solution

1° F.é.m. : $e = B\ell v = 0{,}5 \times 0{,}8 \times 2 = 0{,}8$ V.

2° Chemin parcouru : $\Delta x = 2 \times 0{,}6 = 1{,}2$ m.

Surface coupée : $S = 0{,}8 \times 1{,}2 = 0{,}96$ m².

Flux coupé : $\Delta\Phi = BS = 0{,}5 \times 0{,}96 = 0{,}48$ Wb.

3° F.é.m. : $E_{moy} = \dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \dfrac{0{,}48}{0{,}6} = 0{,}8$ V.

14.02. — Une bobine en forme de tore comporte 1 200 spires de 8 cm² de section. La longueur de la circonférence moyenne de la bobine est 80 cm. Calculer :

1° L'inductance de la bobine.

2° La valeur de la f.é.m. auto-induite pendant les 0,03 s que dure l'établissement d'un courant de 5 A.

Solution

1° Inductance :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{\ell}$$

$$= \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 1\,200 \times 1\,200 \times 8 \times 10^{-4}}{0{,}8} = 1{,}8 \text{ mH}.$$

2° F.é.m. auto-induite :

$$E_{moy} = \frac{L\Delta I}{\Delta t} = \frac{1{,}8 \times 10^{-3} \times 5}{0{,}03} = 0{,}3 \text{ V}.$$

II. A RÉSOUDRE.

14.03. — Effectuer le problème 14.01 avec les données suivantes :

$\ell = 25$ cm $\quad v = 1{,}5$ m/s $\quad B = 0{,}6$ T $\quad t = 0{,}4$ s.

14.04. — Résoudre le problème 14.02 avec les données suivantes :

$N = 900$ spires, $\quad S = 10$ cm², $\quad \ell = 75$ cm,
$t = 0{,}01$ s $\quad I = 8$ A.

14.05. — Une bobine de 600 spires de 8 cm² de section est placée dans un champ uniforme de 0,2 T, son axe est parallèle au vecteur champ.
Calculer la f.é.m. induite dans la bobine quand on annule le champ en 0,05 s.

14.06. — On place une bobine plate de 150 spires de 4 cm² de section sous un pôle de machine qui produit un champ de 1,4 T puis on l'éloigne rapidement hors de tout champ. Calculer :

1° La quantité d'électricité induite sachant que la bobine a une résistance totale de 4 Ω.

2° La f.é.m. moyenne induite si l'opération a duré 0,2 s.

14.07. — L'axe d'une bobine de 750 spires de 12 cm² est parallèle aux lignes d'un champ constant $B = 0{,}3$ T.

Calculer :

1° Le flux embrassé par la bobine.

2° La f.é.m. induite quand on tourne la bobine de 90° en 25 millisecondes.

14.08. — En supposant que les formules d'une bobine infiniment longue lui sont applicables, calculer l'inductance propre d'un solénoïde sans fer :

$\ell = 50$ cm, $\quad N = 650$ spires, $\quad S = 15$ cm².

Quelle est la f.é.m. moyenne auto-induite pendant les 5 millièmes de seconde que dure l'établissement d'un courant de 10 A?

COURANT ALTERNATIF

15
LES COURANTS VARIABLES ET L'OSCILLOGRAPHE

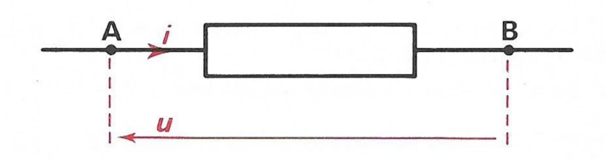


FIG. 15.01. — Orientations selon la convention récepteur.

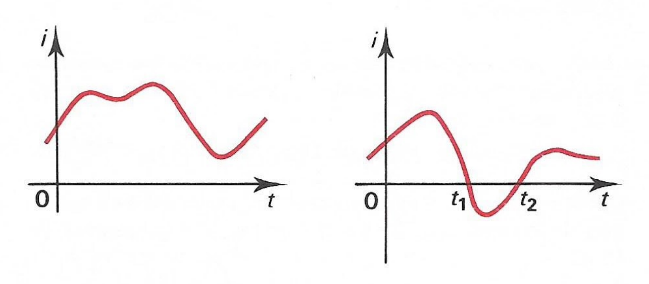


FIG. 15.02. — *a*) Courant unidirectionnel.
b) Courant bidirectionnel.

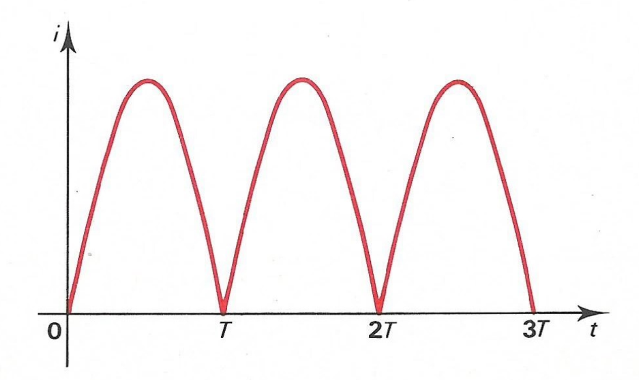


FIG. 15.03. — Courant ondulé.

1. Informations préalables.

1° But du chapitre.

L'étude des courants et des tensions variables est largement facilitée si l'on a la possibilité de visualiser les courbes $i(t)$ et $u(t)$ sur l'écran d'un oscillographe[(1)].

C'est pour cette raison que celui-ci est présenté ici. Après une description sommaire, nous étudions les différents réglages et les possibilités d'utilisation. Le texte devra être lu en salle de mesures (ou à l'atelier) **en mettant immédiatement en œuvre les opérations proposées.**

2° Orientation.

Dans les régimes alternatifs, les courants et les tensions ont un sens et une valeur qui varient avec le temps; il est donc nécessaire de leur attribuer un signe : ce sont des **nombres relatifs.**

a) Orientation d'un conducteur. — Soit AB une branche de circuit contenant des appareils non représentés (fig. 15.01). Un courant peut y circuler soit de A vers B, soit de B vers A. Pour distinguer les deux sens nous orientons le conducteur avec une flèche rouge. Sur la figure, le sens choisi est $\overrightarrow{AB}$:
— si un courant de 3 A va de A vers B, nous écrirons que $i = +3$ A;
— si un courant de 3 A va de B vers A, nous écrirons que $i = -3$ A.

(1) On dit aussi oscilloscope et, le plus souvent, « oscillo ».

b) Orientation d'une tension. — Nous la choisissons telle que, en courant continu, à un courant positif soit associée une tension positive si le dipôle est récepteur. L'ensemble des deux orientations $\{i, u\}$ constitue la « **convention récepteur** ».

3° Valeurs caractérisant les grandeurs variables.

— Valeurs instantanées. — Ce sont des nombres relatifs; elles sont notées avec des minuscules : i, u, p.

— Valeurs efficaces. — Ce sont des valeurs positives; en outre, **pour des grandeurs périodiques, elles sont constantes :** on les note I, U.

— Valeurs moyennes. — Elles sont notées $\bar{I}$, $\bar{U}$, P (pas de trait au-dessus du P).

— Valeurs maximales. — Elles ne concernent que les grandeurs périodiques : $\hat{I}$, $\hat{U}$, $\hat{P}$.

— Vecteurs de Fresnel. — Ils sont strictement réservés aux grandeurs sinusoïdales : $\vec{I}$, $\vec{U}$.

4° Différentes formes de courants et de tensions.

a) Première classification. — Les courants qui circulent toujours dans le même sens sont des courants unidirectionnels (fig. 15.02 a). Leur intensité a un signe invariable.
Les courants qui ne circulent pas toujours dans le même sens sont des courants bidirectionnels. Leur intensité instantanée est tantôt positive et tantôt négative (fig. 15.02 b).

b) Deuxième classification. — Les courants peuvent être périodiques ou non périodiques. Le groupe des courants périodiques est très important; nous allons en donner quelques propriétés.

5° Courants périodiques.

a) Définition. — Un courant est périodique si son intensité reprend la même valeur à intervalles de temps égaux. La fonction mathématique $t \mapsto i(t)$ est une **fonction périodique du temps.** Nous présenterons quatre courants périodiques au 6°.

b) Période. — **La période d'un courant périodique est la durée constante qui sépare deux instants consécutifs où le courant se reproduit identiquement à lui-même.**
La période est une durée (un temps), elle s'exprime en secondes, son symbole est T.

En France, la période du courant sinusoïdal du réseau national est :

$$T = \frac{1}{50}\ \text{s} = 20\ \text{ms}$$

c) Fréquence. — La fréquence (f) d'un courant périodique est **le nombre de périodes par seconde.** Pour trouver ce nombre, il faut diviser une seconde par la durée d'une période :

$$\boxed{f = \frac{1}{T}} \quad \begin{cases} T \text{ en secondes} \\ f \text{ en hertz} \end{cases}$$

L'unité de fréquence est **le hertz (Hz) :** c'est la fréquence d'un courant dont la période est une seconde.

d) Remarques

— On emploie encore quelquefois l'expression « cycles par seconde » au lieu de hertz.
— La fréquence du réseau français (sinusoïdal) est $f = 50$ **Hz.**
— Outre cette valeur, les courants industriels ont les fréquences suivantes :
25 et $\frac{50}{3}$ (traction électrique),
60 (États-Unis et marine nationale française),
400 (aviation).

6° Présentation de quelques courants périodiques.

a) Périodiques et unidirectionnels. — Il en est ainsi des courants ondulés (fig. 15.03) que nous rencontrerons dans l'étude du redressement.

b) Alternatif. — C'est un courant périodique dont la valeur moyenne est nulle; les deux aires hachurées de la figure 15.04 (l'une en noir et l'autre en rouge) sont égales.

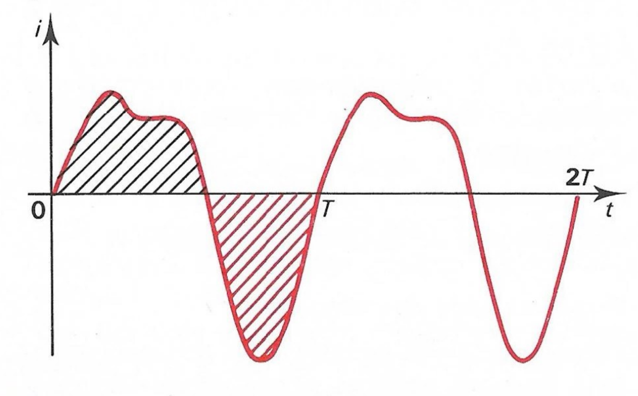


FIG. 15.04. — Courant alternatif.

c) Alternatif symétrique. — C'est un courant périodique dont la valeur moyenne est nulle; les deux aires hachurées (fig. 15.05) sont égales comme précédemment mais, en plus, elles sont superposables car les courbes A de la première demi-période et B de la deuxième demi-période sont identiques : ce sont les deux **alternances** du courant; A est *l'alternance positive* et B est *l'alternance négative.* Si i_0 est l'intensité du courant à l'instant t_0, une demi-période plus tard, l'intensité est $-i_0$:

$$i\left(t_0+\frac{T}{2}\right)=-i(t_0)$$

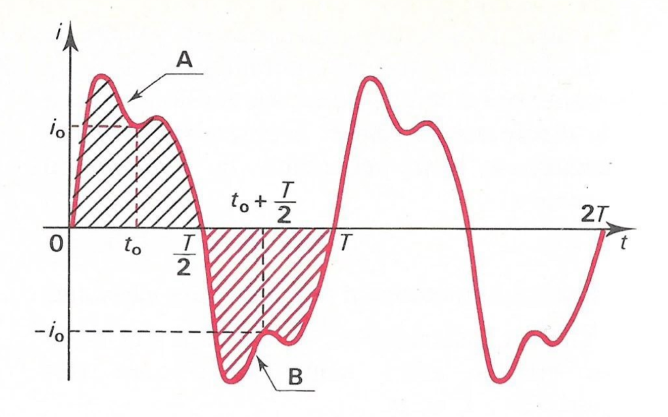


FIG. 15.05. — Courant alternatif symétrique.

d) Courant sinusoïdal. — C'est un courant alternatif symétrique dont l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps (fig. 15.06). Ce courant est de loin le plus important : toute l'énergie électrique est produite sous cette forme.

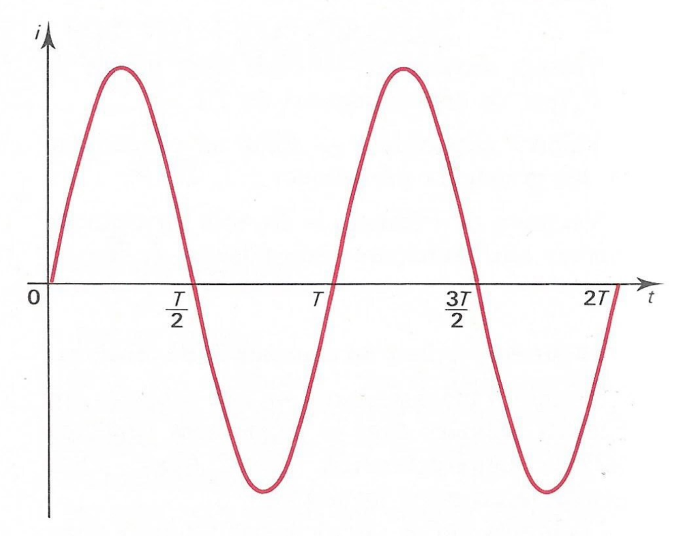


FIG. 15.06. — Courant sinusoïdal.

2 Le tube cathodique d'un oscillographe.



1° Description du tube.

C'est la partie essentielle d'un oscillographe (voir photographie 15.07). C'est dans ce tube qu'est produit le faisceau d'électrons; celui-ci, concentré en un point appelé **spot,** dessine sur l'écran la courbe à observer.
La figure 15.08 montre l'intérieur d'un tube cathodique. Nous y voyons :

- l'enveloppe en verre T dans laquelle on a fait un vide correspondant à une pression de 10^{-9} bar;
- le filament F de chauffage de la cathode;
- la cathode K;
- la grille ou wehnelt W;
- l'anode de concentration A_1;
- l'anode d'accélération A_2;
- une pellicule conductrice interne P, reliée à l'anode A_2;
- l'écran E intérieurement recouvert d'une substance fluorescente et d'un mince film d'aluminium;
- les plaques de déviation verticale V;
- les plaques de déviation horizontale H.

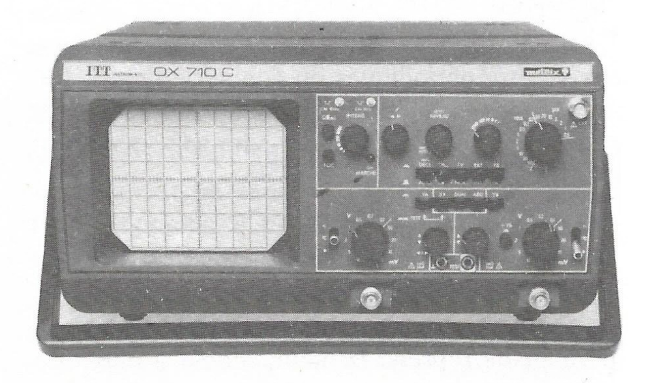


FIG. 15.07.

2° Alimentation des électrodes.

Le potentiel de la cathode étant pris pour zéro, nous donnons quelques ordres de grandeur des autres potentiels (fig. 15.09) :

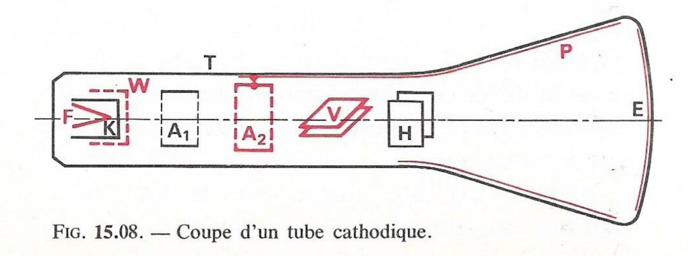


FIG. 15.08. — Coupe d'un tube cathodique.

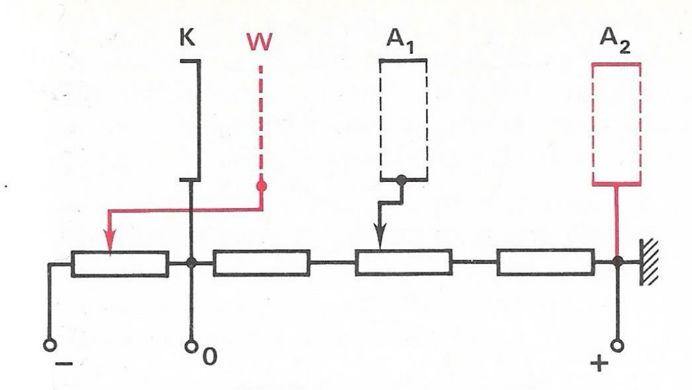


FIG. 15.09. — Alimentation des électrodes.

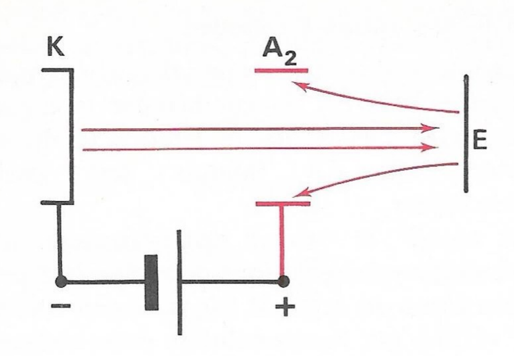


FIG. 15.11. — L'émission secondaire d'électrons ferme le circuit.

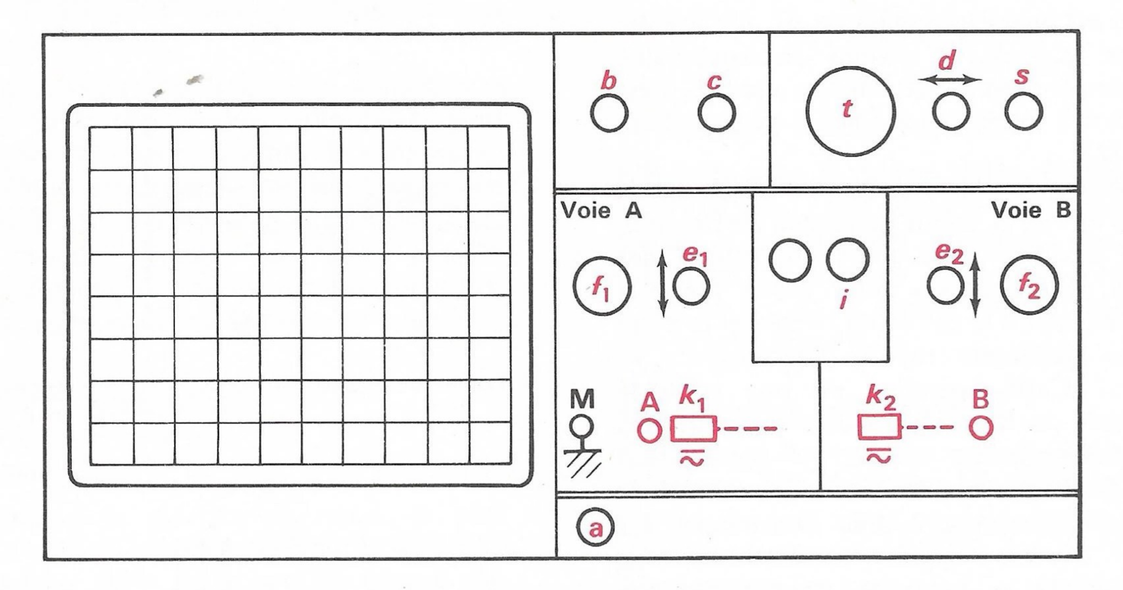


FIG. 15.10. — Face avant d'un oscillographe avec touche *i* d'inversion.

- la grille W est à un potentiel négatif réglable entre 0 et -50 V;
- l'anode A_2 est à un potentiel fixe de $+1\,500$ V;
- l'anode A_1 est à un potentiel réglable entre $+500$ V et $+800$ V.

L'anode A_2 et la paroi métallisée P sont réunies à la masse, c'est-à-dire à toutes les parties métalliques qui constituent l'ossature de l'oscillographe.
S'il n'en était ainsi, il existerait un champ électrostatique important entre l'écran et la masse; ce champ influerait sur le comportement des électrons et, par rapport à la masse, la tension de l'anode représenterait un danger pour l'utilisateur.

3° Face avant d'un oscillographe.

Le dessin simplifié (fig. 15.10) est la face avant d'un oscillographe à deux voies, c'est-à-dire permettant l'observation simultanée de deux courbes. Dans le texte qui suit, les lettres **grasses rouges** se rapportent à la figure 15.10; seule la voie 1 (ou A) est considérée.

4° Fonctionnement, rôle de la cathode et de l'anode d'accélération.

Chauffée par le filament F, la cathode émet des électrons qui sont accélérés par l'anode A_2. Cette dernière a la forme d'un anneau; elle laisse passer les électrons auxquels elle a communiqué une vitesse v.
A leur arrivée sur l'écran, les électrons perdent leur énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$; celle-ci sert en partie à exciter la substance fluorescente de l'écran, donc à produire le spot. Le reste de cette énergie sert à extraire des électrons secondaires du film d'aluminium qui recouvre l'écran.
Ces électrons secondaires rejoignent la pellicule conductrice P et, par suite, l'anode A_2 et la masse. C'est donc grâce à l'émission secondaire que le circuit se referme (fig. 15.11).

5° Rôle des autres électrodes.

a) Le wehnelt. — C'est une grille négative dont le premier rôle est de commander la quantité d'électrons, c'est-à-dire la luminosité du spot (bouton **b**). Ce bouton sert parfois d'interrupteur.
Étant négatif, le wehnelt agit également sur la concentration des électrons en repoussant ceux-ci vers l'axe du tube. Il est facile en tournant **b** de vérifier que l'augmentation de la luminosité s'accompagne d'une dispersion (élargissement du spot).

b) L'anode de concentration A_1. — Son potentiel est inférieur à celui de A_2, il y a entre les deux anodes un champ électrostatique. Quand un électron arrive dans ce champ, il est soumis à des forces qui modifient sa trajectoire (fig. 15.12).
Par action sur le potentiomètre (**c**) on change le potentiel de A_1; la valeur du champ électrostatique est modifiée ainsi que la trajectoire des électrons. On peut de cette façon créer la coïncidence entre le centre de l'écran et le point I où les différents rayons électroniques se recoupent. Cette opération est une véritable focalisation du faisceau, analogue à celle des rayons lumineux en optique. le point I est l'image de la source d'électrons, les anodes A_1 et A_2 constituent une **lentille électronique.** Le bouton (**c**) est appelé **concentration** ou **focalisation.** En le tournant, on vérifiera son action (fig. 15.13).

c) L'écran E. — Il est recouvert d'une substance fluorescente qui s'illumine quand elle reçoit le faisceau d'électrons : sulfure de zinc, de cuivre, silicate de zinc ou tungstate de calcium[2]. La substance est elle-même recouverte d'un film d'aluminium suffisamment mince pour être traversé par les électrons (fig. 15.14).

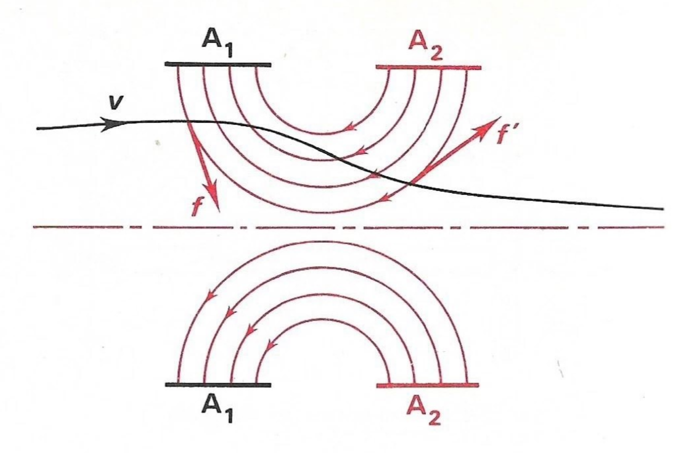


FIG. 15.12. — Focalisation des électrons.

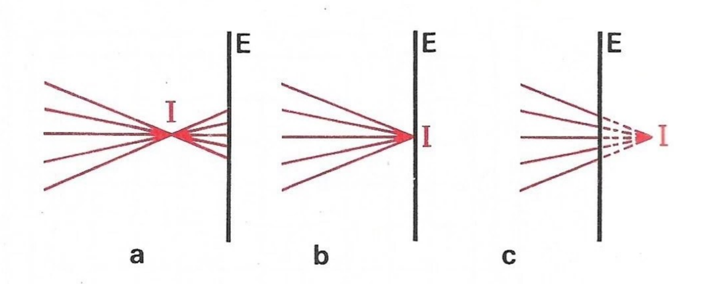


FIG. 15.13. — Réglages du faisceau : *a* et *c* sont mauvais, *b* est bon.

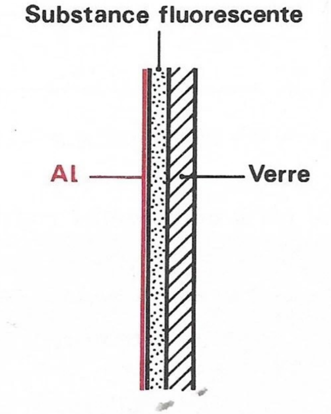


FIG. 15.14. — L'écran.

6° Autres réglages du tube.

a) Plaques de déviation. — Dans un oscillographe, la déviation du spot sur l'écran est obtenue grâce au champ électrostatique produit par l'application d'une tension entre deux plaques sensiblement parallèles.
Nous avons vu (chapitre 9), que les forces électrostatiques développées sur les charges (ici des électrons), produisaient un déplacement de ces charges perpendiculairement aux plaques (fig. 15.15).

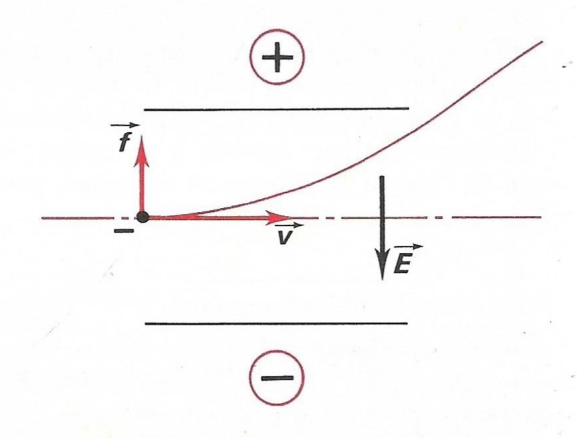


FIG. 15.15. — L'électron est dévié perpendiculairement aux plaques.

(2) C'est un produit analogue qui rend lumineux les cadrans des montres et des réveille-matin.

— Plaques dites horizontales : pour produire un déplacement horizontal elles doivent être placées verticalement (revoir fig. 15.08). Le plus souvent, la déviation horizontale du spot est produite par une tension de balayage (§ 4).

— Plaques dites verticales : pour produire un déplacement vertical, elles doivent être placées horizontalement (fig. 15.08). Elles sont soumises à la tension que l'on veut visualiser ou à une tension qui lui est proportionnelle.

b) Cadrage. — Le positionnement du spot en un point quelconque de l'écran est obtenu en réglant le potentiel des plaques. Ce positionnement est réglé par le bouton **d** (horizontal) et le bouton **e** (vertical).

c) Amplificateurs d'entrée. — La tension à observer est le plus souvent trop faible pour produire une déviation sensible du spot quand on l'applique directement sur les plaques de déviation; il est donc nécessaire de l'amplifier. Entre chaque entrée et les plaques correspondantes, se trouve un amplificateur dont le gain est réglé par le bouton **f** (vertical).

3. Sensibilité d'un oscillographe.

1° Déviation.

Par rapport à la position de repos, le plus souvent réglée au centre de l'écran, la déviation électrostatique subie par le spot ne dépend que de la tension appliquée entre les deux plaques d'une même paire, elle lui est proportionnelle :

$$Y = KU$$

L'oscillographe est donc équivalent à un voltmètre. Si les plaques étaient toujours attaquées directement par la tension à mesurer, il n'y aurait qu'un seul calibre. Les amplificateurs placés à l'entrée permettent d'appliquer sur les plaques de déviation une tension u' proportionnelle à la tension u que l'on veut observer :

$$u' = Au$$

Le facteur A est l'amplification. Celui-ci est réglable, soit par bonds, soit de manière progressive, et finalement l'oscillographe possède plusieurs calibres.

2° Sensibilité directe des plaques.

De plusieurs oscillographes soumis à la même tension U, **le plus sensible** est celui qui fournit **la déviation Y la plus grande**. De ce point de vue, il serait logique de caractériser la sensibilité de l'appareil par le rapport $K = \frac{Y}{U}$. Cependant, l'oscillographe étant utilisé pour visualiser et mesurer des tensions, il a semblé plus commode de définir la sensibilité pratique par le rapport inverse :

$$S = \frac{U}{Y} = \frac{1}{K}$$

Les tensions étant exprimées en volts et les longueurs en mètres, S est donc exprimée en volts par mètre (V/m).
Compte tenu des déviations possibles sur un écran, l'unité pratique retenue est le volt par centimètre (V/cm) et nous aurons :

$$s\ (\text{V/cm}) = \frac{S\ (\text{V/m})}{100}$$

3° Sensibilité de l'oscillographe.

Elle varie avec le calibre choisi. Un oscillographe est d'autant plus sensible que le nombre qui mesure s est plus petit. *Exemple :* des calibres 0,2 V/cm; 0,02 V/cm et 0,002 V/cm (ou 2 mV/cm), c'est le dernier qui correspond à la plus grande sensibilité.

4° Observation sans balayage.

Si une tension est appliquée entre les bornes V et M sans que le système de balayage soit en service, le spot subit un déplacement vertical qui permet une mesure de la sensibilité.
Avec une tension continue U, le spot se déplace d'une distance d (fig. 15.16 a) et,

$$s = \frac{U}{d}$$

Avec une tension sinusoïdale u, le spot trace un trait lumineux vertical (fig. 15.16 b) dont la longueur D est proportionnelle au double de la tension maximale $\hat{U}$, la sensibilité est :

$$s = \frac{2\hat{U}}{D}$$

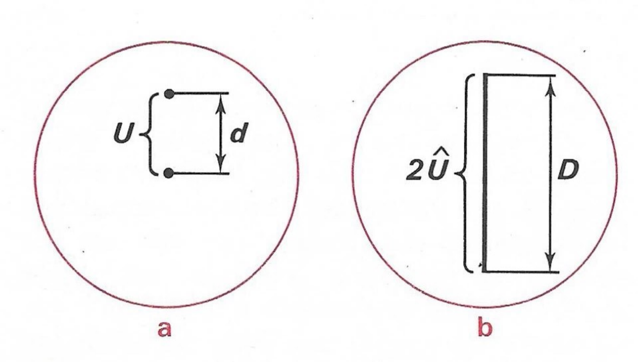


FIG. 15.16. — Sans balayage, application d'une tension : *a*) continue, *b*) alternative symétrique.

4. Balayage.

a) Un système incorporé à l'oscillographe, **la base de temps,** produit une tension périodique en « dents de scie » (fig. 15.17). Cette tension, appliquée aux plaques horizontales, communique au spot un mouvement rectiligne uniforme vers la droite pendant la montée de tension. A la fin de chaque période, en reprenant la valeur zéro, la tension produit un brusque retour du spot vers la gauche; ce retour ne laisse pas de trace sur l'écran.

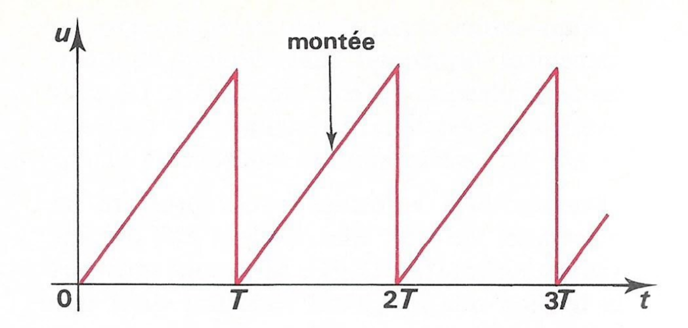


FIG. 15.17. — Tension de balayage.

b) Le spot, animé vers la droite d'un mouvement uniforme (vitesse constante), se déplace de quantités égales en des temps égaux : la proportionnalité entre les espaces et les durées permet de graduer l'axe horizontal en secondes (fig. 15.18). Dès lors, si nous appliquons simultanément aux plaques verticales une tension u variable avec le temps et, aux plaques horizontales, la tension de balayage, la courbe observée est celle de la fonction $u(t)$.

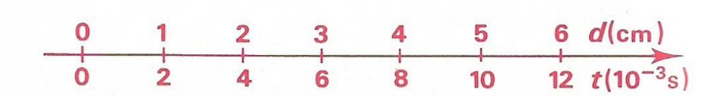


FIG. 15.18. — L'axe horizontal est un axe de temps.

c) Le bouton **t** (fig. 15.10) permet de faire varier la durée du parcours horizontal du spot. Si cette durée est de $\frac{1}{50}$ de seconde et que la période de la tension u est aussi de $\frac{1}{50}$ de seconde, la courbe $u(t)$ est tracée une seule fois sur l'écran (fig. 15.19).

d) Synchronisation. — Si les fréquences du phénomène à observer et de la tension du balayage ne sont pas dans un rapport simple, la courbe est instable. La synchronisation est obtenue en établissant un léger couplage entre la tension à observer et le balayage (bouton **s** de la figure 15.10).

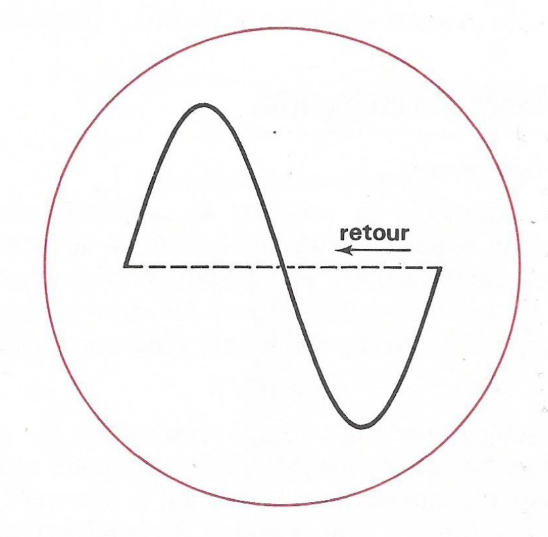


FIG. 15.19.

5. Étude d'une tension périodique.

1° Montage.

Supposons que nous voulions étudier la tension $u = v_A - v_B$ aux bornes d'un dipôle D. Nous relions les points A et B (fig. 15.20) aux bornes V et M qui constituent l'entrée verticale de l'oscillographe. La tension qui agit sur les plaques de déviation verticale est, après amplification, proportionnelle à la tension $v = u$. La courbe de $u = f(t)$ sera donc reproduite sur l'écran. Cependant, l'aspect de cette courbe va dépendre de la période du balayage.

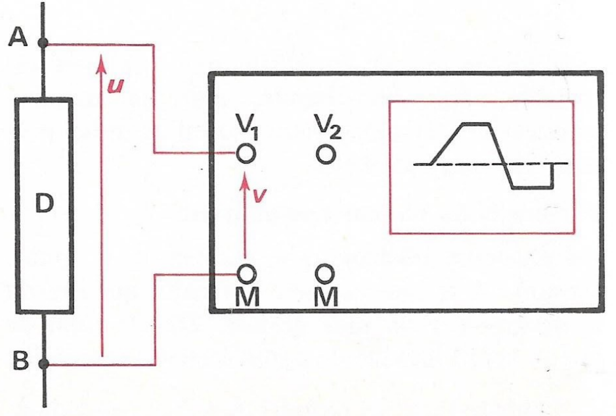


FIG. 15.20.

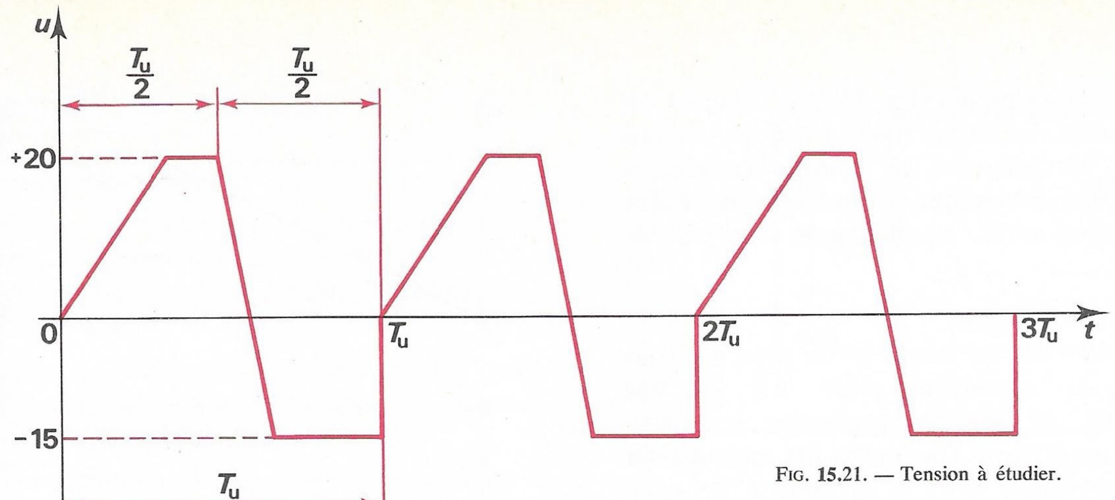


FIG. 15.21. — Tension à étudier.

2° Exemple.

a) Courbe de $u = f(t)$.— Supposons que la tension u ait la forme donnée par la figure 15.21. Il s'agit d'une tension périodique de période T_u dont nous avons représenté trois périodes. La tension varie entre +20 V et −15 V. Le spot va décrire des courbes dont l'aspect dépend essentiellement de la période du balayage.

b) Observation sans balayage. — La base de temps étant à l'arrêt, nous obtenons sur l'écran un trait lumineux vertical (fig. 15.22) dont les segments OA et OB sont respectivement proportionnels à 20 V et 15 V.

A
2cm
O
1,5cm
B

FIG. 15.22. — Observation sans balayage.

c) Avec balayage de période $T_b = T_u$. Appelons T_b la période de balayage. Si $T_b = T_u$, nous observons sur l'écran une seule période de u (fig. 15.23). Le spot suit le trajet Oabcde, puis effectue un retour rapide selon eO.

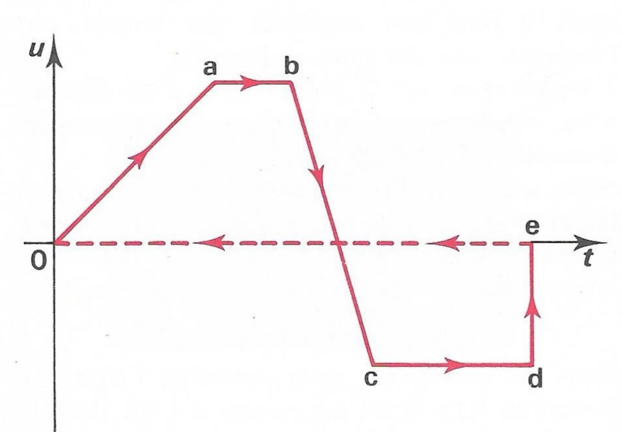


FIG. 15.23. — Observation avec $T_b = T_u$.

d) Avec balayage de période $T_b = 2T_u$. — Si $T_b = 2T_u$, nous observons deux périodes de u sur l'écran. Le spot décrit Oabcdefghkm, puis revient rapidement selon mO (fig. 15.24).

e) Avec balayage de période $T_b = \frac{1}{2} T_u$. — Si $T_b = \frac{T_u}{2}$, le spot revient en O alors qu'il n'a décrit que la première moitié de la courbe $u(t)$. Son parcours est alors Oab puis retour rapide selon bb'. Ensuite, il décrit la deuxième moitié(3) de la courbe, en parcourant b'cde, et subit un

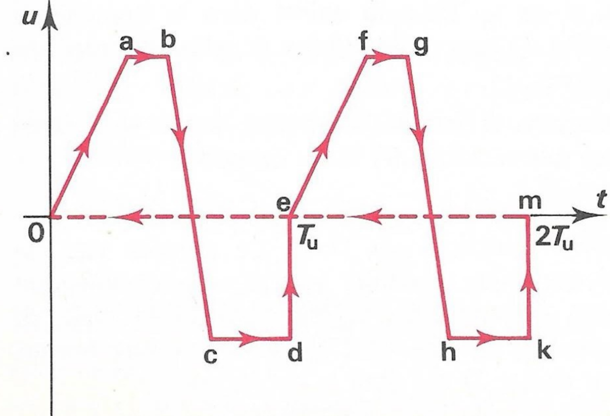


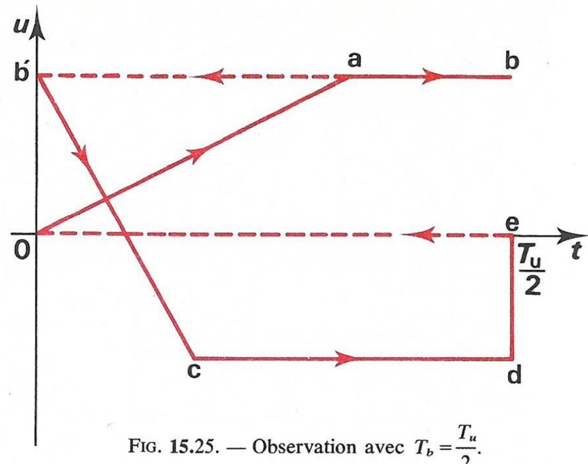
FIG. 15.24. — Observation avec $T_b = 2T_u$.

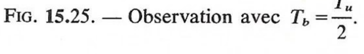
(3) Cette deuxième moitié ne peut être observée que si la synchronisation est hors service. La stabilité de la courbe n'est alors plus assurée.

retour rapide selon eO (fig. 15.25). L'aspect est très différent des autres tracés. Si nous voulons observer correctement la courbe associée à une fonction périodique, nous devrons choisir $T_b \geqslant T_u$ pour avoir, au minimum, une période complète.

f) Influence du montage. — Si nous croisons les fils de connexion entre AB et VM (fig. 15.26), la tension appliquée à l'oscillographe est $v = -u$. La courbe qui apparaît sur l'écran représente alors la fonction $u' = -u(t)$.

g) Dilatation verticale.— Enfin, par action sur le bouton f de l'oscillographe (fig. 15.10) rappelons qu'il est possible, grâce à l'amplificateur vertical, de « dilater » verticalement la courbe, donc de changer l'échelle des ordonnées.




FIG. 15.25. — Observation avec $T_b = \frac{T_u}{2}$.

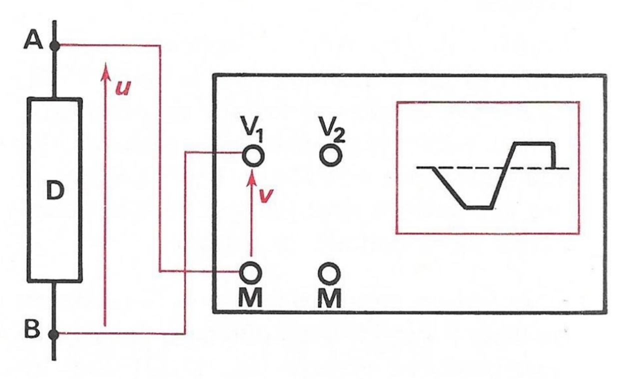


FIG. 15.26.

3° Étude d'un courant périodique.

a) Remarque préalable. — Pour que les plaques de déviation électrostatique agissent sur le spot, il faut leur appliquer une tension par l'intermédiaire des bornes d'entrée.
L'observation de la courbe $i(t)$ d'un courant nécessite donc la **création d'une tension proportionnelle à ce courant.**
Nous admettrons qu'en régime variable, mais à température constante, la tension aux bornes d'un résistor linéaire parfait est, à tout instant, proportionnelle au courant qui le traverse :

$$v = Ri$$

Dans ces conditions, pour connaître l'allure de la courbe $i(t)$, il est nécessaire d'avoir dans la branche traversée par le courant i, un résistor linéaire :

- si un tel élément existe dans la branche, il suffit d'observer la tension développée entre ses bornes;
- sinon, il faut en introduire un **en série** avec les autres éléments de la branche.

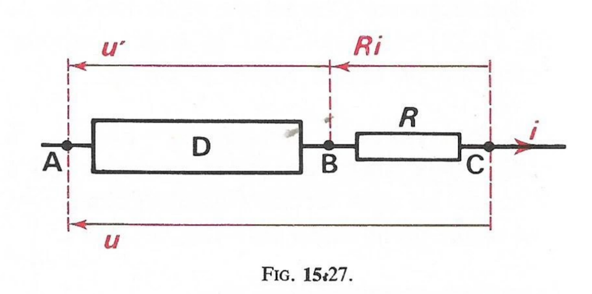


FIG. 15.27.

b) Précaution. — Dans ce dernier cas, la perturbation produite par le résistor introduit doit pouvoir être négligée. Après la mise en place de R (fig. 15.27), la tension aux bornes du dipôle D qui était u est devenue :

$$u' = u - Ri \neq u$$

Il est donc nécessaire que, entre les valeurs efficaces, on ait :

$$RI \ll U \Rightarrow U' \approx U$$

La résistance *R* du résistor utilisé doit donc être la plus faible possible.

6. Autres possibilités de l'oscillographe.

1° Appareils bicourbes.

a) Intérêts. — Tous les appareils modernes sont bicourbes; ils permettent d'observer simultanément les courbes de deux tensions différentes. Le rôle bicourbe est obtenu :

- soit par un commutateur électronique qui connecte alternativement chacune des deux entrées avec les plaques verticales;
- soit par action de chacune des deux voies sur son propre faisceau d'électrons : l'appareil est **bicanon.**

b) Inversion. — Il est donc possible d'observer les courbes de deux tensions $u_1(t)$ et $u_2(t)$. Toutefois, les deux dipôles correspondants doivent avoir un point électriquement commun et c'est ce point qui doit **obligatoirement** être relié à la masse de l'oscillographe.
A cause de cette obligation les tensions appliquées aux entrées sont (fig. 15.28) :

- entre M et V_1 (ou V_A) : $u_1(t)$;
- entre M et $V_2(V_B)$: $-u_2(t)$.

Selon le type d'oscillographe, deux cas se présentent :

- *il y a une touche d'inversion* (comme sur l'oscillographe de la figure 15.10, touche **i**) : il est alors possible d'obtenir sur les plaques l'opposée de la tension appliquée entre M et V_2 : $-(-u_2) = +u_2$ et la courbe observée est $u_2(t)$;
- *il n'y a pas de touche d'inversion :* alors la courbe observée est celle de $-u_2(t)$.

c) Remarque. — Dans le cas particulier où $u_2(t)$ est proportionnelle à l'intensité du courant i qui traverse le dipôle de tension u_1, selon l'oscillographe nous obtiendrons en même temps :

$$[u_1(t) \text{ et } i(t)] \quad \text{ou} \quad [u_1(t) \text{ et } -i(t)]$$

2° Utilisation dite « en Lissajous ».

a) Comparaison de tensions. — En éliminant *le balayage (bouton t, fig 15.10) et en appliquant* une tension sur l'entrée horizontale[4] et une autre sur l'entrée verticale, le spot décrit une courbe plus ou moins compliquée. Si les tensions sont sinusoïdales et de même fréquence, cette courbe est une ellipse[5] (fig. 15.29). Si la sensibilité horizontale et la sensibilité verticale sont égales, le rapport des côtés du rectangle circonscrit est égal au rapport des tensions.

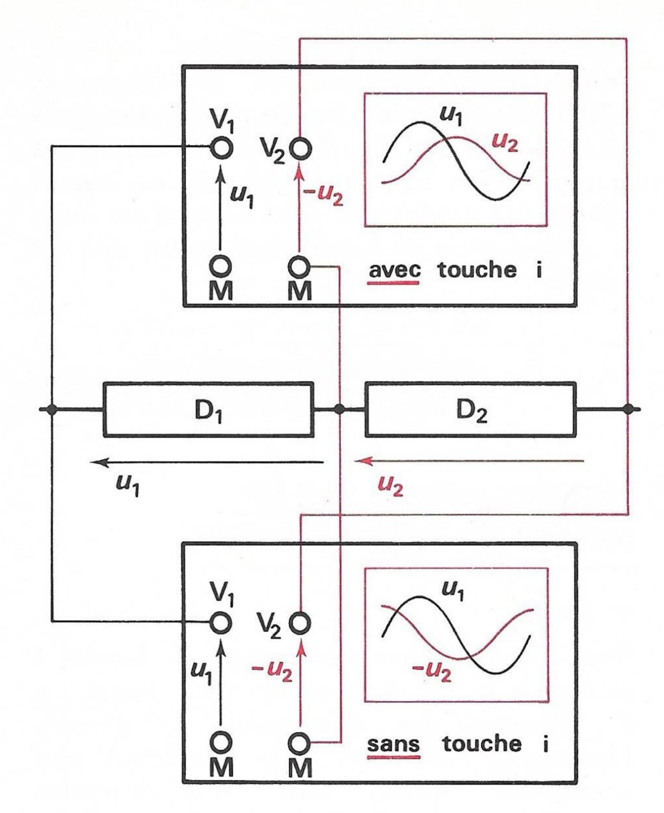


Fig. 15.28.

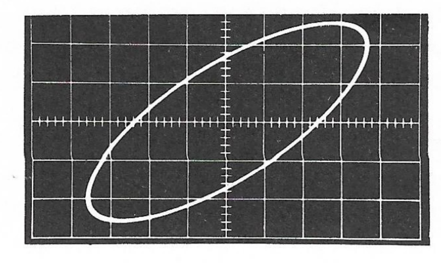


Fig. 15.29.

(4) Sur la plupart des oscillographes, une des deux voies verticales est commutable en voie horizontale. Cela permet d'avoir la même amplification avant l'attaque des deux paires de plaques.

(5) Avec la diagonale du rectangle comme cas particulier (tensions en phase ou en opposition de phase).

b) Comparaison des fréquences. — Avec deux tensions sinusoïdales de fréquences différentes, on obtient des courbes de Lissajous de formes variées (fig. 15.30). On démontre que le rapport des fréquences est égal au rapport inverse des nombres de point de tangence entre la courbe et le rectangle dans lequel elle est inscrite :

$$\frac{f_v}{f_h} = \frac{\text{nombre de points horizontaux}}{\text{nombre de points verticaux}}$$

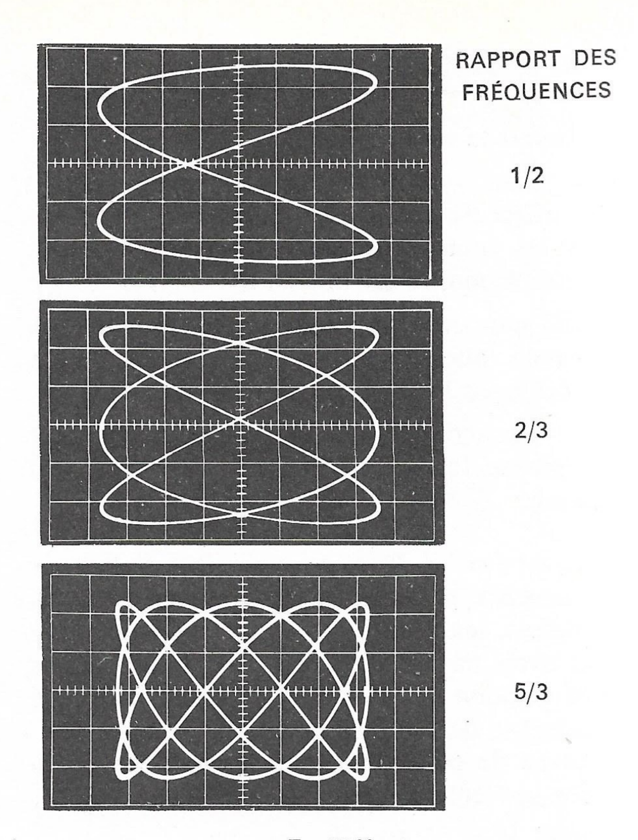


Fig. 15.30.

7. Informations sommaires sur le tube cathodique d'un récepteur de télévision.

1° Aspect.

Pour réduire l'encombrement on a cherché à raccourcir le tube et, pour agrandir l'image, on a augmenté les dimensions de l'écran. Finalement, le tube est beaucoup plus « ramassé » qu'un tube d'oscillographe. Actuellement, l'angle d'ouverture est de 110°.

2° Choix du système de déviation.

Pour obtenir une grande déviation sur une courte distance, on a choisi la déviation magnétique. Signalons que souvent la concentration est également obtenue par voie magnétique. Les champs magnétiques nécessaires aux deux déviations (horizontale et verticale) sont produits au moyen de deux paires de bobines placées à l'extérieur du tube et dont les axes sont perpendiculaires. L'action déviatrice d'un champ magnétique peut être mise en évidence avec un oscillographe et un aimant (fig. 15.31).

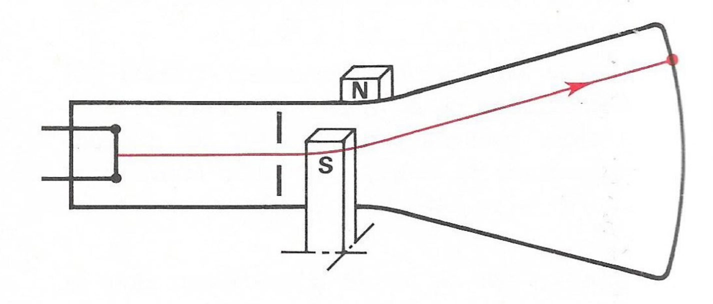


Fig. 15.31.

Exercices

15.01. — On applique une tension continue de 10 V entre les plaques de déviation verticale d'un oscillographe. Le spot se déplace de 5 cm. Quelle est la sensibilité verticale?
Réponse : 2 V/cm.

15.02. — On applique une tension sinusoïdale de valeur efficace 2 V aux plaques de l'oscillographe précédent. Quelle est la longueur de la droite observée?
Réponse : 28,3 mm.

15.03. — On applique une tension sinusoïdale de valeur efficace 3 V entre les plaques de déviation horizontale et une tension sinusoïdale u de même fréquence entre les plaques de déviation verticale d'un oscillographe. L'ellipse observée est inscrite dans un rectangle de 6 cm de largeur et de 4 cm de hauteur. Calculer la valeur efficace U de la tension u sachant que la sensibilité verticale est égale à la sensibilité horizontale.
Réponse : 2 V.

15.04. — Même question avec $\frac{S_v}{S_h} = 2$.

16
ÉTUDE MATHÉMATIQUE DU COURANT SINUSOÏDAL

1. La fonction sinusoïdale.

1° Rappels.

La fonction sinusoïdale $y = \sin x$ a été étudiée en mathématiques.

a) Période : la période est 2π (360°).

b) Tableau de variations :

x (radians)	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
x (degrés)	0	90	180	270	360
$y = \sin x$	$0 \nearrow$	$1 \searrow$	$0 \searrow$	$-1 \nearrow$	0

c) Valeurs remarquabes de l'intervalle $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

x en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
x en degrés	0	30	45	60	90
$y = \sin x$	0	$\frac{1}{2} \nearrow$	$\frac{\sqrt{2}}{2} \nearrow$	$\frac{\sqrt{3}}{2} \nearrow$	1

d) Courbe ou graphe : voir figure 16.01.

2° Représentation conventionnelle d'une fonction sinusoïdale par un vecteur.

a) Soit M (fig. 16.02) le point du cercle trigonométrique tel que la mesure de l'arc $\widehat{AM}$ soit :

$$x = \widehat{AM}.$$

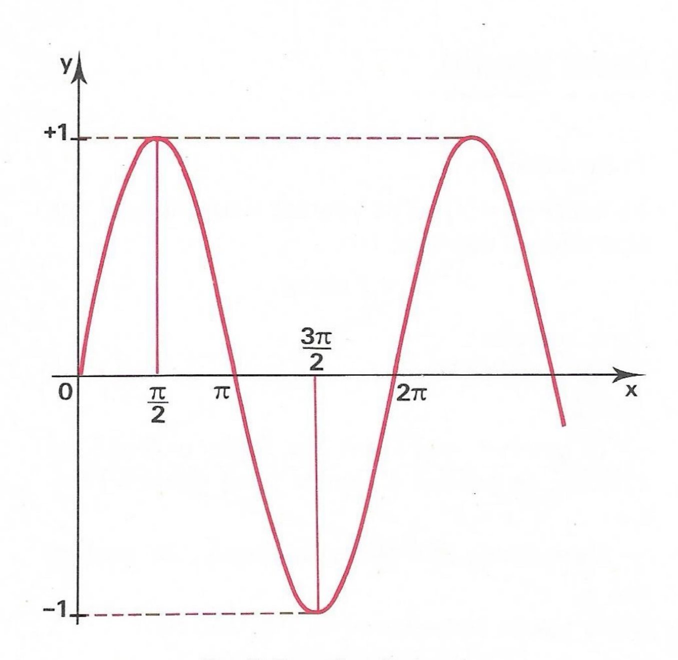


FIG. 16.01. — Fonction $y = \sin x$.

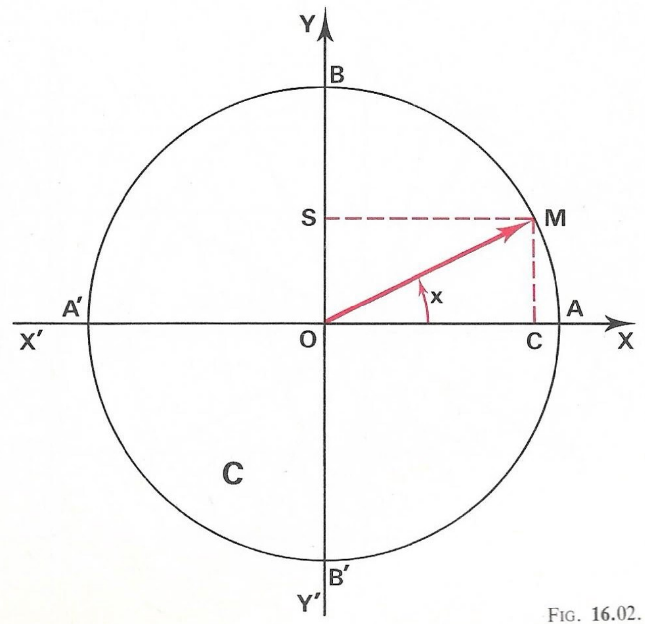


FIG. 16.02.

Soit S la projection de M sur l'axe OY, par définition le sinus de l'arc $\widehat{AM}$ est l'ordonnée de S :

$$y = \sin x = \overline{OS}.$$

b) Considérons le vecteur $\overrightarrow{OM}$ d'origine O et d'extrémité M; sa projection sur OY est le vecteur $\overrightarrow{OS}$ dont la mesure algébrique est $\overline{OS} = \sin x$.

A chaque position du vecteur $\overrightarrow{OM}$ correspond une valeur et une seule de $\sin x$, **la fonction sinusoïdale $y = \sin x$ est donc parfaitement représentée par le vecteur $\overrightarrow{OM}$.**

2. Courant sinusoïdal.

1° Équation.

La courbe $i = f(t)$ d'un courant sinusoïdal est une sinusoïde d'équation :

$$i = \hat{I} \sin \omega t$$

dans laquelle :

— la variable est le temps t exprimé en secondes;

— le produit « ωt » est un angle exprimé en radians, ce produit s'appelle aussi **phase** à l'instant t;

— **l'amplitude,** ou **valeur maximale,** du courant est $\hat{I}$;

— la **valeur instantanée** du courant est i.

2° Pulsation (ω).

a) Formule. — Soit T la période du courant, celle d'un sinus étant 2π, on doit avoir : $\omega T = 2\pi$ d'où :

(1) $$\omega = \frac{2\pi}{T}$$ $\left\{ \begin{array}{l} 2\pi \text{ en radians} \\ T \text{ en secondes} \\ \omega \text{ en rad/s} \end{array} \right.$

ω est appelée **pulsation du courant.**

Puisque $f = \frac{1}{T}$ on a aussi :

(2) $$\omega = 2\pi f$$ $\left\{ \begin{array}{l} f \text{ en hertz} \\ \omega \text{ en rad/s} \end{array} \right.$

b) Définition. — *La pulsation d'un courant sinusoïdal est égale au produit par 2π de sa fréquence.*

c) Pour le réseau français, $f = 50$ Hz donc :

$$\omega = 2\pi \times 50 = 100\pi \approx 314 \text{ rad/s}.$$

3° Généralisation de la formule.

— Le courant $i = \hat{I} \sin \omega t$ est, comme le sinus, nul à l'instant $t = 0$. Si l'on fait une étude sur une seule grandeur sinusoïdale, on pourra toujours choisir l'origine des temps telle que la grandeur soit nulle à l'instant $t = 0$.

En revanche, si l'on étudie plusieurs grandeurs, celles-ci peuvent ne pas s'annuler simultanément, il faut alors les représenter par la formule plus générale :

$$i = \hat{I} \sin(\omega t + \theta)$$

où la phase est $(\omega t + \theta)$ et où « θ » est appelée **phase à l'origine des temps** ($t = 0$).

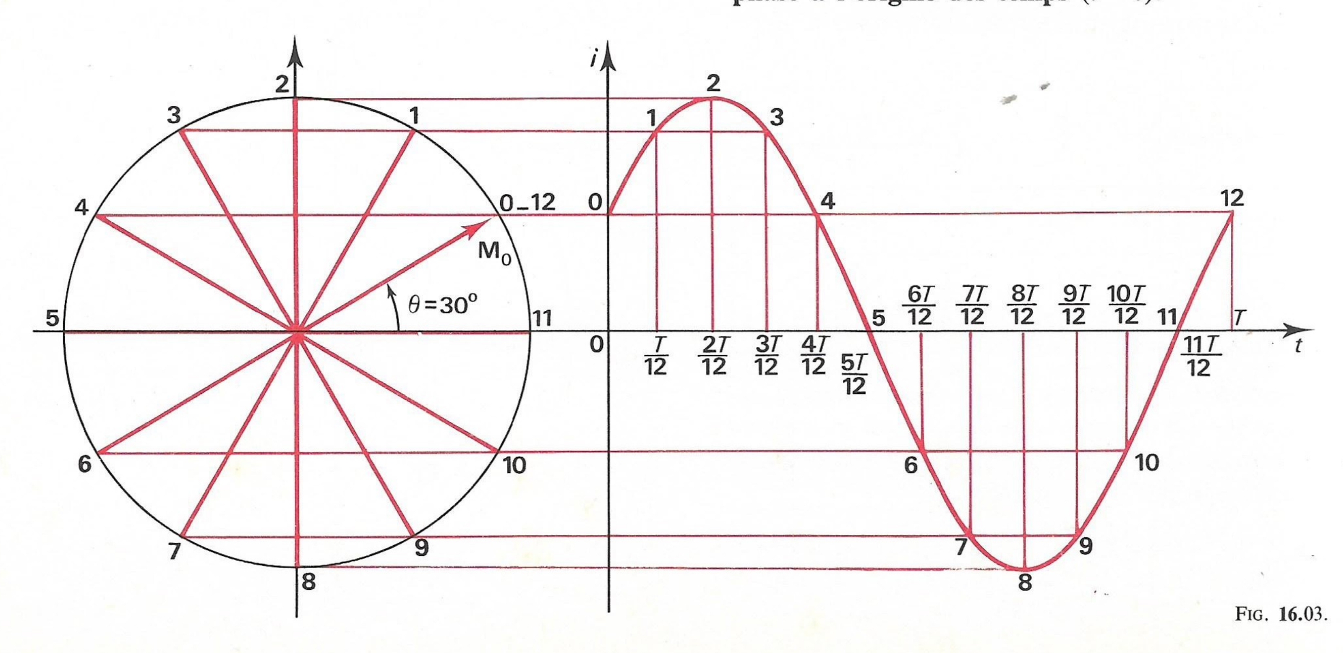


Fig. 16.03.

4° Représentation cartésienne. — Le graphe de la fonction $i(t)$ sera tracé dans un repère formé de deux axes orthogonaux. Nous porterons le temps t en abscisses et les valeurs de i en ordonnées. La courbe peut être construite point par point en utilisant le vecteur tournant $\overrightarrow{OM}$ (fig. 16.03) dont nous avons représenté les positions à chaque douzième de la période T. Nous avons choisi $\widehat{I} = 3\,A\,(3\text{ cm})$, $\theta = +\frac{\pi}{12}$ (soit 30°), et nous avons tracé la partie de courbe correspondant à une seule période. La fonction représentée a pour expression :

$$i = 3\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{12}\right).$$

5° Représentation de Fresnel. — Lorsqu'on s'intéresse à plusieurs courants de forme :

$$i = \widehat{I}\sin(\omega t + \theta)$$

ayant même pulsation ω, donc même période et **même fréquence** (cas fréquent en électricité) ces courants i_1, i_2, ... diffèrent seulement par leur amplitude $\widehat{I}$ et par leur phase à l'origine. Nous pouvons alors simplifier leur représentation de la façon suivante :

— chacun d'eux étant « engendré » par un vecteur tournant à la vitesse ω, nous représenterons simplement ces vecteurs générateurs dans la position qu'ils occupent à l'instant $t = 0$, comme s'ils avaient été « photographiés » à cet instant.

Ainsi les courants :

$$i_1 = 8\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \qquad \left(\theta_1 = +\frac{\pi}{6}\right)$$

et
$$i_2 = 6\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{12}\right) \qquad \left(\theta_2 = -\frac{\pi}{12}\right)$$

seront représentées respectivement (fig. 16.04) par les vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$.

Pour alléger, l'axe Y′Y n'est plus représenté. Seul est conservé sur la figure le demi-axe OX, appelé axe origine des phases, ou plus brièvement : **origine des phases.**

3. Déphasage de deux courants de même fréquence.

1° Définitions.

a) Déphasage : soit deux courants de même fréquence mais ne s'annulant pas simultanément :

$$i_1 = \widehat{I}_1\sin(\omega t + \theta_1) \quad \text{et} \quad i_2 = \widehat{I}_2\sin(\omega t + \theta_2).$$

On appelle déphasage de i_2 par rapport à i_1 la différence entre les deux phases :

$$\varphi = (\omega t + \theta_1) - (\omega t + \theta_2) = \theta_1 - \theta_2.$$

Sur la figure 16.04 on a :

$$\varphi = +\frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{3\pi}{12} = \frac{\pi}{4}.$$

b) Décalage de temps. — Le décalage de temps t_0 (fig. 16.05) est la durée qui serait nécessaire au vecteur $\overrightarrow{I_2}$ pour rejoindre le vecteur $\overrightarrow{I_1}$ supposé fixe; c'est donc le temps mis pour balayer l'angle φ :

$$t_0 = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{\varphi T}{2\pi} \quad \text{qui peut s'écrire,}$$

(3) $$\boxed{\frac{t_0}{T} = \frac{\varphi}{2\pi}}$$

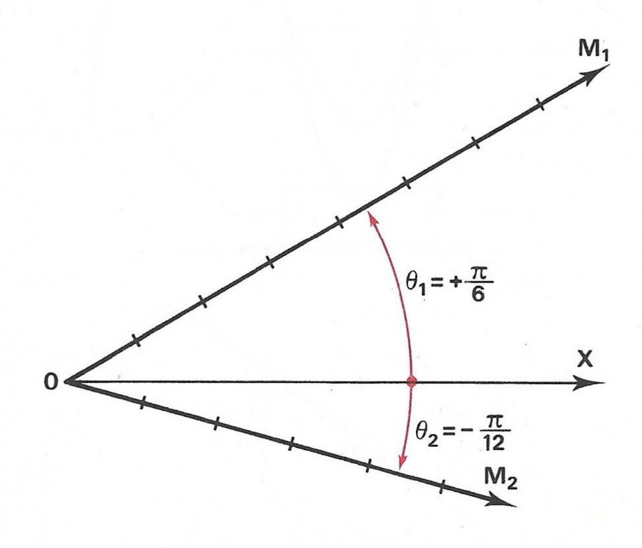


Fig. 16.04. — Représentation de Fresnel.

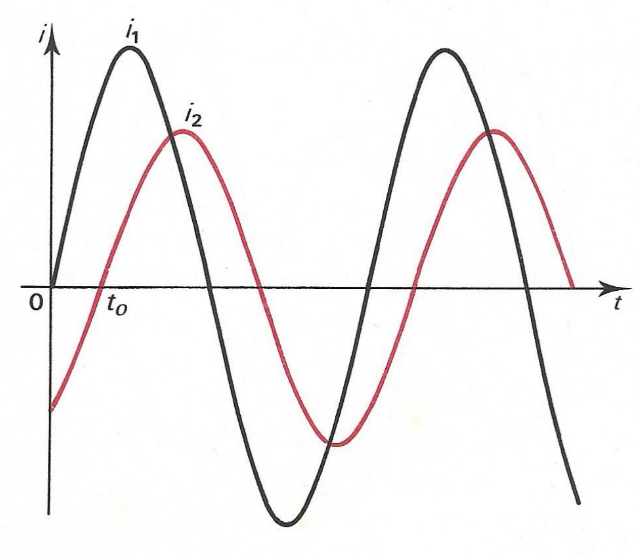


Fig. 16.05.

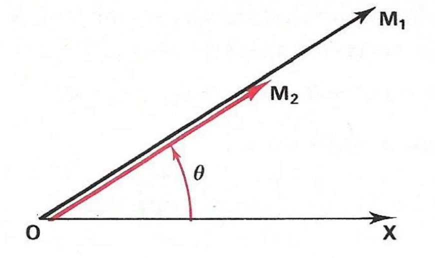


FIG. 16.06. — Vecteurs de courants en phase.

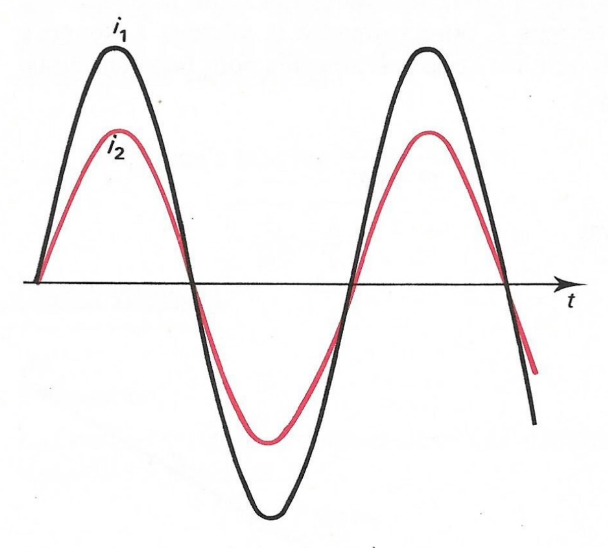


FIG. 16.07. — Courants en phase.

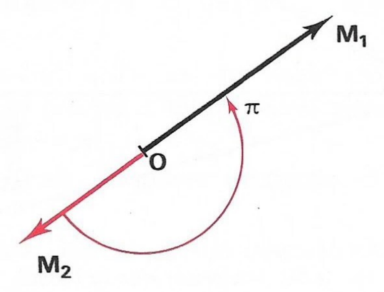


FIG. 16.08. — Vecteurs de courants en opposition.

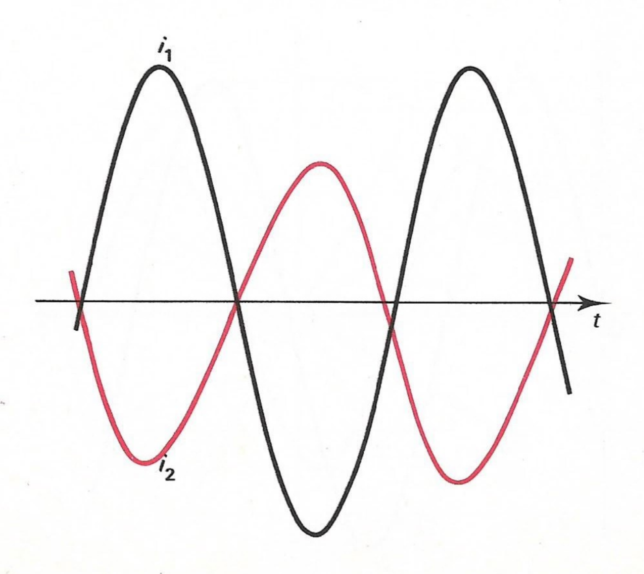


FIG. 16.09. — Courants en opposition.

2° Déphasages remarquables.

a) Courants en concordance de phases ou « en phase ».

Les deux courants ont la même phase :

$$i_1 = \widehat{I}_1 \sin \omega t \quad \text{et} \quad i_2 = \widehat{I}_2 \sin \omega t.$$

Le déphasage φ du second sur le premier est nul :

$$\varphi = 0.$$

On a aussi $t_0 = 0$.

Les vecteurs de Fresnel ont même direction et même sens (fig. 16.06).

Les zéros et les maximums des courants sont simultanés (fig. 16.07).

b) Courants en opposition des phases ou « en opposition ».

Les phases des deux courants diffèrent de π :

$$i_1 = \widehat{I}_1 \sin \omega t \quad \text{et} \quad i_2 = \widehat{I}_2 \sin (\omega t - \pi).$$

Le déphasage du second sur le premier est :

$$\varphi = \pi = 180^\circ.$$

Le décalage est $t_0 = \frac{\varphi T}{2\pi} = \frac{T}{2}$ (une demi-période).

Les vecteurs de Fresnel sont de sens contraires (fig. 16.08). Les zéros des courants coïncident mais, au maximum de l'un correspond le minimum de l'autre (fig. 16.09).

c) Courants en « quadrature ».

Les deux vecteurs de Fresnel sont perpendiculaires (fig. 16.10).

Les équations de courants sont :

$$i_1 = \widehat{I}_1 \sin \omega t \quad \text{et} \quad i_2 = \widehat{I}_2 \sin \left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

Le déphasage du second sur le premier est :

$$\varphi = \frac{\pi}{2} = 90^\circ.$$

Le décalage de temps est $t_0 = \frac{T}{4}$ (un quart de période). Quand un courant est nul, l'autre est maximal ou minimal (fig. 16.11).

3° Mesure des déphasages.

Elle peut s'effectuer avec un oscillographe. La méthode la plus simple consiste à visualiser les courants sur un oscillographe à deux voies (bicourbe). On voit alors apparaître sur l'écran les deux sinusoïdes sur lesquelles t_0 est directement mesurable; on en déduit φ.

4. Somme de deux courants sinusoïdaux de même fréquence.

1° Problème posé. — Deux circuits dérivés étant traversés chacun par un courant sinusoïdal, trouver le courant dans le circuit principal (fig. 16.12).

Ce courant sera parfaitement défini si nous connaissons : sa fréquence; sa valeur maximale; sa phase.

Nous admettrons que sa fréquence est celle des courants additionnés, cela sera d'ailleurs vérifié avec la solution graphique.

Soient $i_1 = \widehat{I}_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$ et $i_2 = \widehat{I}_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$ les courants donnés, l'expression du courant cherché est $i = \widehat{I} \sin(\omega t - \varphi)$ où $\widehat{I}$ et φ sont les inconnues. Rappelons que, d'après la loi des circuits dérivés, à chaque instant :

$$i = i_1 + i_2.$$

2° Construction point par point de la somme *i* (avec $\varphi_1 = 0$).

— Les courbes i_1 et i_2 étant tracées, nous ajoutons algébriquement les ordonnées correspondant à un instant t_0 donné : $i_0 = i_{10} + i_{20}$.

La courbe obtenue (fig. 16.13) est bien une sinusoïde sur laquelle nous pouvons mesurer :

— l'amplitude ou valeur maximale $\widehat{I} = 30$ mm;

— le déphasage :

$$\frac{\tau}{T} = \frac{6{,}7 \text{ mm}}{67 \text{ mm}} = 0{,}1 \rightarrow \varphi = 36^\circ.$$

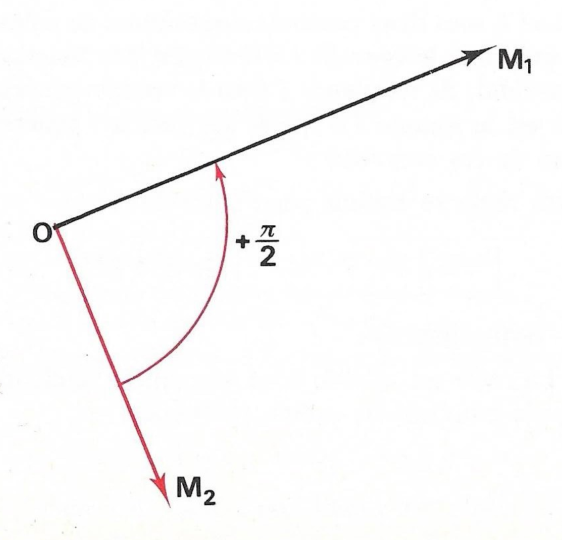


FIG. 16.10. — Vecteurs de courants en quadrature.

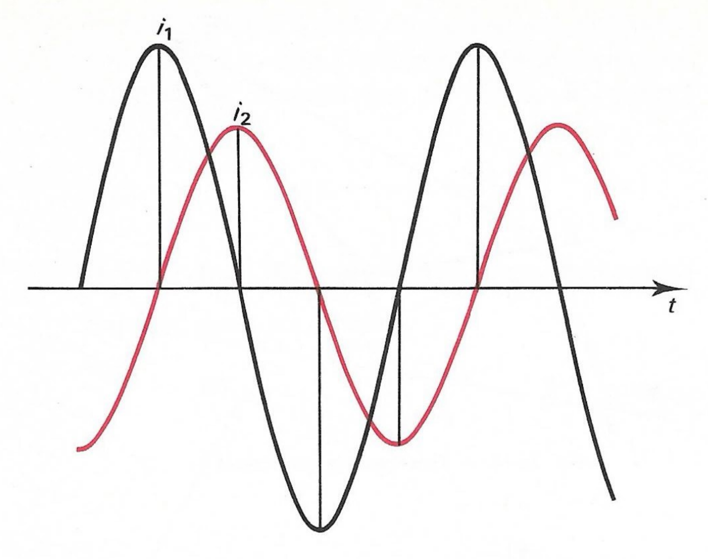


FIG. 16.11. — Courants en quadrature.

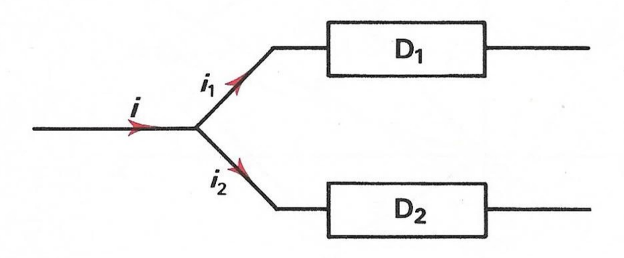


FIG. 16.12. — A tout instant $i = i_1 + i_2$.

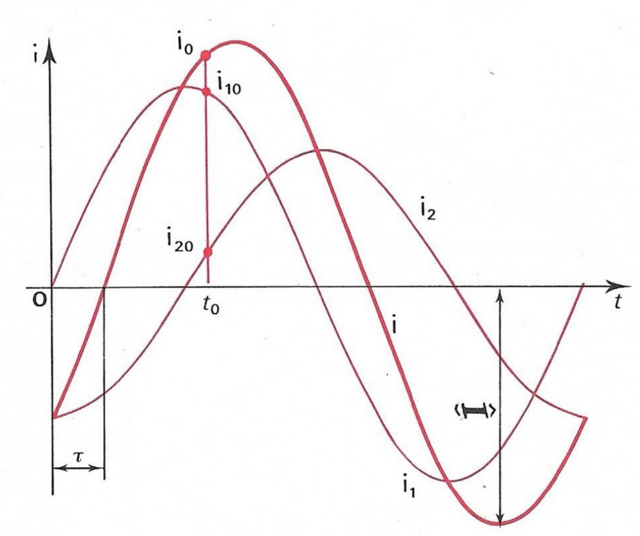


FIG. 16.13.

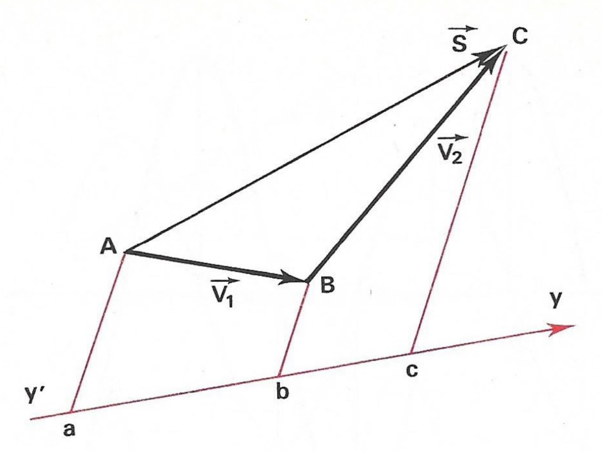


FIG. 16.14. — Théorème des projections.

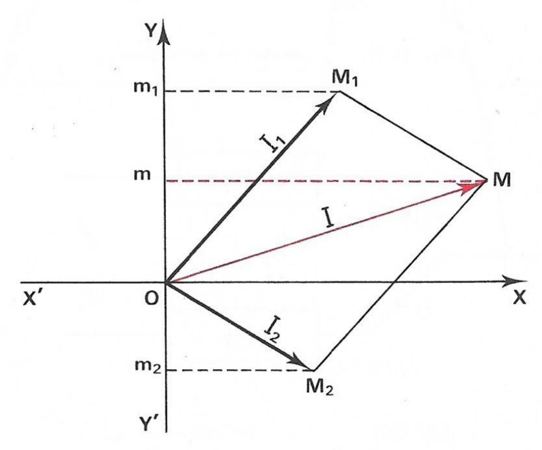


FIG. 16.15. — Détermination de la somme de deux courants par la méthode de Fresnel.

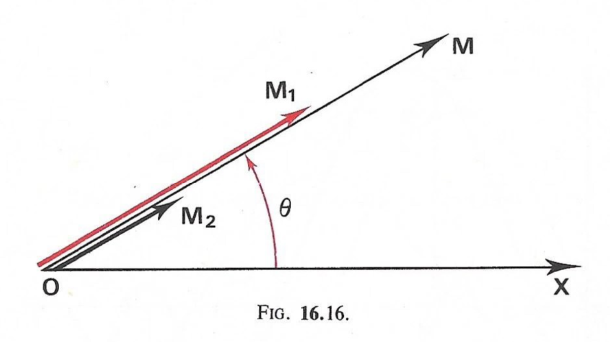


FIG. 16.16.

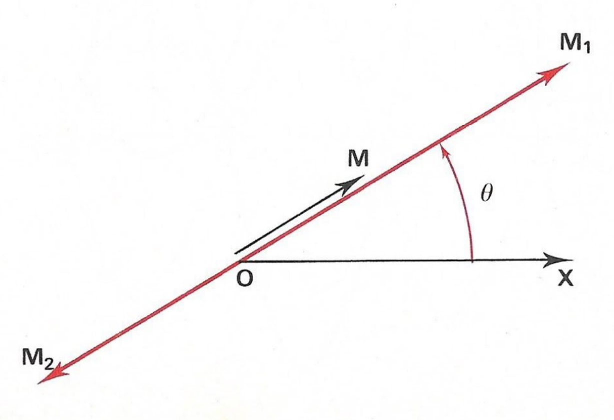


FIG. 16.17.

3° Détermination par la méthode de Fresnel.

a) Théorème des projections.

La mesure algébrique de la projection sur un axe de la somme de plusieurs vecteurs, est égale à la somme des mesures algébriques des projections, sur cet axe, de ces vecteurs.

Exemple : soit $\vec{S} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$, nous avons (fig. 16.14) :

$$\overline{ac} = \overline{ab} + \overline{bc}.$$

b) Détermination de *i*. — Soit $\overrightarrow{OM_1} = \vec{I_1}$ et $\overrightarrow{OM_2} = \vec{I_2}$ les vecteurs générateurs des courants i_1 et i_2 (fig. 16.15). A l'instant considéré,

$$i_1 = \overline{Om_1} \text{ et } i_2 = \overline{Om_2}$$

donc $$i = \overline{Om_1} + \overline{Om_2} = \overline{Om}.$$

Appliquons le théorème des projections : puisque i est la somme des mesures algébriques des projections sur $\overrightarrow{Y'Y}$ des vecteurs $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$, c'est aussi la mesure algébrique de la projection du vecteur $\overrightarrow{OM}$ tel que : $\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OM_1} + \overrightarrow{OM_2}$.

Le triangle OM_1M_2 tourne à la vitesse ω sans se déformer; il en est de même du parallélogramme OM_1MM_2.

Il en résulte que le vecteur $\overrightarrow{OM}$:

— tourne à la vitesse constante ω;

— a un module constant « $\hat{I}$ »;

— a un déphasage constant par rapport à $\overrightarrow{OM_1}$ et $\overrightarrow{OM_2}$.

Sa projection $i = \overline{Om}$ sur $\overrightarrow{Y'Y}$ est donc une fonction sinusoïdale de pulsation ω, de valeur maximale « $\hat{I}$ » et dont la phase à l'origine θ est déterminée :

$$i = \hat{I} \sin(\omega t + \theta).$$

c) Règle de Fresnel.

Si i_1 et i_2 sont deux courants sinusoïdaux de même fréquence f, le courant $i = i_1 + i_2$ est une fonction sinusoïdale de fréquence f dont le vecteur générateur est la somme $\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}$ des vecteurs générateurs de ces courants.

Cette règle se traduit par l'équivalence :

$$\boxed{i = i_1 + i_2} \iff \boxed{\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2}}$$

d) Généralisation.

— La règle est valable pour un nombre quelconque de courants de même fréquence :

$$i = i_1 + i_2 + i_3 \iff \vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

— La règle est valable pour une différence :

$$i_1 = i_2 - i_3 \iff \vec{I_1} = \vec{I_2} - \vec{I_3}$$

— La règle s'applique aux tensions.

4° Calcul dans des cas particuliers.

a) Les courants sont en phase : on a immédiatement (fig. 16.16) :

$$OM = OM_1 + OM_2 \quad \text{soit} \quad \widehat{I} = \widehat{I}_1 + \widehat{I}_2$$

b) Les courants sont en opposition (fig. 16.17) :

$$OM = OM_1 - OM_2 \quad \text{soit} \quad \widehat{I} = \widehat{I}_1 - \widehat{I}_2$$

c) Les courants sont en quadrature.

Le triangle OM_2M est rectangle (fig. 16.18), appliquons le théorème de Pythagore :

$$OM^2 = OM_1^2 + OM_2^2 \quad \text{soit} \quad \widehat{I}^2 = \widehat{I}_1^2 + \widehat{I}_2^2$$

En outre, l'angle α de OM_2 et de OM est déterminé par :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{OM_1}{OM_2}.$$

d) Les courants ont même amplitude : voir exercice 16.05.

5° Remarque.

a) Si deux courants ont une expression « en cosinus », les mêmes méthodes s'utilisent immédiatement.

b) Si l'un des courants est « en sinus » et l'autre « en cosinus », dans l'expression de ce dernier on remplace le cosinus par un sinus. Rappelons que :

$$\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right).$$

Il suffit donc d'ajouter $\frac{\pi}{2}$ à la phase du courant exprimé avec un cosinus.

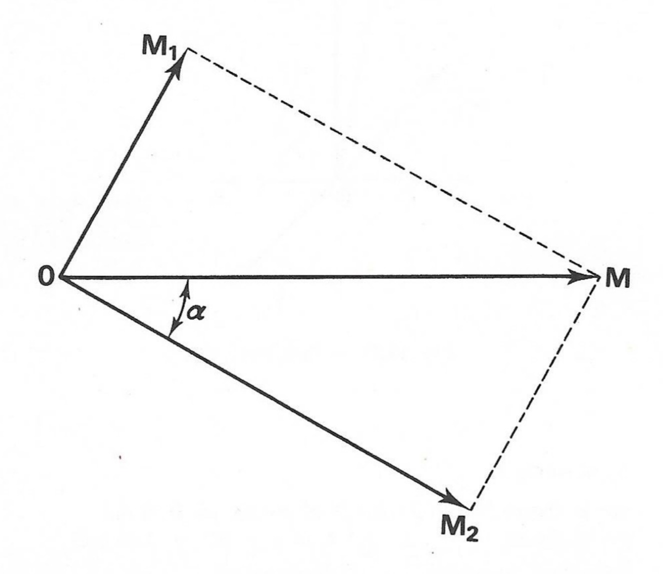


Fig. 16.18. — Le théorème de Pythagore permet un calcul simple.

Exercices

I. AVEC SOLUTION.

16.01. — Connaissant trois courants :

$$i_1 = 4 \sin \omega t$$

$$i_2 = 5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \qquad i_3 = 2 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

1° Les représenter par des vecteurs de Fresnel.

2° Construire les vecteurs représentant la somme $i = i_1 + i_2 + i_3$ et la différence $i' = i_2 - i_3$.

3° Mesurer les valeurs maximales et les phases, et écrire les équations de i et de i'.

Solution

1° et 2° Voir figures 16.19 et 16.20.

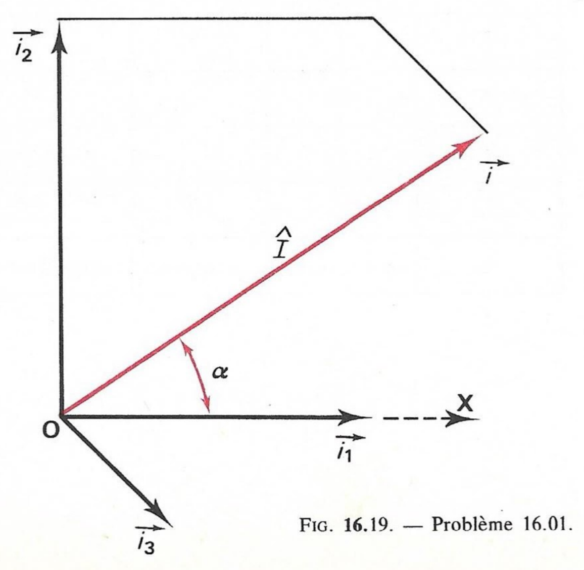


Fig. 16.19. — Problème 16.01.

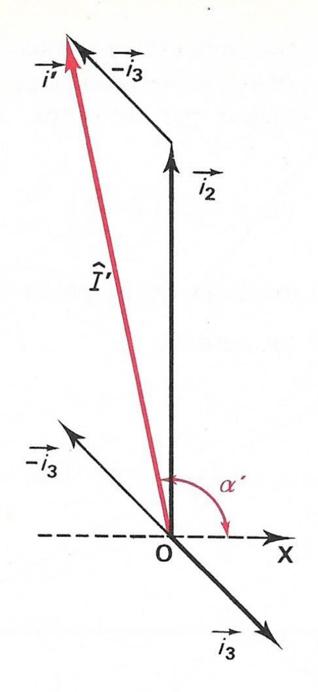


FIG. **16.20.** — Problème 16.01.

3° Mesures :

sur la figure 16.19 : $I = 6{,}4$ A et $\alpha = 33° \rightarrow 0{,}58$ rad
sur la figure 16.20 : $I' = 6{,}5$ A et $\alpha' = 102° \rightarrow 1{,}78$ rad.

Équations :

$i = 6{,}4 \sin(\omega t + 0{,}58)$ et $i' = 6{,}5 \sin(\omega t + 1{,}78)$.

II. AVEC RÉPONSES.

16.02. — Connaissant la valeur maximale d'un courant et l'une des trois grandeurs f, T, ω :

1° Calculer les deux autres ($\pi = 3{,}14$).

2° Donner l'expression du courant sous la forme :

$$i = \hat{I} \sin \omega t$$

$\hat{I}$ (A)	f (Hz)	T (ms)	ω (rad/s)
5	60		
7		1	
2	400		
4			157
3		60	
8			942

Réponses : Nous donnons la liste des valeurs de f, T et ω, dans le désordre et sans unité.

2,5; 6,67; 16,7; 16,7; 25; 40; 105; 150; 377; 1 000; 2 512; 6 280.

III. A RÉSOUDRE.

16.03. — Tracer sur une même feuille et à la même échelle les courbes $y = \sin x$ et $z = \cos x$.

16.04. — On donne un courant $i_1 = 3 \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$. Écrire l'équation d'un courant i_2 en quadrature avant de i_1 et dont l'intensité maximale est double.

Construire le graphique de Fresnel des deux courants.

Échelle : 1 cm $\widehat{=}$ 1 A.

16.05. — Déterminer l'intensité maximale de la somme de deux courants déphasés d'un angle α, ayant même valeur maximale $\hat{I} = 5$ A, et pour les valeurs suivantes de α : 30°; 60°; 90°; 120°.

16.06. — Calculer la valeur maximale de la somme de deux courants i_1 et i_2 en quadrature et dont les intensités maximales sont données dans le tableau :

$\hat{I}_1$	4	5	3	6	2,25	3,5
$\hat{I}_2$	3	12	5	8	3	12

16.07. — Sachant que, à tout instant, $i = i_1 + i_2$, trouver graphiquement, l'expression du troisième courant :

i	i_1	i_2
$4 \sin \omega t$	$5 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	
	$3 \sin \omega t$	$6 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
$6 \sin \omega t$	$6 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$	
	$4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$	$6 \sin \omega t$
$4 \sin \omega t$		$8 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$

17
VALEURS MOYENNES ET EFFICACES

1. Intensité moyenne d'un courant variable.

1° Définition.

L'intensité moyenne d'un courant variable est égale à l'intensité du courant continu (donc constant) qui transporte pendant le même temps la même quantité d'électricité.

2° Interprétation graphique.

Pour le courant variable $i(t)$, la quantité d'électricité transportée entre les instants t_0 et t_n est représentée par l'aire A hachurée en rouge (fig. 17.01). La valeur constante $\overline{I} = \text{MS}$, qui représente l'intensité moyenne, doit donc être telle que l'aire du rectangle MNPS soit égale à A :

$$\text{aire } A = \text{aire MNPS}.$$

La recherche d'une intensité moyenne nécessite donc :

— la détermination de l'aire de la surface limitée par la courbe,

— le calcul de la hauteur MS du rectangle qui vient d'être défini,

— la conversion de cette hauteur avec l'échelle utilisée.

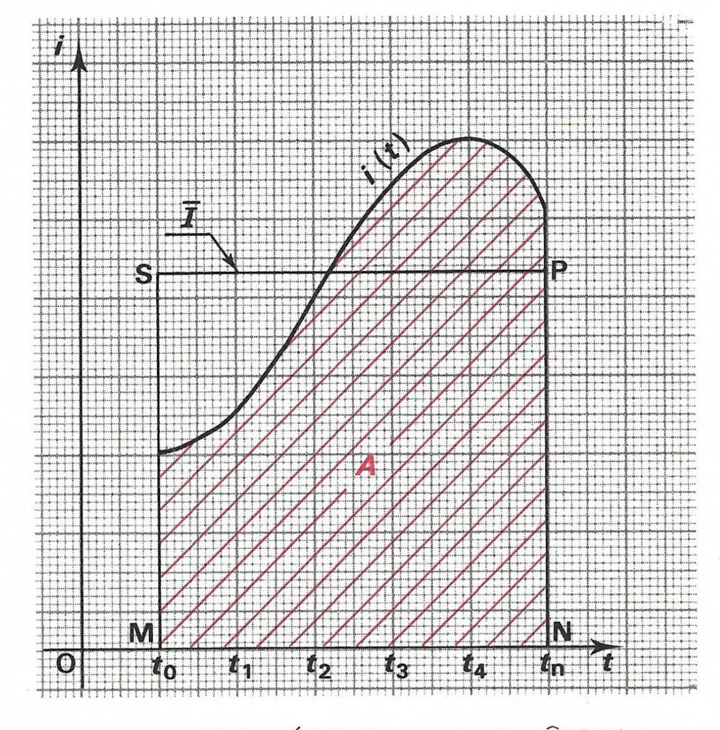


FIG. 17.01. — Échelle des courants : 1 mm $\widehat{=}$ 0,2 A.

3° Détermination de l'aire *A* et de la valeur moyenne.

a) Des calculs mathématiques permettent cette détermination quand la courbe a une équation connue.

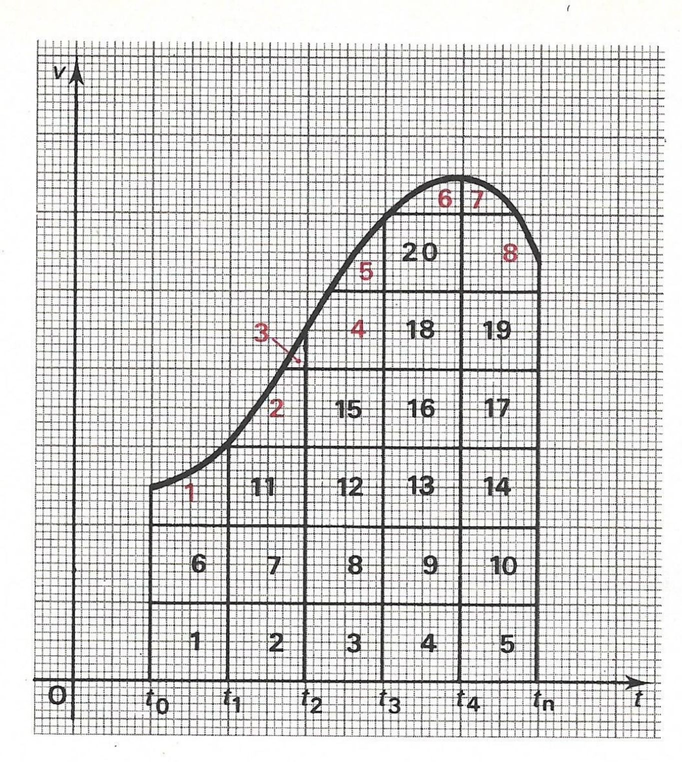


FIG. 17.02. — Les 20 cm² entiers sont en noir, les 8 cm² coupés sont en rouge.

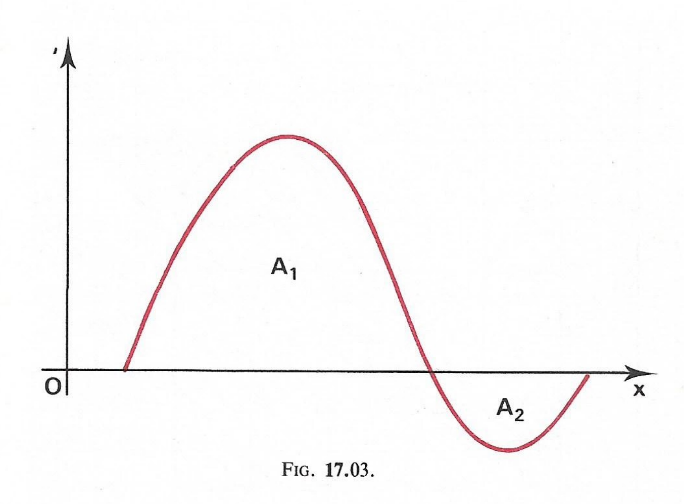


FIG. 17.03.

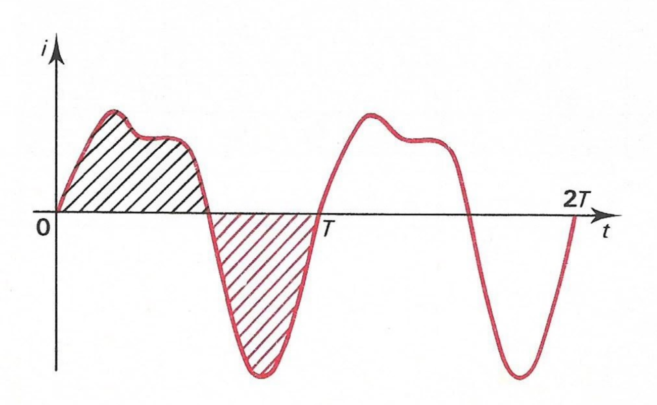


FIG. 17.04. — Les deux aires hachurées étant égales, la valeur moyenne est nulle.

Que cette équation soit connue ou non, nous allons donner un procédé qui permet de connaître A avec une excellente approximation.

b) Méthode. — La courbe $i(t)$ est tracée avec soin sur du papier millimétré; l'aire est obtenue en comptant le nombre de carrés intérieurs. Le résultat approché, habituellement retenu, est égal à la somme A_1 des centimètres carrés entiers (chiffres noirs) augmentée de la demi-somme $\frac{A_2}{2}$ des centimètres carrés coupés (chiffres rouges) par la courbe (fig. 17.02) :

$$A \approx A_1 + \frac{A_2}{2}$$

EXEMPLE : sur la figure 17.02 nous trouvons :

$$A \approx 20 + \frac{8}{2} = 24 \text{ cm}^2 = 2\,400 \text{ mm}^2.$$

Si nous comptons les millimètres carrés le résultat est plus précis : $A' = 2\,410 \text{ mm}^2$.

c) Moyenne. — En millimètre, l'intervalle de temps (t_0, t_n) est représenté par 50; la hauteur du rectangle de même surface est :

$$\text{MS} = \frac{2\,400}{50} = 48 \text{ mm}.$$

Avec l'échelle donnée (fig. 17.01) :

$$\bar{I} = 0{,}2 \times 48 = 9{,}6 \text{ A}.$$

4° Courant bidirectionnel.

Il faut effectuer la différence entre les aires situées au-dessus de l'axe des temps et celles qui sont au-dessous (fig. 17.03) :

$$A = A_1 - A_2$$

5° Courants alternatifs.

a) Nous les avons définis comme ayant, à l'intérieur d'une période, une intensité moyenne nulle parce que les deux aires hachurées en rouge et en noir sont égales (fig. 17.04).

La réponse est donc :

$$\bar{I} = 0.$$

b) Ce résultat est évidemment valable pour les cas particuliers : grandeurs alternatives symétriques et, par suite, grandeurs sinusoïdales.

→ **Au cours d'un nombre entier de périodes, la valeur moyenne d'une grandeur sinusoïdale est nulle.**

c) Dans certaines applications industrielles, électrochimie et redressement par exemple, il est nécessaire de connaître la valeur moyenne du

courant sinusoïdal pendant une alternance. Un calcul approché sera effectué dans l'exercice 17.05; le calcul exact donne :

$$\overline{I}=\frac{2\,\widehat{I}}{\pi}\approx 0{,}637\ \widehat{I}$$

6° Courants de type $i=a+b\sin(\omega t+\theta)$.

— Les graphes de ces courants s'obtiennent par translation parallèle à Oy d'une fonction sinusoïdale.

Soit : $y=1+2\sin x$ (fig. 17.05).

L'égalité des deux aires hachurées, l'une en rouge et l'autre en noir, permet de combler le creux B avec la bosse A et d'obtenir immédiatement le rectangle ONPQ dont la hauteur est la valeur moyenne : $\overline{I}=1$. Ce résultat s'étend sans peine à tous les courants de type :

$$i=a+b\sin(\omega t+\theta)$$

et même à tous les courants qui sont la somme d'un courant alternatif (telle que nous l'avons défini) et d'une constante.

L'intensité moyenne de $i=a+b\sin(\omega t+\theta)$ est égale à la constante a : $\overline{I}=a$.

7° Applications.

a) Valeur moyenne du carré d'une grandeur sinusoïdale.

— Soit $y=\widehat{Y}\sin\omega t$ la grandeur, son carré est :

$$z=y^2=\widehat{Y}^2\sin^2\omega t$$

et, puisque :

$$\cos 2\omega t=1-2\sin^2\omega t \rightarrow \sin^2\omega t=\frac{1-\cos 2\omega t}{2}$$

$$z=y^2=\frac{\widehat{Y}^2}{2}(1-\cos 2\omega t).$$

D'après ce que nous venons de voir (5°), la valeur moyenne de $(1-\cos 2\omega t)$ est 1 et celle de y^2 est (fig. 17.06) :

$$\overline{Z}=\frac{\widehat{Y}^2}{2}$$

b) Valeur moyenne du produit de deux grandeurs sinusoïdales.

Soient les deux grandeurs :

$$u=\widehat{U}\sin\omega t \quad \text{et} \quad i=\widehat{I}\sin(\omega t-\varphi).$$

Effectuons leur produit p :

$$p=\widehat{U}\widehat{I}\sin\omega t\cdot\sin(\omega t-\varphi).$$

On démontre que la valeur moyenne de p est :

$$P=\frac{1}{2}\widehat{U}\widehat{I}\cos\varphi.$$

→ **La valeur moyenne du produit de deux grandeurs sinusoïdales est égale au demi-produit de leurs valeurs maximales par le cosinus de leur déphasage.**

c) Effectuons une vérification graphique de ce résultat avec :

$$u=20\sin\omega t \quad \text{et} \quad i=6\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{4}\right).$$

Les deux courbes sont représentées aux échelles suivantes (fig. 17.07, page 136) :

1 unité $\widehat{=}$ 4 V et 1 unité $\widehat{=}$ 2 A.

Nous calculons de nombreuses valeurs de u et de i (quelques-unes sont dans le tableau) et nous effectuons les produits $p=ui$ qui nous permettent de tracer la courbe $p(t)$ à l'échelle :

1 unité $\widehat{=}$ 10 W.

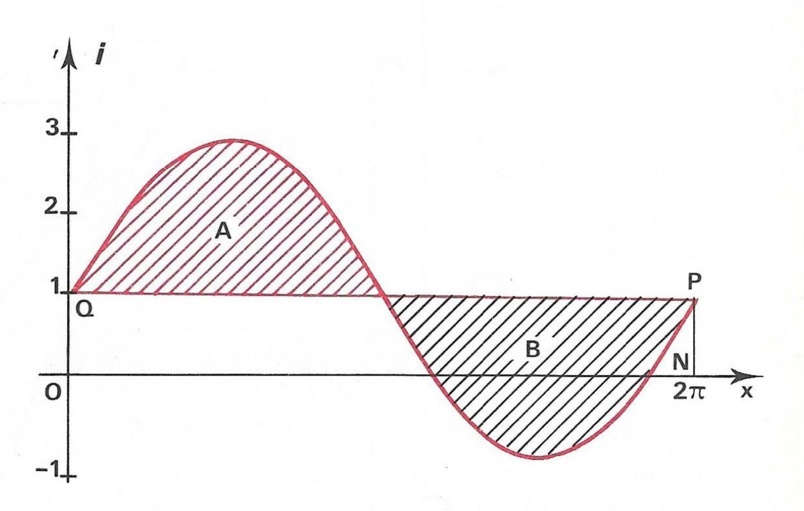


Fig. 17.05.

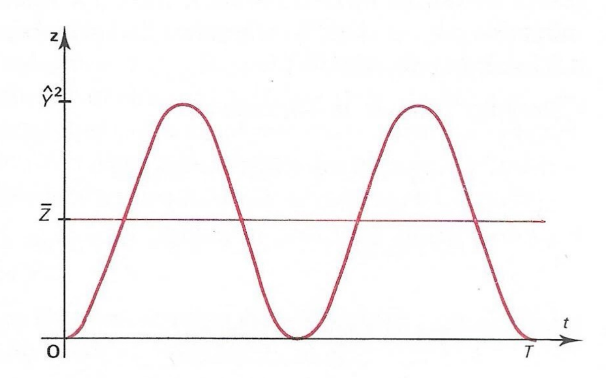


Fig. 17.06.

d) Tableau :

t	0	$\frac{T}{8}$	$\frac{2T}{8}$	$\frac{3T}{8}$	$\frac{4T}{8}$	$\frac{5T}{8}$	$\frac{6T}{8}$	$\frac{7T}{8}$	T
u (V)	0	14	20	14	0	− 14	− 20	− 14	0
i (A)	− 4,2	0	4,2	6	4,2	0	− 4,2	− 6	− 4,2
p (W)	0	0	84	84	0	0	84	84	0

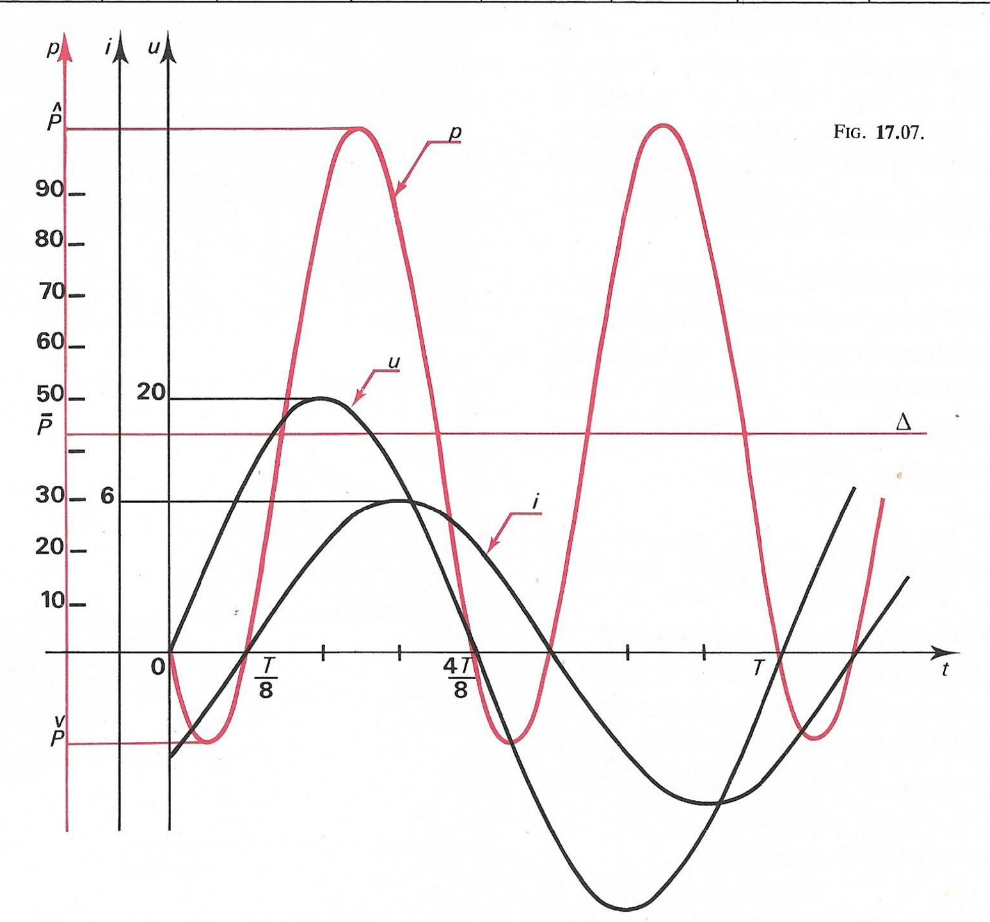


FIG. 17.07.

e) Résultat : la courbe p est une sinusoïde tracée autour de l'axe Δ parallèle à Ot. La valeur moyenne de p est l'ordonnée de cet axe : 4,25 unités soit 42,5 W.

Calculons P avec la formule :

$$P = \frac{1}{2} \times 20 \times 6 \times 0{,}707 = 42{,}4 \text{ W}.$$

La vérification confirme le calcul.

2. Effet thermique et intensité efficace.

1° Observations du phénomène thermique.

— Nous avons appris, dans l'étude du courant continu, que l'effet thermique ne dépendait pas du sens du courant. Ainsi une lampe à incandescence marquée 220 V brille de la même façon quand elle est alimentée par une tension continue de 220 V ou par la tension sinusoïdale (220 V, 50 Hz) du secteur. En particulier dans ce dernier cas, nous ne percevons aucune variation de l'éclat (de la brillance) du filament.

Cependant, si nous alimentons cette lampe sous une tension de fréquence plus faible, quelques hertz par exemple, nous percevons des variations dans la brillance du filament : c'est la sensation de **papillotement.** L'intensité du courant varie et s'annule deux fois par période, le filament se refroidit partiellement et la brillance diminue.

Si cette sensation disparaît à fréquence plus grande, et en particulier à 50 Hz, c'est à cause de

l'inertie thermique du filament et de la persistance des impressions lumineuses sur la rétine.

2° Signification physique de l'intensité efficace.

a) Le secteur (tension sinusoïdale) alimente un appareil en série avec un ampèremètre thermique (fig. 17.08); ce dernier indique 4,4 A.

b) Un ampèremètre thermique n'étant sensible qu'à **l'effet thermique,** nous pouvons dire qu'au cours de notre mesure, le courant qui circule est, **du point de vue thermique,** équivalent au courant continu de 4,4 A qui a servi à étalonner l'appareil; le courant sinusoïdal qui traverse le circuit a même **efficacité thermique** qu'un courant continu de 4,4 A. Nous dirons que son **INTENSITÉ EFFICACE** est 4,4 A.

c) Première définition. — L'intensité efficace d'un courant sinusoïdal est l'intensité d'un courant continu qui a la même efficacité thermique.

3° Intensité efficace d'un courant quelconque.

a) Tous les courants, quelle que soit leur forme, ont une intensité efficace qui se mesure et se définit de la même façon que pour le courant sinusoïdal.

b) Définition générale. — **L'intensité efficace d'un courant variable est l'intensité que devrait avoir un courant continu (constant) pour produire dans le même résistor(1), le même dégagement de chaleur pendant le même temps de passage.**

c) Temps de passage à considérer.

Pour un courant périodique, il suffit de comparer les effets thermiques sur la durée d'une période.

d) Remarque. — De préférence, l'intensité efficace est notée I (sans indice); si toutefois une confusion risque de se produire, elle peut être notée I_{eff} ou i_{eff}.

4° Calcul de l'intensité efficace d'un courant sinusoïdal.

a) Par définition, l'intensité efficace est telle que la puissance RI^2, qu'elle dissipe dans un résistor R, soit égale à la puissance moyenne P qui y est dissipée au cours d'une période par le courant $i = \hat{I} \sin \omega t$. Or, nous savons que, la valeur moyenne du carré d'une grandeur sinusoïdale est égale à la moitié du carré de sa valeur maximale :

$$P = \frac{R\hat{I}^2}{2}$$

(1) Rappelons qu'un résistor transforme en chaleur toute l'énergie électrique qu'il reçoit.

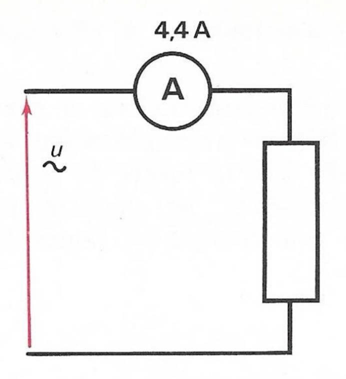


Fig. 17.08. — L'ampèremètre thermique mesure l'intensité efficace.

L'intensité efficace d'un courant sinusoïdal est donc telle que :

$$RI^2 = \frac{R\hat{I}^2}{2}$$

soit : (1) $$I = \frac{\hat{I}}{\sqrt{2}} \approx 0{,}707\,\hat{I}$$

b) L'expression du courant sinusoïdal pourra désormais s'écrire indifféremment :

$$i = \hat{I} \sin \omega t \quad \text{ou} \quad i = I\sqrt{2} \sin \omega t.$$

3. Mesures d'une intensité avec un ampèremètre.

1° Appareils thermiques et ferromagnétiques.

Ils indiquent l'intensité efficace des courants quelle que soit la forme de ceux-ci, donc en particulier s'ils sont sinusoïdaux.

2° Appareils magnétoélectriques.

a) Avec commutateur en position « continu ».

Les lectures doivent être effectuées sur l'échelle « continu ». Elles donnent l'intensité moyenne du courant quelle que soit la forme de celui-ci; en particulier, la lecture est zéro pour un courant sinusoïdal (et plus généralement pour un courant alternatif) puisque la valeur moyenne est nulle.

b) Avec commutateur en position « alternatif ».

Les lectures doivent être effectuées sur l'échelle « alternatif ». Elles donnent alors l'intensité efficace du courant sinusoïdal et du courant sinusoïdal seulement. Si le courant n'est pas sinusoïdal, l'indication de l'appareil est sans signification.

3° Appareils électroniques à affichage numérique.

Seuls, les ampèremètres de haut de gamme, dits à « valeur efficace vraie », donnent l'intensité efficace quelle soit la forme du courant. Les autres ampèremètres ne donnent la valeur efficace que si le courant est sinusoïdal.

4. Conclusion.

1° Autres grandeurs sinusoïdales.

Les résultats valables pour les courants le sont aussi pour toutes les grandeurs sinusoïdales et en particulier pour les tensions. Les différents voltmètres qui mesurent ces dernières ont les propriétés des ampèremètres de même type.

2° Importance des valeurs efficaces.

a) Dans la plupart des applications, ce sont elles qui interviennent.

b) Quand une valeur de tension ou de courant est donnée sans autre précision, c'est toujours une valeur efficace. Quand il s'agira d'une valeur moyenne ou maximale (ou autre), il faudra avoir soin de le préciser.

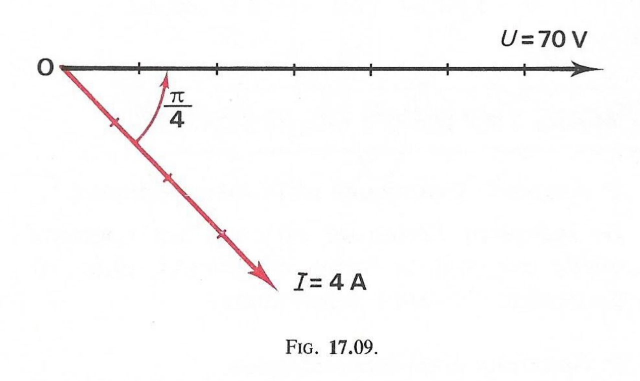


FIG. 17.09.

c) Une grandeur sinusoïdale isolée est totalement définie par sa **valeur efficace et sa fréquence.**

S'il y a plusieurs grandeurs sinusoïdales de même fréquence, il faut en outre préciser **les phases à l'origine.**

3° Graphique de Fresnel.

a) Les valeurs efficaces étant de loin les plus importantes, ce sont elles désormais que nous utiliserons dans la représentation de Fresnel.

b) Nous ne mettrons plus la pulsation sur les graphiques quand elle est donnée par ailleurs.

Si plusieurs grandeurs sinusoïdales se trouvent sur un même graphique, sauf impossibilité, nous choisirons l'une d'elles comme origine des phases et nous la mettrons à la place de l'axe OX qui ne sera plus tracé.

d) Exemple : soit une tension $u = \hat{U} \sin \omega t$ et un courant $i = \hat{I} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$. Introduisons les valeurs efficaces :

$$u = U\sqrt{2} \sin \omega t \quad \text{et} \quad i = I\sqrt{2} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right).$$

Nous traçons le graphique de Fresnel pour $U = 70$ V et $I = 4$A, avec les échelles (fig. 17.09) :

$$1 \text{ cm} \,\widehat{=}\, 10 \text{ V} \quad \text{et} \quad 1 \text{ cm} \,\widehat{=}\, 1 \text{ A}.$$

4° Puissance moyenne.

En remplaçant $\hat{U}$ par $U\sqrt{2}$ et $\hat{I}$ par $I\sqrt{2}$:

$$P = \frac{1}{2}\hat{U}\hat{I} \cos \varphi = \frac{1}{2} U\sqrt{2} I\sqrt{2} \cos \varphi$$

(2) $$\boxed{P = UI \cos \varphi}$$ U en volts, I en ampères, P en watts

Exercices

17.01. — Calculer les valeurs efficaces des courants sinusoïdaux dont on donne les valeurs maximales :

7 A; 100 A; 2,4 A; 15 mA.

17.02. — Calculer les valeurs maximales des tensions sinusoïdales dont on donne les valeurs efficaces :

127 V; 110 V; 220 V; 380 V; 5 500 V.

17.03. — On donne deux grandeurs sinusoïdales u et i.

Calculer la valeur moyenne de leur produit p :

u (V)	i (A)
$5 \sin \omega t$	$12 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$
$127 \sin \omega t$	$4 \sin \omega t$
$220 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right)$	$5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$
$15 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$	$2 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{4}\right)$
$20 \sin \omega t$	$5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$
$30 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{4}\right)$	$3 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$

Réponse pour la première ligne : $P = 15$ W.

17.04. — Calculer la valeur moyenne du carré des courants suivants :

$$i_1 = 4 \sin \omega t;\; i_2 = 6 \cos \omega t;\; i_3 = 5 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{3}\right).$$

Quelles sont les valeurs efficaces correspondantes?

17.05. — Déterminer l'aire comprise entre la demi-sinusoïde et l'axe Ox en comptant les carrés de $5 \times 5 = 25$ mm^2 (fig. 17.10). Calculer la valeur moyenne $\overline{Y}$ de y, puis le rapport de cette valeur moyenne à la valeur maximale $\widehat{Y} = 8$ cm.

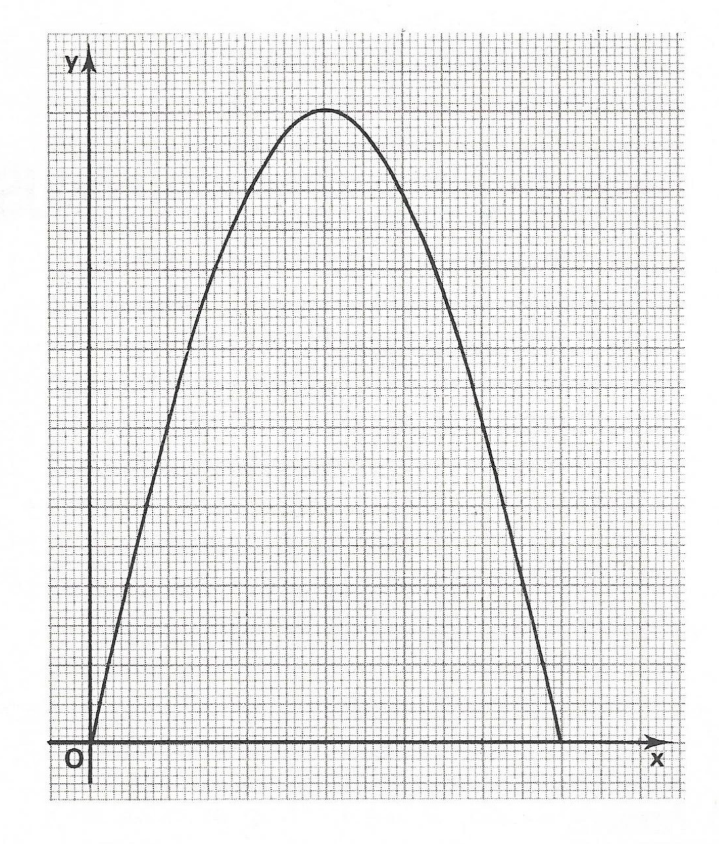


FIG. **17.10.** — Exercice 17.05.

18
DIPÔLE SOUS TENSION SINUSOÏDALE

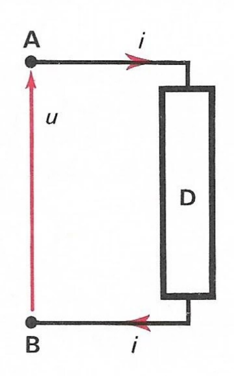


FIG. **18.01**.

1. Préambule.

1° Rappel. — On appelle dipôle, toute portion de circuit comprise entre deux bornes (pôles) et deux seulement. Un dipôle peut comporter n'importe quel appareil électrique; résistors, bobines, condensateurs, moteurs, générateurs, ... MAIS :

> nous n'étudierons dans ce livre que des **dipôles linéaires et passifs** qui, soumis à une tension sinusoïdale, sont traversés par un courant sinusoïdal (ou inversement).

2° Fonction d'un dipôle.

Soit un dipôle D de bornes A et B dont la tension et le courant, variables, sont mesurés selon les orientations de la convention récepteur (fig. 18.01).

Si, à un instant déterminé, u et i sont de même signe, le dipôle est effectivement récepteur et il consomme la puissance $p = ui$; si, au contraire, u et i sont de signes contraires le produit $p = ui$ est négatif, le dipôle est générateur et fournit de la puissance.

3° Comportement des récepteurs élémentaires en continu.

a) Loi d'Ohm. — En continu, le comportement d'une portion de circuit ne contenant pas d'électromoteur ne dépend que de sa résistance. Un tel circuit est dit purement résistif et l'on a la relation :

$$U = RI.$$

b) Rôle d'une inductance. — Si une bobine inductive est en circuit, elle manifeste ses effets en régime variable (fermeture du circuit par exemple), mais ne modifie pas la relation ci-dessus en régime permanent, c'est-à-dire quand le courant a cessé de varier.

c) Rôle d'un condensateur. — Si un condensateur est en circuit, il est traversé par un courant pendant la durée, assez brève, de sa charge ou de sa décharge, puis il se comporte comme une coupure dans le circuit et le courant permanent dans celui-ci est nul.

4° Comportement des récepteurs élémentaires en alternatif.

a) En alternatif, dans une portion de circuit sans générateur ni récepteur tournant, la loi d'Ohm

$u = Ri$ n'est en général, plus vérifiée car, outre les récepteurs purement thermiques, les récepteurs inductifs et capacitifs vont se manifester en permanence puisque la tension appliquée et le courant qui en résulte vont varier en permanence.

b) Rôle d'une inductance. — Nous avons vu (chap. 14) qu'elle développait en permanence une force électromotrice auto-induite. Elle se comporte donc comme un électromoteur non autonome et contribue à fixer la valeur du courant.

c) Rôle d'un condensateur. — En alternatif, les bornes d'un condensateur changent constamment de polarité, le condensateur est donc toujours, soit en cours de charge, soit en cours de décharge; il en résulte qu'une portion de circuit est traversée en permanence par un courant même si elle comporte un condensateur. Ce dernier ne constitue plus une coupure.

2. Étude expérimentale d'un dipôle linéaire et passif.

1° Montage.

a) Nous montons en série les trois éléments suivants : un résistor non inductif $R' = 40\ \Omega$, une bobine sans fer dont l'inductance est $L = 0{,}32$ H et la résistance $R'' = 10\ \Omega$, un condensateur parfait de capacité $C = 80\ \mu$F. La résistance totale du circuit est donc $R = 50\ \Omega$.

b) Un ampèremètre, un voltmètre et un wattmètre mesurent respectivement I, U et P (fig. 18.02).

Un oscillographe bicourbe permet de visualiser u et $(-i)$.

c) Un autotransformateur à tension secondaire réglable[1] est placé entre la source et le dipôle.

d) Deux sources peuvent être utilisées :

S_1 (120 V, 50 Hz) et S_2 (120 V, 25 Hz).

2° Mesures. — Quatre mesures sont effectuées avec deux valeurs de la tension pour chaque fréquence.

Les relevés de mesures et trois calculs sont donnés dans le tableau ci-dessous :

MESURES				CALCULS		
U (V)	f (Hz)	I (A)	P (W)	$\frac{U}{I}$	UI	$\frac{P}{UI}$
120	50	1,54	120	78	185	0,65
60	50	0,77	30	78	46	0,65
120	25	2,06	212	58	247	0,86
60	25	1,03	53	58	62	0,86

3. Impédance d'un dipôle.

1° — Le dipôle que nous avons utilisé est linéaire; en outre, parce qu'il ne contient pas d'électromoteur autonome, nous dirons qu'il est passif.

Nous constatons que pour un tel dipôle et à *une fréquence donnée,* la tension efficace U est proportionnelle au courant efficace I. Le quotient de la première grandeur par la seconde est donc constant.

(1) Attention, l'autotransformateur devant être utilisé en (120 V, 25 Hz), il doit être prévu pour (240 V, 50 Hz).

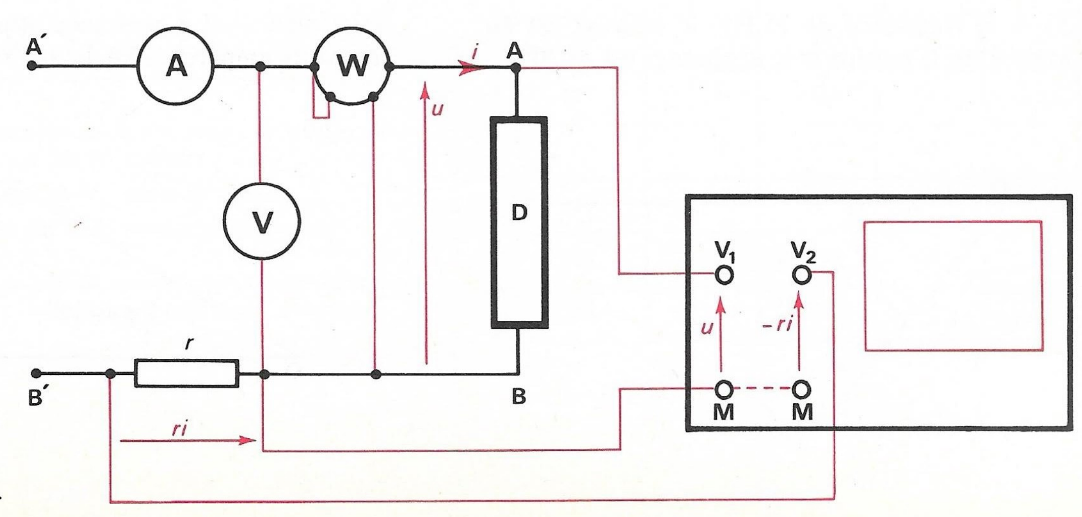


Fig. 18.02. — Montage.

Ce quotient $\frac{U}{I}$ est appelée « **impédance** » du dipôle.

2° Définition. — En régime sinusoïdal l'impédance *Z*, d'un dipôle passif et linéaire, est égale au quotient de la valeur efficace de la tension appliquée par la valeur efficace du courant qui le traverse.

(1) $$\boxed{Z = \frac{U}{I}}$$ U en volts, I en ampères, Z en ohms

3° Unités. — L'impédance est, comme la résistance, le quotient d'une tension par un courant, elle s'exprime avec la même unité : l'ohm (Ω).

4° — L'impédance d'un dipôle passif et linéaire est indépendante de la tension appliquée mais *elle peut varier avec la fréquence.*

5° Loi d'Ohm en sinusoïdal. — Pour un dipôle passif et linéaire, elle est donnée par la formule (1) écrite :

$$\boxed{U = ZI}$$

Nous apprendrons, dans les chapitres qui suivent, à calculer Z en fonction des paramètres du dipôle.

4. Déphasage.

1° Mesures. — L'oscillographe du montage (fig. 18.02) permet de mesurer le décalage de temps des deux grandeurs u et i et d'en déduire le déphasage.

a) A la fréquence de 50 Hz, le courant est en retard sur la tension et le déphasage est de 50°.

b) A la fréquence de 25 Hz, le courant est en avance sur la tension et le déphasage est de 30°.

Pour distinguer sans ambiguité le cas où le courant est en avance de celui où il est en retard, nous devons orienter l'angle φ des deux vecteurs de Fresnel qui représente $\vec{U}$ et $\vec{I}$.

2° Choix. — Le déphasage φ d'un courant, par rapport à la tension qui lui a donné naissance, est l'angle des vecteurs de Fresnel $\vec{I}$ et $\vec{U}$ pris dans cet ordre :

(2) $$\boxed{\varphi = (\vec{I}, \vec{U})}$$

a) Si le courant est en **retard** (premier cas cité ci-dessus), le déphasage est donc **positif** (fig. 18.03).

b) Si le courant est en *avance* (deuxième cas), le déphasage est *négatif* (fig. 18.04).

3° Expression du courant. — Donnons à la tension une phase nulle à l'origine des temps :

$$u = U\sqrt{2}\sin \omega t.$$

L'expression du courant est :

$$i = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi).$$

5. Puissances et facteur de puissance.

1° — Nous remarquons que dans le tableau (§2), quelle que soit la ligne considérée, la puissance mesurée diffère du produit UI.

2° Puissance apparente.

a) Le produit UI, qui, *sauf cas particulier,* n'est pas égal à la puissance consommée (au sens énergétique du terme) a reçu le nom de **puissance apparente** et est noté S :

(3) $$\boxed{S = UI}$$ U en volts, I en ampères, S en volts-ampères

b) Unité. — La puissance apparente s'exprime en volts-ampères dont le symbole est VA.

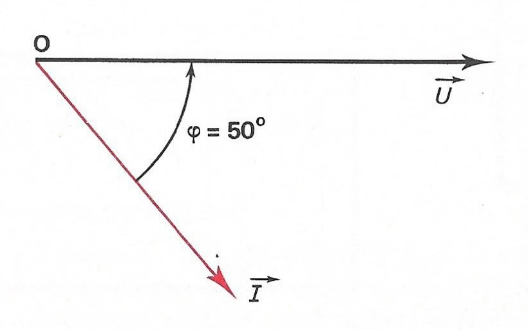


Fig. 18.03.

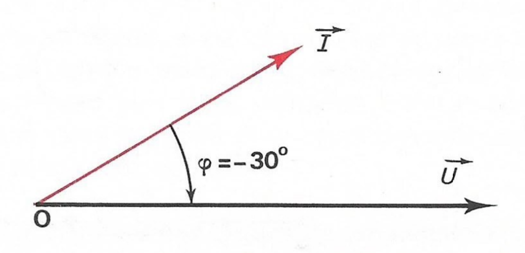


Fig. 18.04.

3° Facteur de puissance. — Le nombre k par lequel il faut multiplier le produit UI pour retrouver la puissance, est appelé « facteur de puissance ».

C'est un nombre abstrait :

(4) $$k = \frac{P}{UI}$$ $\left\{\begin{array}{l} P \text{ en watts} \\ U \text{ en volts} \\ I \text{ en ampères} \end{array}\right.$

Ce nombre a été calculé dans le tableau. Nous remarquons que pour le dipôle étudié, il ne dépend pas de la tension mais seulement de la fréquence :

Pour $f = 50$ Hz : $k = 0{,}65$.

Pour $f = 25$ Hz : $k = 0{,}86$.

En régime sinusoïdal (tension et courant), le facteur de puissance est égal au cosinus de l'angle φ de déphasage entre i et u :

$$k = \cos\varphi$$

4° Puissance moyenne.

a) D'après ce qui précède, elle est donnée par la formule :

$$P = UI\cos\varphi.$$

Cette formule est valable quel que soit le dipôle, pourvu que u et i restent sinusoïdaux.

b) Mesure : elle s'effectue directement avec un wattmètre.

c) Remarque : avec un dipôle passif quelconque on a :

$$P < UI \quad \text{et} \quad \cos\varphi < 1.$$

Dans certains cas particuliers, on peut avoir :

$$P = UI \quad \text{et} \quad \cos\varphi = 1.$$

On a donc toujours :

$$P \leqslant UI \quad \text{et} \quad \cos\varphi \leqslant 1.$$

5° Détermination du facteur de puissance.

a) Les mesures de U, I, P permettent le calcul de $k = \cos\varphi$. Notons que cette valeur ne donne pas le signe du déphasage.

b) Des appareils, les phasemètres, mesurent directement $\cos\varphi$.

6° Énergie consommée. — Elle est égale au produit de la puissance moyenne par la durée de fonctionnement avec cette puissance :

(5) $$W = Pt$$

$\left\{\begin{array}{l} P \text{ en watts} \\ t \text{ en secondes} \\ W \text{ en joules} \end{array}\right.$ OU $\left\{\begin{array}{l} P \text{ en watts} \\ t \text{ en heures} \\ W \text{ en wattheures} \end{array}\right.$

Exercices

18.01. — Compléter le tableau ci-dessous après avoir calculé la puissance moyenne et l'impédance :

U (V)	I (A)	$\cos\varphi$	P (W)	Z (Ω)
220	5	0,9		
380	12	0,8		
127	45	0,6		

18.02. — Un appareil consomme 8 A sous une tension de 120 V. Sa puissance est 540 W. Calculer :

1° Le facteur de puissance de l'appareil.

2° Les valeurs maximales de la tension et du courant.

18.03. — Compléter le tableau ci-contre après avoir calculé les deux grandeurs manquantes (attention aux lignes « pièges »).

U (V)	I (A)	P (W)	Z (Ω)	$\cos\varphi$
220	50			0,8
220		495	55	
127	20	3 000		
	4	480	60	
	3		50	0,6
380		1 900	76	
40		400	5	

19
RÉCEPTEURS ÉLÉMENTAIRES

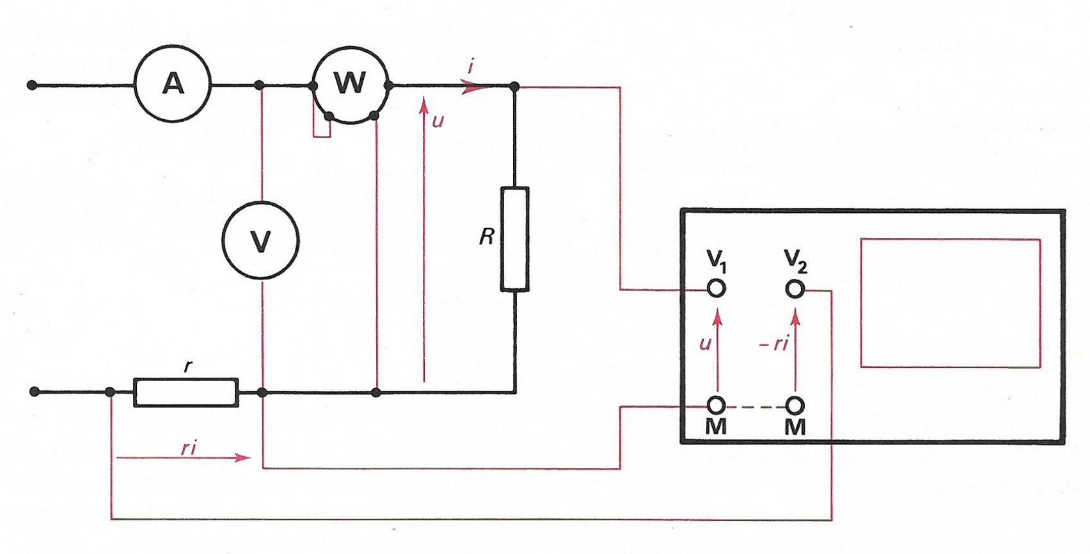


FIG. 19.01. — Montage.

1. Résistor parfait.

1° Dipôle étudié. — C'est un résistor linéaire parfait qui, du point de vue électrique, est totalement défini par son paramètre résistance R. Il est dépourvu d'inductance et de capacité. A chaque instant, quel que soit le régime de fonctionnement, la relation $u = Ri$ est satisfaite.

2° Montage. — Il est identique à celui du chapitre précédent. Les mêmes sources sont utilisées; la résistance est $R = 30\,\Omega$ (fig. 19.01).

3° Tableau des mesures et des calculs.

MESURES				CALCULS		
f (Hz)	U (V)	I (A)	P (W)	$Z = \frac{U}{I}$	$S = UI$	$\cos\varphi = \frac{P}{S}$
50	120	4	480	30	480	1
50	60	2	120	30	120	1
25	120	4	480	30	480	1
25	60	2	120	30	120	1

4° Résultats déduits de l'expérience.

a) L'impédance Z est égale à la résistance :

$$Z = R$$

b) La loi d'Ohm $U = ZI$ peut donc s'écrire :

$$(1) \qquad U = RI \quad \text{ou} \quad I = \frac{U}{R}$$

c) La puissance consommée est égale au produit des valeurs efficaces de u et de i :

$$P = UI$$

d) Puisque la puissance apparente est, par définition, $S = UI$, dans le cas du résistor $P = S$ et le facteur de puissance est égal à l'unité :

$$k = \cos\varphi = \frac{P}{S} = 1$$

Nous en déduisons que l'angle φ de déphasage entre $\vec{I}$ et $\vec{U}$ est nul (fig. 19.02) :

$$\varphi = (\vec{I}, \vec{U}) = 0.$$

e) Autres relations : les formules $P = RI^2$ et $P = \frac{U^2}{R}$, établies en courant continu, sont également valables en sinusoïdal.

5° Courbes.

— Le déphasage étant nul, le courant est en phase avec la tension appliquée (fig. 19.03) :

$$u = U\sqrt{2}\sin\omega t \quad \text{et} \quad i = \frac{U\sqrt{2}}{R}\sin\omega t$$

La courbe de la puissance instantanée est une sinusoïde entièrement située au-dessus de l'axe des temps. Son équation est :

$$p = 2\,UI\sin^2\omega t$$

soit un maximum $P = 2\,UI$, et une valeur moyenne $P = UI$.

6° Conséquences pratiques.

a) Utilisations d'appareils. — Tous les récepteurs purement thermiques (radiateurs, cuisinières, fers à repasser, lampes à incandescence...) fonctionnent en alternatif comme en continu sous **la même tension de référence :** constante en continu et efficace en alternatif.

b) Effet pelliculaire. — La résistance n'est la même en alternatif et en continu que si la fréquence n'est pas trop grande. Quand la fréquence augmente, les électrons désertent l'intérieur des conducteurs, **l'épaisseur de pénétration diminue.** La section de conducteur utilisé diminue également et la résistance augmente. Dans le cuivre, l'épaisseur de pénétration est de 9 mm à 50 Hz et de 9 μm à 50 MHz.



Fig. 19.02. — Le déphasage est nul.

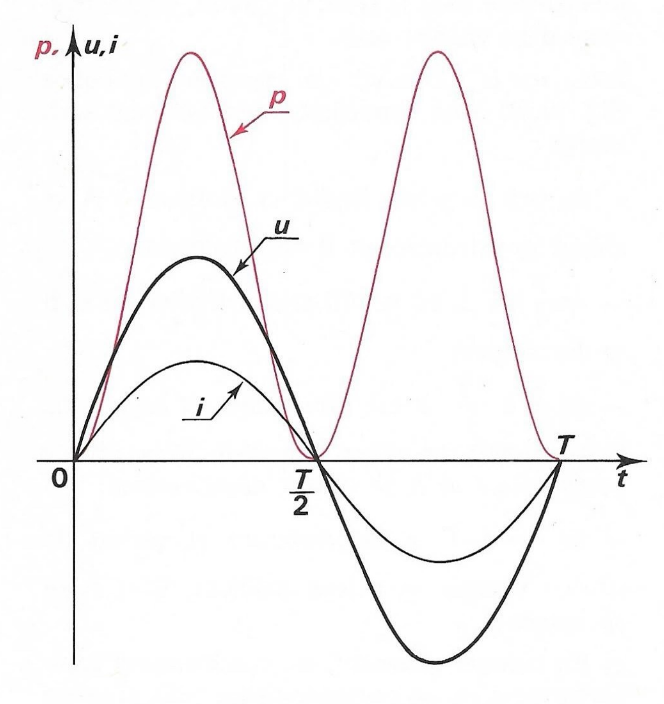


Fig. 19.03.

2. Condensateur parfait.

1° Dipôle étudié.

— C'est un condensateur parfait qui, du point de vue électrique, est totalement défini par son paramètre capacité C.

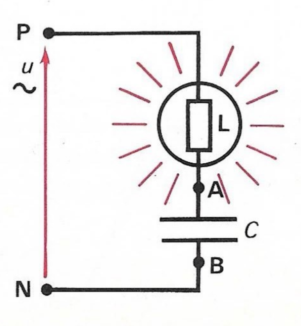


Fig. 19.04.

2° Étude expérimentale préalable.

a) Expérience. — Montons en série sur le secteur {220 V, 50 Hz} un condensateur de 16 μF et une lampe {120 V, 60 W} (fig. 19.04). Nous constatons que la lampe brille malgré la coupure de circuit due au condensateur; un courant circule donc en permanence dans la portion de circuit ALPNB, extérieure à l'isolant.

b) Explication. — Sous tension sinusoïdale (ou simplement alternative), un condensateur est constamment soit en état de charge, soit en état de décharge; il s'ensuit qu'un courant circule en permanence dans le reste du circuit, alternativement dans chaque sens.

Soit $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$, la tension appliquée (fig. 19.05) à un condensateur initialement sans charge :

— de 0 à $\frac{T}{4}$, u est *positif* et *croissant :* A se charge positivement et B négativement;

— de $\frac{T}{4}$ à $\frac{T}{2}$, u est *positif* et *décroissant :* A et B se déchargent;

— de $\frac{T}{2}$ à $\frac{3T}{4}$, u est *décroissant* et *négatif* (la tension croît en valeur absolue), B se charge positivement et A se charge négativement;

— de $\frac{3T}{4}$ à T, u est *croissant* et *négatif* (la tension décroît en valeur absolue), B et A se déchargent.

c) En courant alternatif, un condensateur semble traversé par un courant puisque celui-ci existe en permanence. Ce n'est qu'une *apparence,* **aucun courant ne peut traverser l'isolant.** En revanche, les électrons, pour aller d'une armature à l'autre, transitent par le reste du circuit et y créent un courant alternatif.

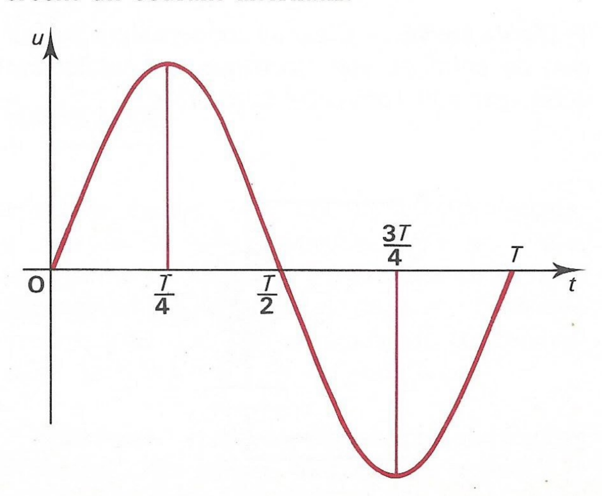


FIG. 19.05. — Tension appliquée.

3° Mesures. — Le résistor du montage (fig. 19.01) est remplacé par un condensateur de capacité $C = 16$ μF.

MESURES				CALCULS		
f (Hz)	U (V)	I (A)	P (W)	$Z = \frac{U}{I}$	$S = UI$	$\cos\varphi$
50	120	0,6	0	200	72	0
50	60	0,3	0	200	18	0
25	120	0,3	0	400	36	0
25	60	0,15	0	400	9	0

4° Analyse des résultats.

a) L'impédance est divisée par deux quand la fréquence double :

→ **L'impédance est inversement proportionnelle à la fréquence.**

b) La puissance consommée est nulle; le facteur de puissance aussi :

$$P = 0 \quad \text{et} \quad \cos\varphi = 0.$$

Le déphasage a donc une valeur absolue égale à $\frac{\pi}{2}$ (90°).

5° Propriétés d'un condensateur parfait.

a) Loi d'Ohm. — L'intensité efficace du courant sinusoïdal qui semble traverser[1] un condensateur est égale au produit de trois facteurs :

— la valeur efficace de la tension appliquée,

— la pulsation de cette tension,

— la capacité du condensateur :

(2) $$\boxed{I = UC\omega}$$ U en volts, C en farads, ω en rad/s, I en ampères

b) Réactance d'un condensateur. — La formule précédente s'écrit aussi :

$$I = \frac{U}{\frac{1}{C\omega}}$$

où l'expression $\frac{1}{C\omega}$ est appelée réactance (X) et s'exprime en ohms :

(3) $$\boxed{X = \frac{1}{C\omega}}$$ et (4) $$\boxed{U = XI}$$

(1) Par la suite, pour simplifier, nous dirons « le courant qui traverse ».

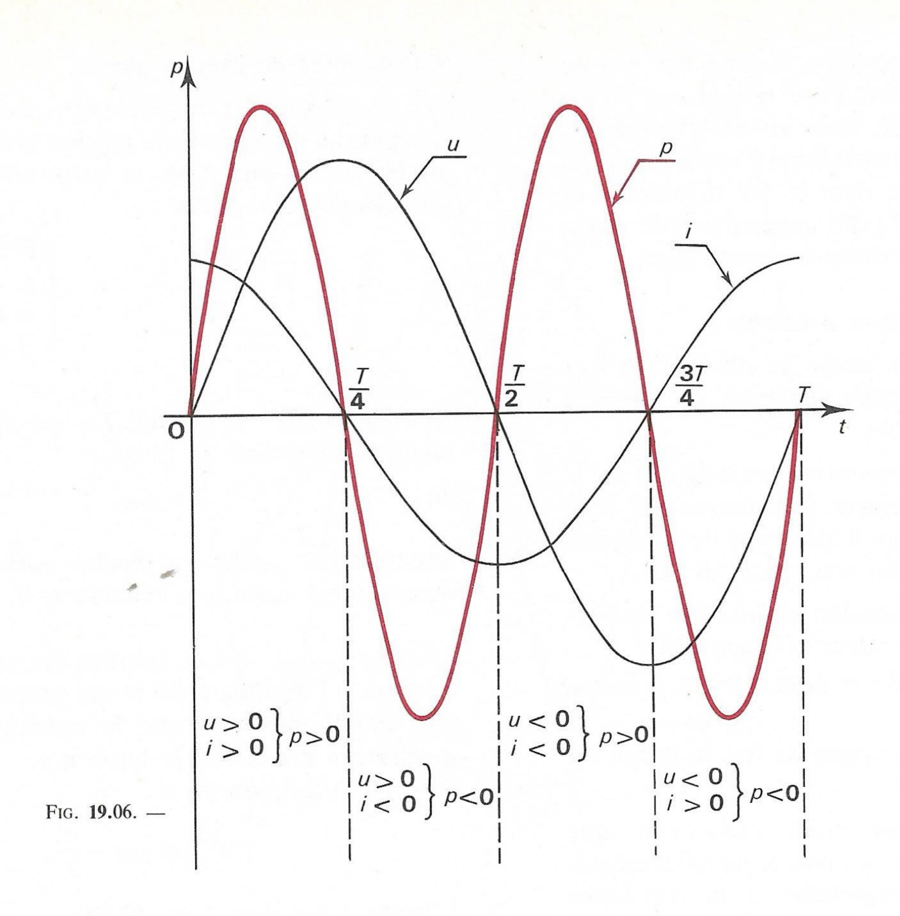


FIG. 19.06. —

REMARQUE :

Parce que le condensateur est parfait, son impédance Z est égale à sa réactance X.

c) Déphasage. — Les courbes qui peuvent être relevées avec un oscillographe et qui sont reproduites (fig. 19.06) montrent que le courant i est en **quadrature avant** de la tension u.

Si $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$, on a : $i = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$.

L'angle φ est donc (fig. 19.07) :

$$\varphi = -\frac{\pi}{2}$$

Le signe moins résulte du choix que nous avons fait au chapitre 18.

d) Puissance. — La courbe $p(t)$ peut être construite point par point. C'est une sinusoïde tracée autour de l'axe Ot; la valeur moyenne P est donc bien nulle.

Remarquons que, comme il est précisé sur la figure 19.06, le dipôle absorbe de la puissance ($p > 0$) pendant un quart de période et la restitue ($p < 0$) pendant le quart de période suivant.

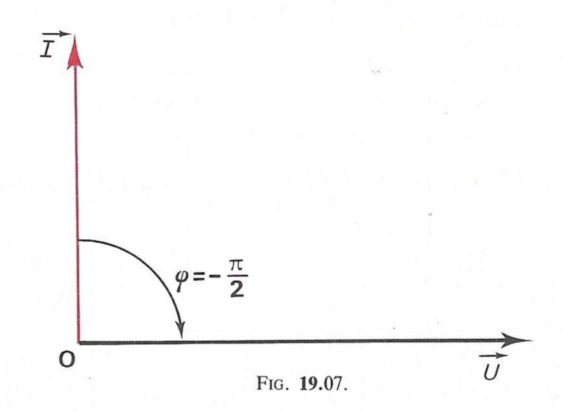


FIG. 19.07.

3. Réactor parfait.

1° Définition. — Un réactor parfait est un récepteur purement inductif, totalement défini par son paramètre inductance L. Sa résistance est nulle.

2° Dipôle étudié.

Il est impossible d'obtenir des bobines assimilables à des réactors parfaits. Si, à 50 Hz, la

capacité peut être négligée, il n'en est pas de même de la résistance. Pour obtenir un dipôle suffisamment inductif, nous avons effectué nos mesures en utilisant une bobine à noyau de fer; il en résulte des pertes dans le fer (hystérésis et courants de Foucault) qui augmentent de façon non négligeable la puissance consommée.

3° Expérience qualitative préalable.

Montons en série une lampe de 100 W, 220 V et une bobine de quelques centaines de spires à noyau de fer amovible.

a) Appliquons une tension continue de 220 V : la lampe brille normalement (comme si elle était seule en circuit) malgré la présence de la bobine, que celle-ci ait ou non son noyau de fer.

b) Appliquons une tension sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 220 V :

— si la bobine n'a pas son noyau de fer, la lampe brille normalement;

— si la bobine a son noyau de fer, la lampe est presque éteinte.

Ces constatations montrent clairement que l'impédance de la bobine (avec le noyau ferromagnétique) est très supérieure à la résistance qu'elle présente en courant continu.

4° Mesures. — Le montage est celui de la figure 19.01 où le résistor est remplacé par la bobine. Celle-ci comporte 600 spires, sa résistance, mesurée en continu est $R = 15\ \Omega$ et son inductance avec fer est $L \approx 1{,}75$ H.

MESURES				CALCULS		
f (Hz)	U (V)	I (A)	P (W)	$Z = \frac{U}{I}$	$S = UI$	$\cos\varphi$
50	120	0,22	2,5	550	26,4	0,09
50	60	0,11	0,6	550	6,6	0,09
25	120	0,44	5,2	275	53	0,10
25	60	0,22	1,3	275	13	0,10

5° Analyse des résultats.

a) L'impédance Z est indépendante de la tension mais elle double en même temps que la fréquence.

b) La puissance consommée ne représente que 10 % de UI; avec un réactor parfait ($R = 0$; pas de fer), la puissance serait nulle et nul aussi le facteur de puissance.

6° Propriétés du réactor parfait.

a) Loi d'Ohm. — L'intensité efficace du courant est égale au quotient de la tension efficace par le produit de la pulsation de cette tension et de l'inductance du réactor :

(5) $$I = \frac{U}{L\omega}$$ U en volts, L en henrys, ω en rad/s, I en ampères

b) Réactance : le produit $L\omega$ est appelé réactance et s'exprime en ohms,

(6) $$X = L\omega.$$

REMARQUE : pour un réactor parfait, l'impédance Z est égale à la réactance X.

c) Déphasage. — Les courbes qui peuvent être relevées à l'oscillographe et qui sont reproduites (fig. 19.08) montrent que le courant i est en **quadrature arrière** de la tension u.
Si $u = U\sqrt{2}\sin\omega t$, on a :

$$i = I\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right).$$

L'angle φ est donc (fig. 19.09) :

$$\varphi = +\frac{\pi}{2}.$$

d) Puissance. — La courbe $p(t)$ peut être construite point par point. C'est une sinusoïde tracée autour de l'axe Ot; la valeur moyenne est donc bien nulle.

Remarquons que, comme il est précisé sur la figure 19.08, le dipôle absorbe de la puissance ($p > 0$) pendant un quart de période et la restitue ($p < 0$) pendant le quart de période suivant.

7° Conséquences pratiques.

a) Inconvénient de l'inductance : dans les circuits où elle n'est pas désirée, elle réduit le courant qui existerait sans elle et le déphase. Pour obtenir des résistors dépourvues d'inductance, on bobine le fil en double (fig. 19.10).

b) Avantages de l'inductance : ne consommant pas de puissance, elle permet de réduire et de régler économiquement un courant. L'utilisation la plus importante des circuits inductifs est la production de champs magnétiques alternatifs ou tournants dans les machines électriques.

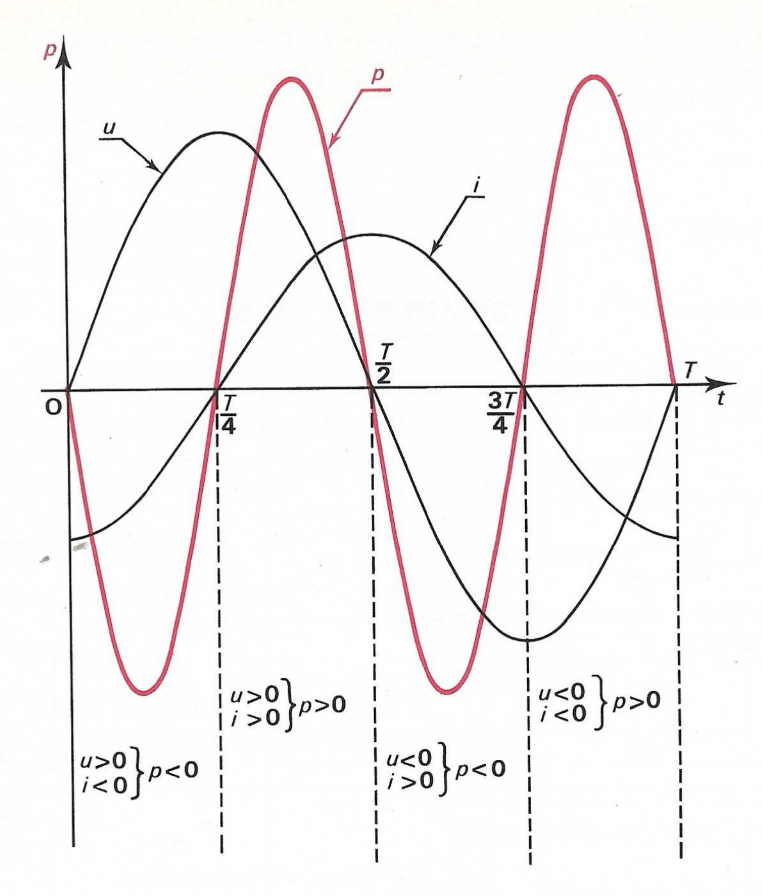


FIG. 19.08.

4. Approximation dans les calculs.

Dans la pulsation ω et par suite dans les réactances, nous trouvons toujours π en facteur. Calculons le produit de π par 32 :

$$32\pi = 100,53.$$

Comme en électricité, il est rarement nécessaire d'avoir une précision supérieure à 1 % nous écrirons :

$$\boxed{32\pi = 100}$$

Il en résulte :

$$16\pi = 50 \quad 8\pi = 25 \quad 4\pi = 12,5$$
$$2\pi = 6,25 \quad \pi = 3,125$$

et inversement par exemple :

$$\frac{100}{\pi} \approx 32.$$

Nous conseillons ces approximations chaque fois qu'elles apportent un allègement des calculs, c'est-à-dire quand le facteur qui précède π est multiple de 2, exemple :

$$48\pi = 150 \qquad 24\pi = 75.$$

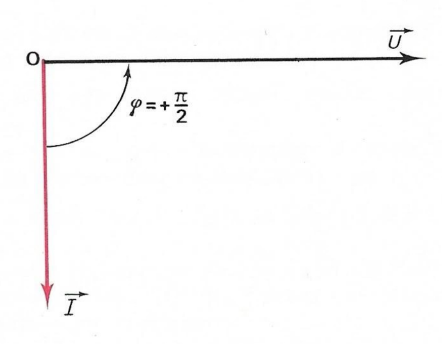


FIG. 19.09.

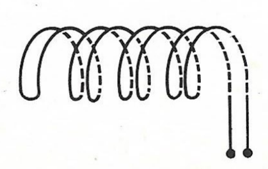


FIG. 19.10.

Au contraire, il n'y a aucun avantage quand le nombre de fois π est impair.

EXEMPLE. $3\pi = 9{,}42 \approx 9{,}4$ est plus pratique que :

$$3\pi = 3 \times 3{,}125 = 9{,}375.$$

5. Tableau résumé du chapitre.

DIPOLE	SCHÉMA	IMPÉDANCE	COURANT	GRAPHIQUE
résistor parfait	u, i, R	$Z = R$	en phase	$\vec{I}$ $\vec{U}$ $\varphi = 0$
condensateur parfait	u, i, C	$Z = \dfrac{1}{C\omega}$	en quadrature avant	$\vec{I}$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ $\vec{U}$
réactor parfait	u, i, L	$Z = L\omega$	en quadrature arrière	$\vec{U}$ $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ $\vec{I}$
Loi d'Ohm applicable aux trois dipôles simples : $U = ZI$				

Problèmes

AVERTISSEMENT

Il est entendu que les tensions appliquées sont toujours sinusoïdales, et que la donnée est, sauf précision contraire, la valeur efficace.

I. AVEC SOLUTION.

19.01. — On utilise en même temps une cuisinière électrique de 2,2 kW et un fer à repasser de 700 W.

La tension de l'installation est 127 V, 50 Hz. Calculer :

1° La puissance totale.

2° L'intensité du courant dans la ligne commune.

3° L'impédance équivalente à l'ensemble des appareils.

Solution

1° Puissance totale : $P = 2\,200 + 700 = 2\,900$ W.

2° Intensité totale : les deux courants sont en phase avec la tension, donc en phase entre eux; la construction de Fresnel se réduit à une addition arithmétique :

$$I = \frac{2\,200}{127} + \frac{700}{127} = \frac{2\,900}{127} = 22{,}8 \text{ A}.$$

3° Impédance :

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{127}{22{,}8} = 5{,}57\ \Omega.$$

19.02. — Un condensateur de capacité $C = 8\ \mu$F est soumis à une tension $U = 140$ V de fréquence 50 Hz. Calculer le courant qui le traverse et la puissance apparente.

Solution(1)

Pulsation : $\omega = 2\pi f = 100\pi$.

Réactance :

$$X = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{8 \times 10^{-6} \times 100\pi} = \frac{10^6}{800\pi} = \frac{10^6}{2\,500} = 400\ \Omega.$$

Courant :

$$I = \frac{U}{X} = \frac{140}{400} = 0{,}35 \text{ A}.$$

Puissance apparente :

$$S = UI = 140 \times 0{,}35 = 49 \text{ VA}.$$

19.03. — Un réactor d'inductance $L = 0{,}1$ H est soumis à une tension $U\{120 \text{ V}; 50 \text{ Hz}\}$. Calculer le courant qui le traverse et la puissance apparente.

Solution(1)

Pulsation :

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 100\pi = 314 \text{ rad/s}.$$

Réactance :

$$X = L\omega = 0{,}1 \times 314 = 31{,}4\ \Omega.$$

Courant :

$$I = \frac{U}{X} = \frac{120}{31{,}4} = 3{,}82 \text{ A}.$$

Puissance apparente :

$$S = UI = 120 \times 3{,}82 = 458 \text{ VA}.$$

II. A RÉSOUDRE.

19.04. — Les appareils suivants fonctionnent simultanément en parallèle dans une installation {220 V, 50 Hz} : radiateur 2 kW, fer à souder 250 W, lampes d'éclairage 675 W, cuisinière électrique 1,7 kW.

Calculer :

1° La puissance totale consommée.

2° Le courant dans les fils de ligne de l'installation.

3° L'impédance équivalente à l'ensemble des appareils.

19.05. — Calculer, pour une fréquence de 50 Hz, les réactances de condensateurs dont les capacités sont :

1 μF; 0,2 μF; 100 μF; 5 nF; 40 pF; 560 pF.

19.06. — On applique une tension {240 V, 50 Hz} à chacun des condensateurs précédents (19.05). Calculer les valeurs efficaces des courants qui en résultent.

19.07. — Calculer la réactance d'un condensateur de 1 nF pour les fréquences suivantes (Hz) :

50; 400; 1 000; 20 000; 300 000; 10^7.

19.08. — Calculer, pour une fréquence de 50 Hz, les réactances de réactors dont les inductances sont :

1 mH; 0,3 H; 5 H; 0,32 H; 1,28 H.

19.09. — On applique une tension {240 V, 50 Hz} à chacun des réactors précédents (19.08). Calculer les valeurs efficaces des courants qui en résultent.

19.10. — Calculer la réactance d'une bobine dont l'inductance est 20 microhenrys pour les fréquences suivantes (Hz) :

50; 400; 1 000; 20 000; 300 000; 10^7.

19.11. — Une tension $u = 120\sqrt{2}\sin 200\pi t$ est appliquée à un condensateur de capacité $C = 4{,}7\ \mu$F.

1° Calculer la valeur efficace du courant.

2° Écrire l'expression de la valeur instantanée du courant.

19.12. — Une tension $u = 110\sqrt{2}\sin 50\pi t$ est appliquée à un réactor d'inductance $L = 0{,}4$ H.

1° Calculer la valeur efficace du courant.

2° Écrire l'expression de la valeur instantanée du courant.

(1) Il est indispensable d'effectuer au préalable les calculs auxiliaires de réactance ou d'impédance; si l'on ne procède pas ainsi, les calculs seront plus lourds et les risques d'erreurs plus grands.

20
GROUPEMENT EN SÉRIE DE RÉCEPTEURS ÉLÉMENTAIRES

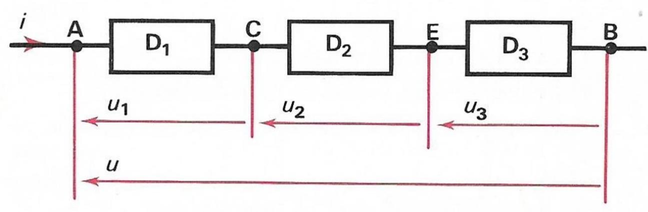


FIG. 20.01.

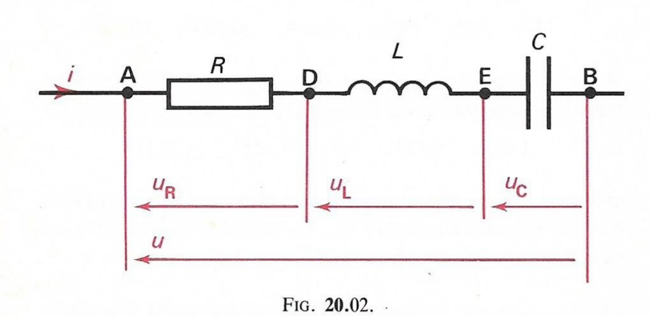


FIG. 20.02.

1. Lois des dipôles en série.

1° Courant. — Il est commun aux trois dipôles en série (fig. 20.01). En conséquence :

— sa valeur instantanée i est commune,

— sa valeur efficace I est commune aussi.

(1) $\boxed{I \text{ commune}}$

2° Tensions.

a) A chaque instant, la tension u entre A et B est la somme des trois tensions partielles :

$$u = u_1 + u_2 + u_3.$$

b) La loi précédente permet, en régime sinusoïdal, d'écrire la relation associée entre les vecteurs de Fresnel des tensions :

(2) $\boxed{\vec{U} = \vec{U_1} + \vec{U_2} + \vec{U_3}}$

3° Puissances. — D'après le principe de conservation de l'énergie, la puissance consommée par l'ensemble est égale à la somme des puissances consommées par chaque dipôle :

a) A chaque instant : $p = p_1 + p_2 + p_3$

d'ailleurs :

$$p = ui = (u_1 + u_2 + u_3)\,i = u_1 i + u_2 i + u_3 i.$$

b) En valeur moyenne :

(3) $\boxed{P = P_1 + P_2 + P_3}$

2. Dipôle complet le plus simple.

1° Constitution. — Il comporte trois éléments en série : un résistor parfait, un réactor parfait, un condensateur parfait (fig. 20.02).

2° — Les lois précédentes s'appliquent à ce cas particulier; nous allons les exploiter pour trouver des formules numériquement utilisables.

a) Le courant étant commun, c'est par rapport au vecteur $\vec{I}$ que nous allons situer les tensions.

b) Par rapport à $\vec{I}$:

— la tension $\vec{U_R}$ aux bornes du résistor est en phase,

— la tension $\vec{U_L}$ aux bornes du réactor est en quadrature avant,

— la tension $\vec{U_C}$ aux bornes du condensateur est en quadrature arrière.

La mise en place de ces trois tensions sur le même graphique de Fresnel donne la figure 20.03.

c) D'après la loi d'addition des tensions, la tension u entre A et B est représenté par le vecteur somme : $\vec{U} = \vec{U_R} + \vec{U_L} + \vec{U_C}$.

En effectuant d'abord la somme partielle des deux vecteurs $\vec{U_L}$ et $\vec{U_C}$ en opposition (fig. 20.03) :

$$\vec{U} = (\vec{U_L} + \vec{U_C}) + \vec{U_R} = \vec{U_{LC}} + \vec{U_R}$$

L'angle $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$ donne le déphasage du courant commun par rapport à la tension totale $\vec{U}$.

3° Triangle des tensions.

a) Les trois vecteurs peuvent être placés bout à bout comme sur la figure 20.04.

La somme $\vec{U} = \vec{AB}$ a pour module l'hypoténuse du triangle rectangle ADB dont les côtés de l'angle droit sont U_R et $(U_L - U_C)$; ce triangle est appelé (fig. 20.05) :

« Triangle des Tensions ».

Remarquons que l'angle $\widehat{DAB} = (\vec{U_R}, \vec{U})$ est l'angle φ de déphasage du courant commun par rapport à la tension totale puisque $\vec{U_R}$ est en phase avec $\vec{I}$.

b) Le théorème de Pythagore nous permet d'écrire la relation du triangle des tensions :

(4) $$\boxed{U^2 = U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

4° Impédance du dipôle.

a) Nous connaissons les trois relations :

$$U_R = RI \qquad U_L = L\omega I \qquad U_C = \frac{I}{C\omega}$$

Portées dans (4) elles nous donnent :

$$U^2 = R^2 I^2 + \left(L\omega I - \frac{I}{C\omega}\right)^2 = I^2\left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]$$

soit : $$U = I\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}.$$

b) Par définition, l'impédance d'un dipôle est $Z = \dfrac{U}{I}$ soit ici :

(5) $$\boxed{Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

c) Triangle des impédances. — La formule (5) nous montre que Z est l'hypoténuse d'un triangle dont les côtés de l'angle droit sont R et $\left(L\omega - \dfrac{1}{C\omega}\right)$; c'est (fig. 20.06) le :

« Triangle des Impédances ».

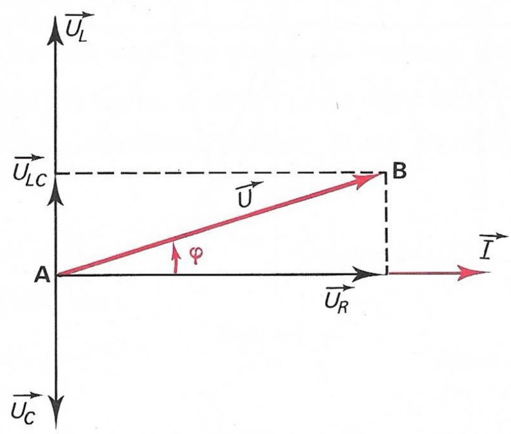


FIG. 20.03.

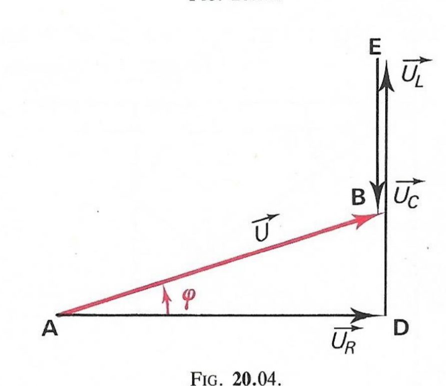


FIG. 20.04.

FIG. 20.05.

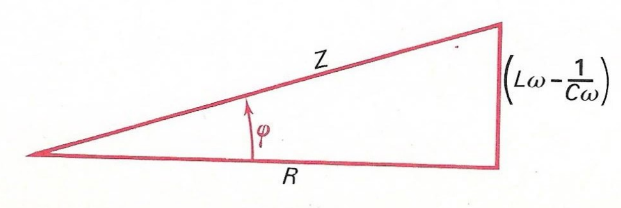


FIG. 20.06.

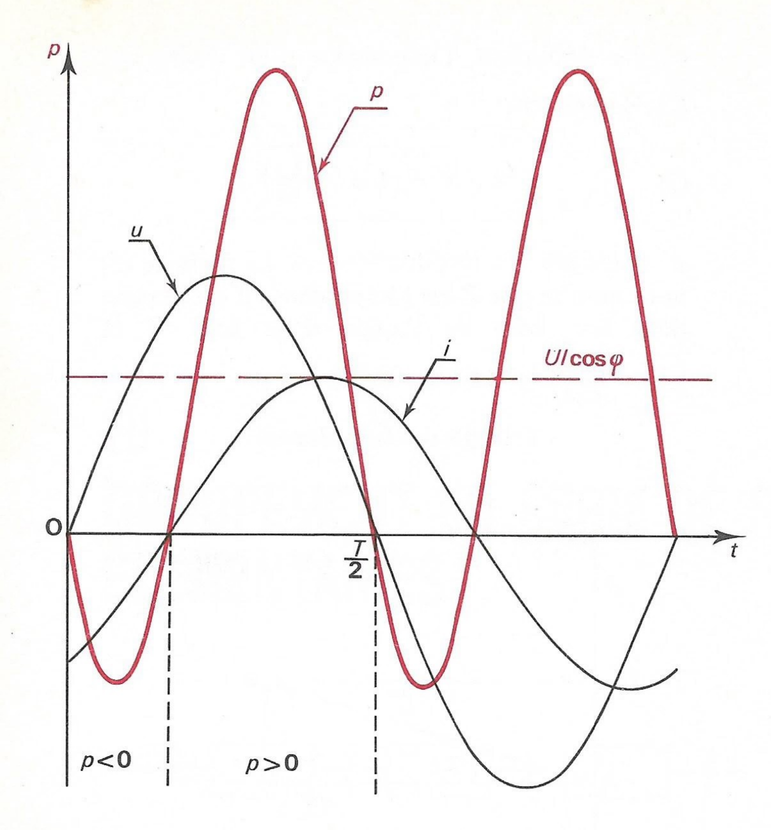


FIG. 20.07.

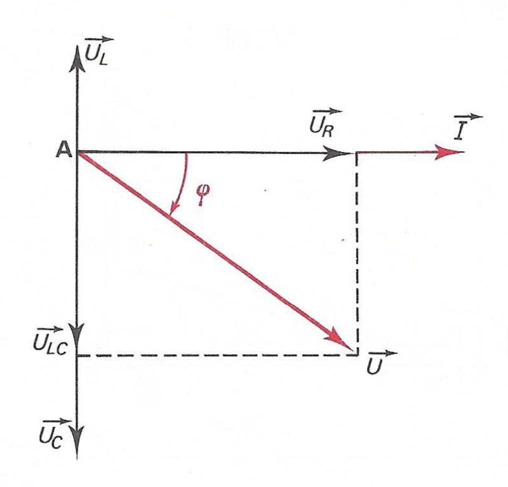


FIG. 20.08. — Cas où $U_C > U_L$.

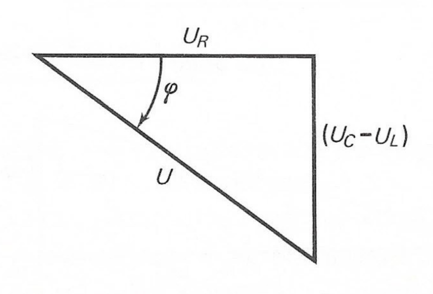


FIG. 20.09.

Il peut s'obtenir en divisant par I les côtés du triangle des tensions; les deux triangles sont donc semblables et nous retrouvons l'angle φ dans le triangle des impédances.

5° Déphasage. — Nous pouvons l'exprimer à l'aide de l'un ou l'autre des triangles (fig. 20.05 et 20.06).

Dans le premier (fig. 20.05) :

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{U_L - U_C}{U_R} \quad \text{et} \quad \cos \varphi = \frac{U_R}{U}$$

Dans le second (fig. 20.06) :

(6) $$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R}$$

(7) $$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$ (8) $$\sin \varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{Z}$$

6° Puissances.

a) Puissance instantanée. — Nous avons tracé, pour un déphasage $\varphi = +60°$, les courbes de u et de i puis celle de p (fig. 20.07).

Cette dernière nous montre que p est négative pendant une partie de chaque demi-période et cela à cause des éléments réactifs (L et C) du dipôle. Ce dernier est cependant **globalement récepteur** puisque p est plus souvent positive que négative.

b) Puissance moyenne.

Elle est donnée par la formule que nous connaissons :

(9) $$P = UI \cos \varphi$$

c) Autre formule : en utilisant les formules $U = ZI$ et $\cos \varphi = \frac{R}{Z}$ nous pouvons établir que l'on a aussi, $P = UI \cos \varphi = ZI^2 \cos \varphi = RI^2$.

Cette formule nous montre que la puissance consommée par le dipôle est égale à celle que consomme le résistor :

(10) $$P = RI^2$$

3. Discussion.

1° Cas étudié. — Les graphiques de la figure 20.03 et des suivantes sont exécutés en supposant que la tension U_L est supérieure à U_C.

Il en résulte que :

si $U_L > U_C$ soit $L\omega I > \frac{1}{C\omega}$ c'est que $L\omega > \frac{1}{C\omega}$

→ la réactance de l'inductance est, dans ce cas, supérieure à la réactance de la capacité; le vecteur $(\vec{U_L} + \vec{U_C})$ est en quadrature avant du courant :

— la tension totale $\vec{U}$ est **en avance** sur le courant et évidemment, le courant est *en retard* sur la tension $\vec{U}$;

— le déphasage $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$ est positif et sa tangente aussi :

$$\varphi > 0 \rightarrow \text{tg}\,\varphi > 0.$$

→ **Globalement, le dipôle est inductif.**

2° L'autre cas. — Supposons maintenant que U_C soit plus grand que U_L et exécutons la figure 20.08 (nouvel aspect de la 03) puis la figure 20.09 (nouveau triangle des tensions) et enfin le nouveau triangle des impédances (fig. 20.10). Nous constatons que dans ce nouveau cas :

si $U_L < U_C$ soit $L\omega I < \frac{I}{C\omega}$ c'est que $L\omega < \frac{1}{C\omega}$

→ la réactance de l'inductance est inférieure à la réactance de la capacité; le vecteur $(\vec{U_L} + \vec{U_C})$ est en quadrature arrière du courant;

→ la tension totale $\vec{U}$ est en retard sur le courant, donc celui-ci est en avance sur $\vec{U}$;

— le déphasage $\varphi = (\vec{I}, \vec{U})$ est négatif et sa tangente aussi :

$$\varphi < 0 \rightarrow \text{tg}\,\varphi < 0.$$

→ **Globalement, le dipôle est capacitif.**

3° Cas exceptionnel. — Il arrive que $U_L = U_C$ alors :

si $U_L = U_C$ soit $L\omega I = \frac{I}{C\omega}$ c'est que $L\omega = \frac{1}{C\omega}$

La différence $(U_L - U_C)$ étant nulle, la tension totale est égale à la tension aux bornes du résistor :

$$\vec{U} = \vec{U_R}.$$

Le déphasage $\varphi = (\vec{I}, \vec{U}) = 0$ et le courant est en phase avec la tension (fig. 20.11).

Extérieurement, le dipôle se comporte comme un résistor parfait; on dit qu'il y a **résonance.**

Ce cas est étudié en détail au §5.

4° Conclusion.

a) Tableau résumé.

RÉACTANCES	TENSIONS	DÉPHASAGE	
$L\omega > \frac{1}{C\omega}$	$U_L > U_C$	$\varphi > 0$	$\text{tg}\,\varphi > 0$
$L\omega < \frac{1}{C\omega}$	$U_L < U_C$	$\varphi < 0$	$\text{tg}\,\varphi < 0$
$L\omega = \frac{1}{C\omega}$	$U_L = U_C$	$\varphi = 0$	$\text{tg}\,\varphi = 0$

b) Remarquons que $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$, toujours positif ou nul à la limite, ne donne pas le signe de φ.

c) Pour simplifier l'écriture, il est possible de poser :

$$X = L\omega - \frac{1}{C\omega}$$

Il vient alors :

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \qquad \text{tg}\,\varphi = \frac{X}{R} \qquad \sin\varphi = \frac{X}{Z}$$

X est un nombre relatif, *positif* si $L\omega > \frac{1}{C\omega}$ et *négatif* dans le cas contraire, alors que R est nécessairement positif.

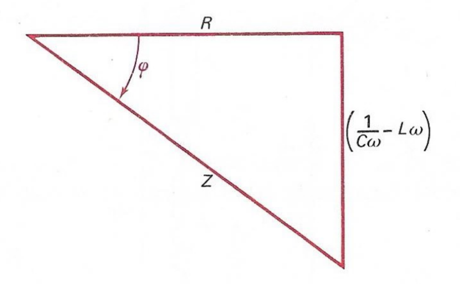


FIG. 20.10.

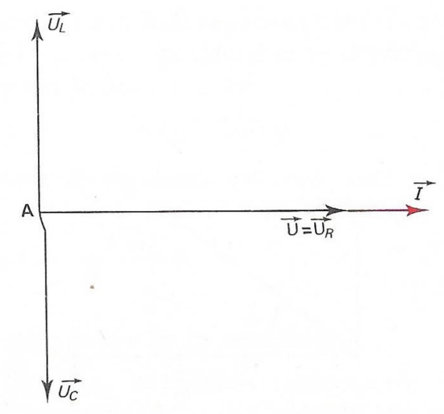


FIG. 20.11.

4. Cas particuliers. Applications.

1° Dipôle inductif et résistif (fig. 20.12).

a) Le graphique de Fresnel se simplifie (fig. 20.13).

Nous avons :

$$U^2 = U_R^2 + U_L^2 = (RI)^2 + (L\omega I)^2 = I^2(R^2 + L^2\omega^2).$$

b) L'impédance est :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$$

C'est la formule générale dans laquelle il suffit de faire $\frac{1}{C\omega} = 0$.

c) Le déphasage est donné par :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega}{R}$$

La tangente est positive et φ aussi.

2° Bobine réelle.

a) Il est impossible de fabriquer une bobine dépourvue de résistance. Les bobines réelles sont donc à la fois résistive et inductive; elles doivent être considérées comme l'association en série d'un résistor et d'un réactor parfaits (fig. 20.12).

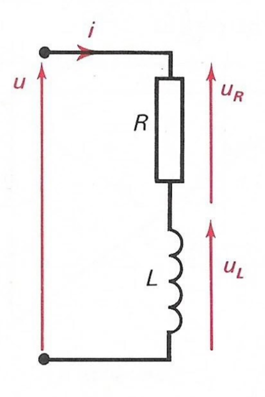


FIG. 20.12.

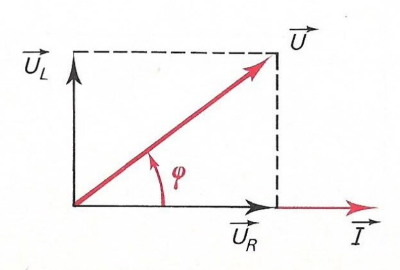


FIG. 20.13.

b) Les formules précédentes lui sont applicables mais, les valeurs trouvées pour $U_R = RI$ et $U_L = L\omega I$ n'ont *aucune réalité physique* et ne sont pas mesurables.

c) Facteur de qualité d'une bobine. — Le rapport de la réactance d'une bobine à sa résistance est appelé facteur de qualité Q :

(11) $$Q = \frac{L\omega}{R}$$

Quotient de deux impédances, ce rapport est un nombre abstrait. Il varie avec la pulsation mais il est, en général, défini pour une valeur ω_0 d'utilisation.

Pour une bobine de fabrication courante, sans fer, Q est de quelques unités.

d) Remarques : $Q = \frac{L\omega}{R} = \frac{L\omega I}{RI} = \frac{U_L}{U_R} = \operatorname{tg}\varphi$

→ le facteur de qualité se confond avec la tangente de l'angle de déphasage propre à la bobine.

3° Méthode de Joubert. — Cette méthode permet de déterminer l'inductance d'une bobine. Elle nécessite deux mesures effectuées selon la méthode voltampèremétrique.

a) Première mesure, en continu. En régime permanent, soit une fraction de seconde après l'application de la tension continue U_c, l'inductance ne se manifeste plus et le courant I_c est constant.

Comme pour un résistor parfait nous avons :

$$R = \frac{U_c}{I_c}$$

b) Deuxième mesure, en sinusoïdal. — La mesure de l'impédance s'effectue comme celle d'une résistance en continu; pour une tension efficace U_a et un courant efficace I_a :

$$Z = \frac{U_a}{I_a}$$

c) Calcul :

$$Z^2 = L^2\omega^2 + R^2 \qquad L^2\omega^2 = Z^2 - R^2$$

soit :

(12) $$L = \frac{\sqrt{Z^2 - R^2}}{\omega}$$

Le secteur E.D.F. nous délivrant une tension de fréquence $f = 50$ Hz, connue et précise, la mesure de ω est inutile :
$\omega = 2\pi f = 100\pi = 314$ rad/s.

4° Dipôle capacitif et résistif (fig. 20.14).

a) Graphique de Fresnel (fig. 20.15). — Nous avons,

$$U^2 = U_R^2 + U_C^2 = (RI)^2 + \left(\frac{I}{C\omega}\right)^2 = I^2\left(R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}\right)$$

b) Impédance : $Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2\omega^2}}$

C'est la formule générale dans laquelle il suffit de faire $L\omega = 0$.

c) Le déphasage est donné par :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{-\frac{1}{C\omega}}{R} = -\frac{1}{RC\omega}$$

La tangente est négative et φ aussi.

5° Méthode de Joubert. — Le condensateur pouvant être considéré comme une capacité pure, une seule mesure en alternatif suffit pour connaître C avec une précision convenable :

$$X = \frac{1}{C\omega} = \frac{U_a}{I_a} \implies C = \frac{I_a}{\omega U_a}$$

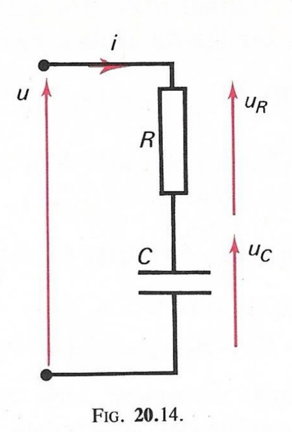


Fig. 20.14.

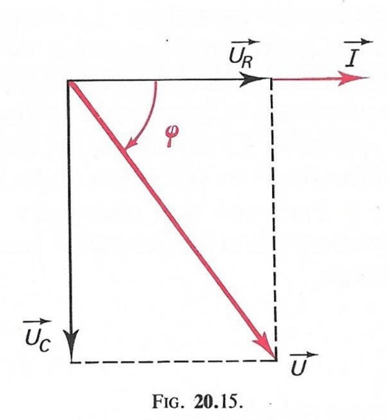


Fig. 20.15.

5. Étude sommaire de la résonance.



1° Condition de résonance. — Dans la discussion du § 3, nous avons vu que les deux tensions en opposition $\vec{U_L}$ et $\vec{U_C}$ pouvaient avoir la même valeur efficace $U_L = U_C$ si les réactances $X_L = L\omega$ et $X_C = \frac{1}{C\omega}$ étaient égales (fig. 20.11).

La relation $L\omega = \frac{1}{C\omega}$ soit encore $LC\omega^2 = 1$ est la condition de résonance :

(13) $$\boxed{LC\omega^2 = 1}$$

Cette condition peut être réalisée de trois façons :

— avec un circuit $\{R, L, C\}$ immuable, en faisant varier la pulsation ω de la source d'alimentation;

— en conservant la pulsation de la source et l'inductance, mais en faisant varier la capacité;

— en conservant la pulsation de la source et la capacité, mais en faisant varier l'inductance.

2° Propriétés à la résonance.

a) Impédance. — La différence $L\omega - \frac{1}{C\omega}$ étant nulle :

$$Z = R$$

b) Courant. — Il est maximal et a la même valeur que si le circuit était purement résistif :

$$I = \frac{U}{R}$$

c) Déphasage. — Les deux tensions $\vec{U_L}$ et $\vec{U_C}$ ayant une somme nulle, la tension du résistor est égale à la tension appliquée et le déphasage du courant sur celle-ci est nul :

$$\varphi = (\vec{I}, \vec{U}) = 0$$

Le facteur de puissance est, bien sûr, $\cos\varphi = 1$ et $\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{R} = 0$.

3° Conséquences de la résonance.

a) Extérieurement le dipôle se comporte comme un résistor parfait mais à l'intérieur des surtensions importantes peuvent exister.

En effet, le courant n'est pas nul et il y a une tension aux bornes de chaque élément :

$$U_R = RI = U \quad U_L = L\omega I \quad U_C = \frac{I}{C\omega}$$

Ces deux dernières tensions sont égales et peuvent être très grandes.

Par exemple, pour $R = 10\,\Omega$, $L\omega = \frac{1}{C\omega} = 200\,\Omega$ et $U = 110$ V nous aurons :

$$U_L = U_C = 20\ U_R = 20\ U = 2\,200\ \text{V}.$$

→ Un circuit résonnant série permet donc d'amplifier une tension sinusoïdale.

b) Conséquences pratiques : La résonance est à éviter dans les circuits industriels où les tensions appliquées élevées produiraient des *surtensions dangereuses* à la fois pour les utilisateurs et pour les appareils. La résonance est recherchée en radiodiffusion et en télévision où les tensions captées par l'antenne des récepteurs sont de l'ordre du microvolt et ne pourraient produire, ni son, ni image.

4° Coefficient de surtension.

a) Définition. — **Le coefficient de surtension est le rapport des valeurs efficaces de la tension U_C aux bornes du condensateur et de la tension appliquée U :**

$$\sigma = \frac{U_C}{U}$$

Cette définition n'implique pas qu'il y ait résonance.

b) Nous pouvons écrire aussi :

$$\sigma = \frac{\frac{I}{C\omega}}{ZI} = \frac{1}{ZC\omega}$$

c) Dans le cas où il y a résonance, $\frac{1}{C\omega} = L\omega$ et $Z = R$:

$$\sigma = \frac{1}{RC\omega} = \frac{L\omega}{R}$$

Si la résistance R est celle du récepteur inductif, ce rapport est aussi le facteur de qualité Q de ce récepteur :

à la résonance, *et seulement à la résonance :* $\sigma = Q$.

6. Résolution des problèmes.

1° Généralisation pour un nombre quelconque de dipôles en série.

a) L'intensité efficace du courant est donnée : c'est le cas le plus simple. La connaissance des impédances permet le calcul direct de chaque tension; la tension totale est alors trouvée par une construction de Fresnel.

b) La valeur efficace de la tension totale est donnée. On calcule d'abord :

— la résistance équivalente du circuit qui est égale à la somme des résistances :

$$R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

— l'inductance totale du circuit qui est égale à la somme des inductances :

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \dots$$

— la capacité équivalente qui est telle que :

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \cdots$$

L'impédance Z est ensuite trouvée grâce à la formule (5) et le courant commun est $I = \frac{U}{Z}$.

c) Remarque importante : en général la valeur en ohms de l'impédance globale est inférieure à la somme des impédances partielles; dans des cas exceptionnels, elle peut être égale mais elle n'est **jamais plus grande.**

2° Triangle 3-4-5. — La valeur $\cos\varphi = 0{,}8$ conduit à des calculs simples, aussi la trouve-t-on souvent dans les problèmes. Considérons un triangle de côtés proportionnels aux nombres 3-4 et 5.

Il est rectangle puisque (fig. 20.16) :

$$5^2 = 3^2 + 4^2 = 25.$$

Soit AB = 4 cm; BC = 3 cm et AC = 5 cm.

L'angle $\widehat{BAC} = \varphi$ a pour rapports trigonométriques :

$$\cos\varphi = 0{,}8 \quad \sin\varphi = 0{,}6 \quad \mathrm{tg}\,\varphi = 0{,}75.$$

De même son complément φ' a pour rapports :

$$\cos\varphi' = 0{,}6 \quad \sin\varphi' = 0{,}8 \quad \mathrm{tg}\,\varphi' = \frac{4}{3} = 1{,}33.$$

En degrés décimaux $\varphi = 36{,}9°$ soit approximativement :

$$\boxed{\varphi = 37°} \quad \text{et} \quad \varphi' = 53°.$$

2° Construction d'un angle φ connaissant son cosinus.

Porter sur une demi-droite Ax la longueur $AB = 100 \cos \varphi$ à partir de A. Avec A comme centre, tracer un arc de cercle de 100 mm de rayon; cet arc coupe en C la perpendiculaire à AB, menée par B.

L'angle $\widehat{BAC}$ est égal à φ (fig. 20.17).

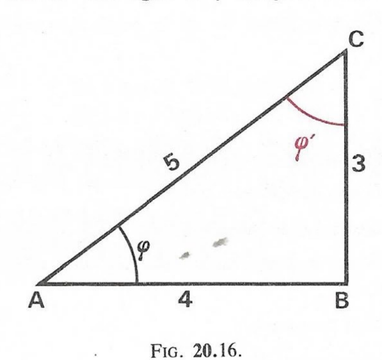


Fig. **20.16.**

Fig. **20.17.** — Construction de φ pour $\cos \varphi = 0{,}8$.

Problèmes

— AVERTISSEMENT :

Nous précisons que, sauf spécification contraire :

— les résistors, les réactors et les condensateurs sont parfaits;

— seules les valeurs efficaces des tensions et des courants et les valeurs moyennes des puissances sont données ou à calculer.

Ceci étant entendu, nous abrégeons le plus possible les énoncés et les solutions.

I. AVEC SOLUTION.

20.01. — On applique une tension de 220 V, 50 Hz entre les bornes d'un dipôle comportant un résistor $R = 30\ \Omega$ en série avec un réactor $L = 0{,}16$ H.

Calculer :

1° L'impédance du dipôle.

2° Le courant.

3° Le facteur de puissance.

4° La puissance absorbée.

Solution

Réactance :

$$X = L\omega = 0{,}16 \times 100\,\pi = 16\,\pi = 50\ \Omega.$$

1° Impédance :

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = \sqrt{900 + 2\,500} = 58{,}3\ \Omega.$$

2° Courant :

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{58{,}3} = 3{,}78\ \text{A}.$$

3° Facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{30}{58{,}3} = 0{,}515.$$

4° Puissance :

$$P = UI \cos \varphi = RI^2 = 30 \times 3{,}78 \times 3{,}78 = 428\ \text{W}.$$

20.02. — Une tension {220 V, 50 Hz} est appliquée à un dipôle comportant en série un condensateur de capacité C réglable et une bobine dont l'inductance est $L = 0{,}7$ H et la résistance $R = 50\ \Omega$.

1° Calculer l'impédance du dipôle et le courant pour les valeurs suivantes de C :

a) 2 μF. *b*) 12 μF. *c*) 20 μF.

2° Calculer la valeur de C qui donne la résonance et les valeurs que prennent alors le courant et le coefficient de surtension.

Solution abrégée

1° $\omega = 2 \times 50\,\pi = 314$ rad/s

a) $X_L = L\omega = 0{,}7 \times 314 = 220\ \Omega$

$$X_C = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2 \times 10^{-6} \times 314} = 1\,600\ \Omega$$

$$Z = \sqrt{50^2 + (220 - 1\,600)^2} \approx 1\,380\ \Omega$$

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{220}{1\,380} = 0{,}16\ \text{A} \quad \text{(en avance sur } \vec{U}\text{)}.$$

b) $I = 3{,}26$ A (en avance sur $\vec{U}$).

c) $I = 2{,}82$ A (en retard sur $\vec{U}$).

2° Il faut que : $\dfrac{1}{C\omega} = 220\ \Omega$ soit $C = 14{,}5\ \mu$F

$$Z=R \Rightarrow I=\frac{220}{50}=4{,}4 \text{ A} \quad \text{(en phase)}$$

$$U_C=220\times 4{,}4=968 \text{ V} \rightarrow \sigma=\frac{968}{220}=4{,}4.$$

II. A RÉSOUDRE.

20.03. — Une bobine a une résistance de 150 Ω et une inductance de 2 H. Calculer le courant et la puissance qu'elle consomme quand on lui applique une tension de 120 V, 25 Hz.

20.04. — Un condensateur $C=4$ μF est monté en série avec un résistor de résistance R inconnue. Quand on applique à l'ensemble une tension de 160 V, 100 Hz, le courant est de 0,25 A. Calculer :

1° L'impédance du circuit.

2° La valeur de la résistance.

3° Les tensions partielles du résistor et du condensateur.

20.05. — On applique une tension de 120 V, 50 Hz entre les bornes d'un dipôle comportant en série une bobine inductive et résistive et un condensateur. La tension entre les bornes du condensateur est 60 V. Sachant que $R=380$ Ω et $C=16$ μF.

1° Calculer le courant dans le dipôle.

2° Calculer l'impédance du dipôle puis l'inductance de la bobine.

3° Construire les graphiques de Fresnel correspondant aux deux solutions.

20.06. — Calculer le courant traversant une bobine dont la résistance est 50 Ω et l'inductance 0,1 H quand on lui applique une tension de 240 V :

1° Si la fréquence est 50 Hz.

2° Si la fréquence est 100 Hz.

20.07. — Un résistor de 60 Ω est en série avec un condensateur. Le courant commun est 1 A quand la tension totale est 120 V, 50 Hz. Calculer :

1° Les tensions partielles U_R et U_C.

2° La capacité du condensateur.

3° Le facteur de puissance du circuit.

20.08. — Un circuit comportant en série un condensateur de 10 μF et un résistor de 100 Ω consomme une puissance de 64 W. La tension totale est inconnue mais sa fréquence est de 50 Hz. Calculer :

1° Le courant dans le circuit.

2° Les tensions partielles U_R et U_C.

3° La tension totale.

4° Le facteur de puissance.

20.09. — Deux bobines B_1 et B_2 sont mises en série, on donne :

$$B_1 : \{R_1=40\ \Omega;\ L_1=0{,}1 \text{ H}\}$$
$$B_2 : \{R_2=20\ \Omega;\ L_2=0{,}3 \text{ H}\}.$$

Calculer pour une fréquence de 50 Hz :

1° L'impédance de chaque bobine.

2° L'impédance totale du circuit.

3° On applique à l'ensemble $\{B_1, B_2\}$ une tension 220 V, 50 Hz. Calculer :

a) Le courant commun.

b) Les tensions partielles.

20.10. — Une bobine $R=80$ Ω, $L=0{,}2$ H est soumise à une tension {110 V, 50 Hz}. Calculer :

1° Le courant qui traverse la bobine.

2° La puissance consommée.

3° La capacité du condensateur à placer en série pour que, avec la même tension totale de 110 V, le courant ait la même valeur efficace qu'au 1°. Quel est le déphasage de ce courant sur la tension?

20.11. — Un résistor $R=50$ Ω, un réactor $L=0{,}192$ H et un condensateur de capacité C sont en série.

1° Quelle valeur C_0 faut-il donner à la capacité pour qu'il y ait résonance à la fréquence de 50 Hz?

2° La capacité ayant la valeur C_0, calculer le courant I et la tension entre les bornes de chaque élément quand on applique au circuit une tension $U=110$ V de fréquence 50 Hz.

21
GROUPEMENT EN PARALLÈLE DE RÉCEPTEURS ÉLÉMENTAIRES

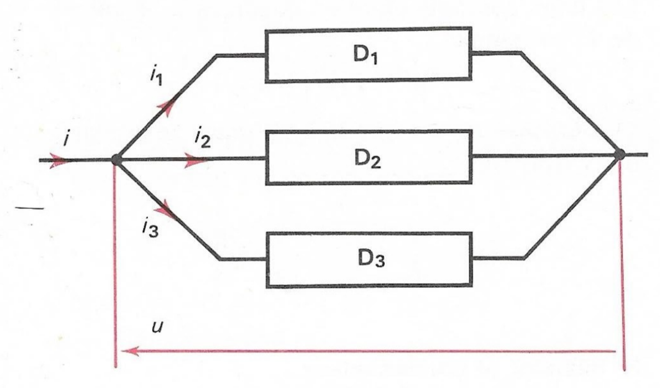


FIG. 21.01.

1. Cas général.

1° Tension. — Elle est commune aux trois dipôles en parallèle (fig. 21.01). En conséquence :

— sa valeur instantanée u est commune,

— sa valeur efficace U est commune aussi.

(1) $$U \text{ commune}$$

2° Courants.

a) A chaque instant le courant i du circuit principal est égal à la somme des courants dérivés :

$$i = i_1 + i_2 + i_3.$$

b) La loi précédente permet, en régime sinusoïdal, d'écrire la relation associée entre les vecteurs de Fresnel des intensités :

(2) $$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}$$

3° Puissances. — D'après le principe de conservation d'énergie, la puissance consommée par l'ensemble est égale à la somme des puissances consommées par chaque dipôle :

a) à chaque instant :

$$p = p_1 + p_2 + p_3$$

d'ailleurs :

$$p = ui = u(i_1 + i_2 + i_3) = ui_1 + ui_2 + ui_3;$$

b) en valeur moyenne :

(3) $$P = P_1 + P_2 + P_3$$

4° Problème posé.

a) Dans les calculs de circuit, le plus souvent la tension appliquée (U, f) et les impédances des dipôles (Z_1, φ_1), (Z_2, φ_2), ... sont connues et le problème posé est la recherche du courant total, de sa phase et de l'impédance équivalente donc des trois grandeurs :

$$\{I, \varphi, Z\}.$$

b) Posé de cette façon ce problème nécessite, pour l'association en série, l'établissement de formules donnant l'impédance équivalente.

En parallèle, il n'en est rien : chaque dipôle d'impédance connue est soumis à une tension connue, le courant et sa phase peuvent être déterminés.

Le courant total est ensuite trouvé par la construction de Fresnel sans que le calcul de l'impédance équivalente ait été nécessaire. Celui-ci est effectué ensuite s'il est demandé, où s'il est imposé par une suite éventuelle au problème.

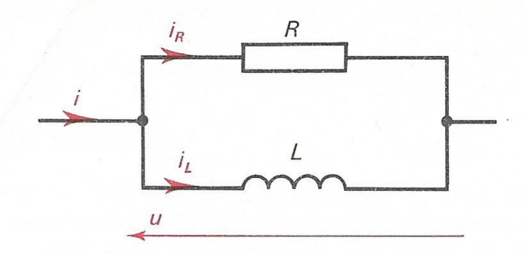


FIG. 21.02.

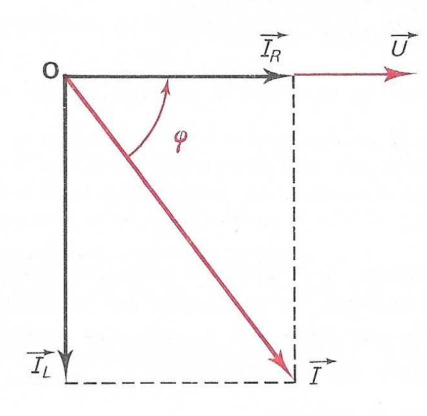


FIG. 21.03.

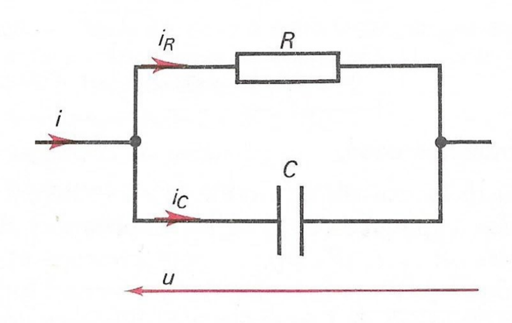


FIG. 21.04.

FIG. 21.05.

c) Conclusion. — Les cas traités dans la suite du chapitre le sont à titre d'exercices, **aucune formule d'impédance n'est à retenir.**

2. Montage en parallèle de deux dipôles élémentaires.

1° Résistor et réactor.

a) Calculons la valeur efficace des courants partiels (fig. 21.02) :

$I_R = \dfrac{U}{R}$ avec $\vec{I_R}$ en phase avec $\vec{U}$.

$I_L = \dfrac{U}{L\omega}$ avec $\vec{I_L}$ en quadrature arrière de $\vec{U}$.

b) Graphique de Fresnel et courant total (fig. 21.03).

Les deux courants étant en quadrature, le calcul de I^2 est simple :

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2$$

c) Déphasage. — Sur le graphique de Fresnel nous trouvons :

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\dfrac{U}{L\omega}}{\dfrac{U}{R}} = \frac{R}{L\omega} = \frac{R}{X}$$

2° Résistor et condensateur.

a) Valeur efficace des courants partiels (fig. 21.04) :

$I_R = \dfrac{U}{R}$ avec $\vec{I_R}$ en phase avec $\vec{U}$

$I_C = UC\omega$ avec $\vec{I_C}$ en quadrature avant de $\vec{U}$.

b) Graphique de Fresnel et courant total (fig. 21.05) :

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2$$

c) Déphasage. — Le graphique de Fresnel nous donne :

$$\operatorname{tg}\varphi = -\frac{I_C}{I_R} = -\frac{UC\omega}{\dfrac{U}{R}} = -RC\omega = -\frac{R}{X}$$

3° Inductance et capacité.

a) Valeur efficace des courants partiels (fig. 21.06) :

$$I_L = \frac{U}{L\omega} \quad \text{et} \quad I_C = UC\omega$$

b) Graphique de Fresnel (fig. 21.07) :

$\vec{I_L}$ est en quadrature arrière de la tension $\vec{U}$,

$\vec{I_C}$ est en quadrature avant de la tension $\vec{U}$,

le courant i du circuit principal, tel que $\vec{I}=\vec{I_L}+\vec{I_C}$, a donc une valeur efficace égale à la différence des valeurs efficaces des deux courants :

$$I=|I_L-I_C|$$

La figure 21.07 correspond au cas où $I_L>I_C$.

c) Discussion. — Trois cas sont possibles,

— Premier cas :

$$\frac{1}{L\omega}>C\omega \Rightarrow 1>LC\omega^2 \Rightarrow I_L>I_C$$

le vecteur $\vec{I}$ a même sens que $\vec{I_L}$ (fig. 21.07), il est donc comme lui en quadrature arrière et :

$$\varphi=(\vec{I},\vec{U})=\frac{\pi}{2}$$

le dipôle est globablement inductif.

— Deuxième cas :

$$\frac{1}{L\omega}<C\omega \Rightarrow 1<LC\omega^2 \Rightarrow I_L<I_C$$

le vecteur $\vec{I}$ a même sens que $\vec{I_C}$ (fig. 21.08); il est donc comme lui en quadrature avant et :

$$\varphi=(\vec{I},\vec{U})=-\frac{\pi}{2}$$

le dipôle est globalement capacitif.

— Troisième cas :

$$\frac{1}{L\omega}=C\omega \Rightarrow 1=LC\omega^2 \Rightarrow I_L=I_C$$

le vecteur $\vec{I}$ résultant est nul : $\vec{I}=\vec{0}$.

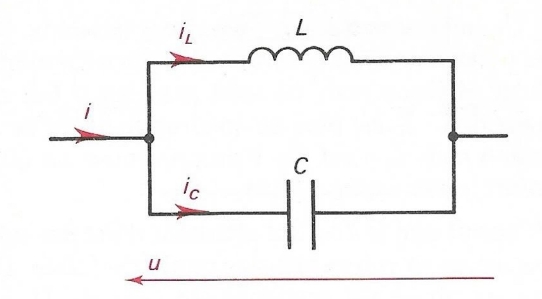


Fig. 21.06.

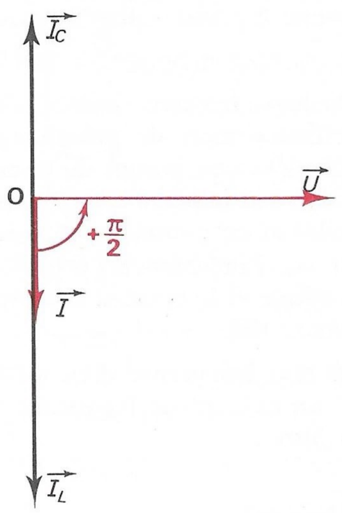


Fig. 21.07.

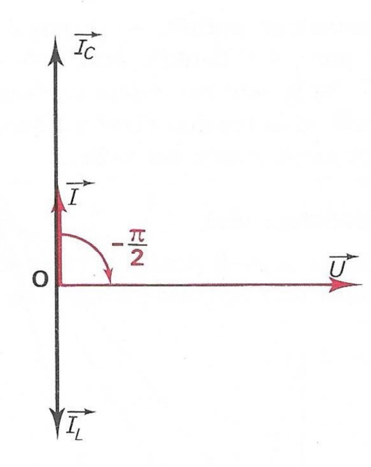


Fig. 21.08.

3. Circuit bouchon idéal.

1° Circuit bouchon idéal. — C'est le troisième cas du paragraphe précédent. Pour la valeur $\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ de la pulsation, les deux courants I_L et I_C sont en opposition et le courant résultant dans le circuit principal est nul. Ainsi :

→ **malgré la tension U appliquée, le courant I est nul, on dit que le circuit est « bouchon ».**

2° Circuit bouchon réel.

a) Le circuit idéal est purement théorique, il n'y a pas de bobine inductive dépourvue de résistance. Le schéma équivalent à un condensateur (toujours considéré comme parfait) et à la bobine est donné figure 21.09.

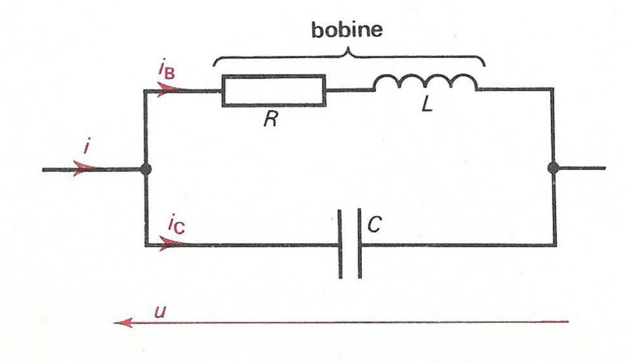


Fig. 21.09.

b) Quand la condition $LC\omega^2 = 1$ est satisfaite, les deux courants i_B et i_C ont pratiquement la même valeur efficace mais ne sont pas tout à fait en opposition : $\vec{I_C}$ est bien en quadrature avant de la tension mais $\vec{I_B}$ n'est pas rigoureusement en quadrature arrière (fig. 21.10).

Il s'ensuit que le courant résultant n'est pas nul, néanmoins sa valeur efficace reste très faible. De plus, sa phase est pratiquement celle de U.

Noter que pour rendre plus claire la figure, nous avons donné à I une valeur excessive.

c) Rôle du circuit bouchon, le filtrage.

— Si plusieurs tensions sinusoïdales de même valeur efficace mais de pulsations différentes sont appliquées aux bornes du circuit bouchon, celui-ci aura une impédance différente pour chacune d'elles et en particulier si l'une des pulsations est ω_0, l'impédance correspondante sera presque infinie et le courant correspondant sera pratiquement nul.

Le circuit bouchon permet donc d'éliminer sélectivement un courant de fréquence déterminée : *c'est un filtre.*

4. Condensateur réel.

1° Condensateur parfait. — Équivalent à une capacité pure, il s'identifie avec celle-ci, dont la valeur C est le seul paramètre du condensateur. Le courant et la tension étant en quadrature, la puissance consommée est nulle.

2° Condensateur réel.

a) En continu. — Il peut être considéré comme une capacité pure en parallèle avec une résistance très grande : **la résistance de fuites.** La valeur de celle-ci est telle (au moins plusieurs dizaines de mégohms) que, sauf si l'on se préoccupe de la conservation de la charge, on peut toujours négliger la conductance correspondante.

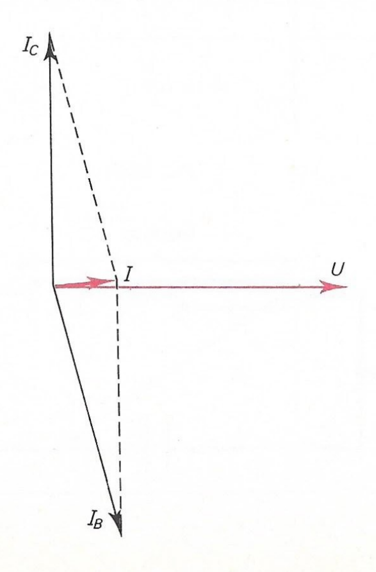


FIG. 21.10.

b) En alternatif. — Un condensateur réel consomme un peu de puissance; nous pouvons le vérifier soit en effectuant une mesure, soit en constatant l'échauffement d'un condensateur en service.

Cette consommation est due à la polarisation du diélectrique[1] : les molécules de l'isolant, soumises à un champ électrique alternatif, subissent à chaque demi-période des changements de disposition interne qui se traduisent par un échauffement et produisent un dégagement de chaleur.

3° — Dipôle équivalent à un condensateur réel en alternatif. Il comporte, en parallèle, une capacité pure C et une résistance pure R_p (fig. 21.11). Cette dernière, appelée **résistance de pertes,** est très grande et dépend de la fréquence. A la fréquence industrielle (50 Hz), elle vaut une centaine de fois la réactance de capacité $X_C = \frac{1}{C\omega}$.

4° Détermination de R_p. — Le condensateur soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace U consomme une puissance P_p. Cette consommation est due à la seule résistance R_p sous la tension U donc :

$$U^2 = R_p P_p \Rightarrow \boxed{R_p = \frac{U^2}{P_p}}$$

5° Déphasage du courant par rapport à la tension.

a) Pour un condensateur parfait c'est $\varphi = -\frac{\pi}{2}$.

b) Pour un condensateur réel nous avons (fig. 21.12) :

$$\vec{I} = \vec{I_{R_p}} + \vec{I_C}$$

et le déphasage est donné par :

$$\operatorname{tg} \varphi = -\frac{I_C}{I_{R_p}} = -\frac{UC\omega}{\frac{U}{R_p}} = -R_p C\omega$$

Pour un condensateur en bon état, φ reste voisin de $-\frac{\pi}{2}$, aussi préfère-t-on mesurer l'écart δ entre $|\varphi|$ et $\frac{\pi}{2}$. L'angle δ est appelé **« angle de pertes ».**

(1) La consommation de la résistance de fuites est totalement négligeable.

Les angles δ et $|\varphi|$ étant complémentaires :

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{1}{\operatorname{tg}|\varphi|} = \frac{1}{R_p C\omega}$$

Compte tenu des valeurs usuelles, nous pouvons confondre la tangente et l'angle (rad) :

$$\boxed{\delta = \frac{1}{R_p C\omega}}$$

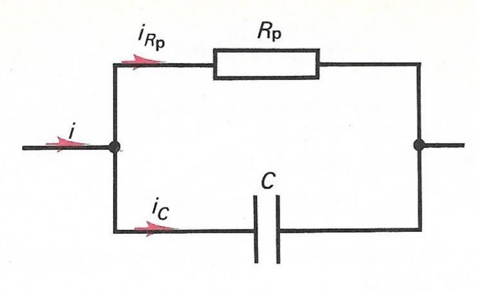


FIG. **21**.11.

c) Un condensateur est d'autant plus parfait que δ est plus petit puisque δ mesure le rapport du courant de pertes au courant qui traverse la capacité.

Le plus souvent, δ est exprimé en pour cent :

— pour un condensateur ordinaire :

$$\delta = 0{,}01 \quad \text{soit } 1\,\%;$$

— pour un très bon condensateur :

$$\delta = 0{,}001 \quad \text{soit } 0{,}1\,\%.$$

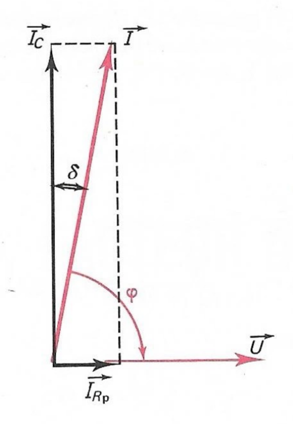


FIG. **21**.12.

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

21.01. — Deux bobines B_1 et B_2 sont en parallèle. Entre leurs bornes communes on applique une tension de 120 V, 50 Hz. Sachant que $R_1 = 50\ \Omega$; $L_1 = 0{,}2$ H; $R_2 = 40\ \Omega$; $L_2 = 0{,}4$ H :

1° Calculer l'impédance de chacune des deux bobines.

2° Calculer le courant dans chacune d'elles et les déphasages correspondants.

3° Déterminer le courant total.

Solution

Réactances :

$$X_1 = L_1\omega = 0{,}2 \times 100\pi = 62{,}5\ \Omega$$
$$X_2 = L_2\omega = 0{,}4 \times 100\pi = 125\ \Omega.$$

1° Impédances :

$$Z_1^2 = R_1^2 + X_1^2 = 2\,500 + 3\,900 \Rightarrow Z_1 = 80\ \Omega$$
$$Z_2^2 = R_2^2 + X_2^2 = 1\,600 + 15\,600 \Rightarrow Z_2 = 131\ \Omega.$$

2° Courants :

$$I_1 = \frac{U}{Z_1} = \frac{120}{80} = 1{,}5 \text{ A}$$

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{X_1}{R_1} = \frac{62{,}5}{50} = 1{,}25 \Rightarrow \varphi_1 = 51°$$

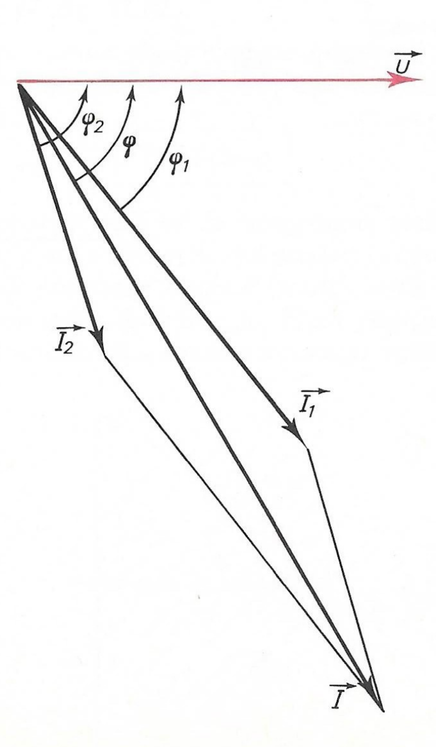


FIG. **21**.13. — Problème 21.01.

$$I_2=\frac{U}{Z_2}=\frac{120}{131}=0{,}92 \text{ A}$$

$$\text{tg } \varphi_2=\frac{X_2}{R_2}=\frac{125}{40}=3{,}1 \Rightarrow \varphi_2=72°.$$

3° Lectures sur la figure 21.13 :

$$I=2{,}4 \text{ A} \quad \text{et} \quad \varphi=60°.$$

21.02. — Un condensateur $C=16$ μF est en parallèle avec un résistor $R=200$ Ω.

1° A quelle fréquence f faut-il les alimenter pour que les deux courants I_C et I_R aient la même valeur efficace?

2° On applique à l'ensemble $\{C, R\}$ une tension $U=100$ V de fréquence f; calculer l'intensité du courant total, le déphasage de ce courant sur la tension et les valeurs de l'impédance équivalente.

Solution

1° Il faut que $\frac{1}{C\omega}=R$ soit, $\omega=\frac{1}{CR}$

$$\omega=\frac{1}{16\times 10^{-6}\times 200}=312{,}5 \text{ rad/s}$$

d'où la fréquence :

$$f=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{312{,}5}{6{,}28}\approx 50 \text{ Hz}.$$

2° Les deux courants ont même valeur efficace :

$$I_C=I_R=\frac{100}{200}=0{,}5 \text{ A}.$$

Ces deux courants sont en quadrature donc :

$$I=\sqrt{I_R^2+I_C^2}=0{,}5\sqrt{2}\approx 0{,}707 \text{ A}.$$

Déphasage :

$$\text{tg } \varphi=-RC\omega=-1 \rightarrow \varphi=-45°.$$

Impédance :

$$Z=\frac{U}{I}=\frac{100}{0{,}5\sqrt{2}}=100\sqrt{2}\approx 141 \text{ Ω}.$$

II. AVEC RÉPONSES.

21.03. — Résoudre le problème 14.01 avec :

$$R_1=30 \text{ Ω}, L_1=0{,}05 \text{ H}, R_2=20 \text{ Ω}, L_2=0{,}1 \text{ H}$$

tension {220 V, 50 Hz}.

Réponses :

33,8 Ω; 37,3 Ω; 6,4 A; 5,9 A; 11,9 A.

21.04. — On place en parallèle un condensateur de 10 μF et un résistor de 100 Ω. Calculer le courant dans chaque récepteur et le courant total quand on applique une tension {50 V, 100 Hz}.

Réponses : 0,315 A; 0,5 A; 0,59 A.

III. A RÉSOUDRE.

21.05. — On monte en parallèle un résistor $R=25$ Ω, un réactor $L=1{,}6$ H et un condensateur $C=6{,}4$ μF. On applique entre les bornes communes une tension $U=60$ V, $f=50$ Hz :

1° Vérifier que $LC\omega^2=1$ ($32\pi=100$).

2° Calculer le courant dans chaque élément.

3° Déterminer le courant total.

4° Calculer l'impédance équivalente à l'ensemble.

21.06. — Trois récepteurs élémentaires parfaits sont en parallèle et soumis à la tension commune $U=120$ V, $f=50$ Hz :

$$R=400 \text{ Ω}; \quad L=0{,}48 \text{ H}; \quad C=12 \text{ μF}.$$

1° Calculer les courants partiels.

2° Déterminer le courant total.

3° Quelle est la capacité du condensateur qu'il faudrait mettre en parallèle avec ces trois récepteurs pour que le courant total I soit en phase avec U?

22

GRANDEURS ACTIVES ET RÉACTIVES, FACTEUR DE PUISSANCE

1. Remarques préalables.

1° Puissance instantanée. — Nous savons que le signe de la puissance $p = ui$, mise en jeu à un instant donné entre les deux bornes d'un dipôle, dépend du rôle du dipôle à l'instant considéré.

Pour un dipôle orienté selon la **convention récepteur,** cette puissance est :

— **positive quand le dipôle fonctionne en récepteur, donc quand il consomme de la puissance;**

— *négative quand il fonctionne en générateur, donc quand il fournit de la puissance.*

2° Puissance moyenne. — Si au cours d'une période, un dipôle orienté selon la convention récepteur est globalement récepteur, il consomme davantage de puissance qu'il n'en fournit et la puissance moyenne P, est positive ou nulle à la limite :

$$P = UI \cos\varphi \geqslant 0.$$

Dans ces conditions, nous aurons toujours :

a) $P = UI \cos\varphi \geqslant 0 \Rightarrow \cos\varphi \geqslant 0.$

b) $\cos\varphi \geqslant 0 \Rightarrow -\frac{\pi}{2} \leqslant \varphi \leqslant +\frac{\pi}{2}.$

c) Lorsque la tension est prise pour origine des phases, le vecteur courant du graphique de Fresnel est toujours dans la partie hachurée, à droite de l'axe Y'Y (fig. 22.01).

2. Courants.

1° Courant actif.

a) Nous appellerons **courant actif,** la mesure algébrique de la projection du vecteur $\vec{I}$ sur le vecteur $\vec{U}$ (fig. 22.02).

b) Cette mesure algébrique est $I \cos\varphi$; d'après ce que nous venons de dire, elle est toujours positive :

(1) $$I_a = I \cos\varphi$$

c) Le courant actif est la composante active du courant, c'est-à-dire celle qui produit la consommation de puissance active P (watts), seule capable de produire de l'énergie. C'est pourquoi le courant actif est aussi appelé « *courant watté* ».

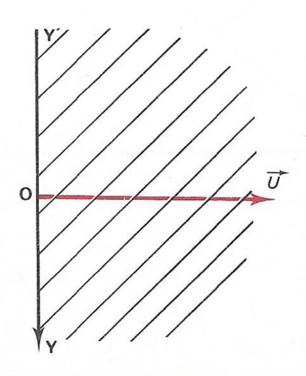


Fig. 22.01.

2° Courant réactif.

a) Nous appellerons **courant réactif,** la mesure algébrique de la projection du vecteur $\vec{I}$ sur l'axe $\overrightarrow{OY}$ tel que $(\vec{U}, \overrightarrow{OY}) = -\frac{\pi}{2}$ (fig. 22.02).

b) Cette mesure algébrique est :

$$I \cos(\overrightarrow{OY}, \vec{I}) = I \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = I \sin \varphi$$

(2) $$\boxed{I_r = I \sin \varphi}$$

Cette mesure algébrique aura le même signe que $\sin \varphi$ donc que φ :

— avec un dipôle inductif, I_r *sera positif* (fig. 22.02);

— avec un dipôle capacitif, I_r *sera négatif* (fig. 22.03).

c) Le courant réactif est la composante réactive du courant, c'est-à-dire celle qui ne produit pas de puissance active (watts), c'est pourquoi le courant réactif est aussi appelé « *courant déwatté* ».

3° Relations entre les trois courants.

a) Vecteurs de Fresnel :

$$\vec{I} = \vec{I_a} + \vec{I_r}$$

b) Valeurs efficaces :

(3) $$\boxed{I^2 = I_a^2 + I_r^2}$$

4° Application. — Lorsque plusieurs dipôles sont en parallèle, le courant dans le circuit principal est donné par la somme vectorielle (fig. 22.04) :

$$\vec{I} = \vec{I_1} + \vec{I_2} + \vec{I_3}.$$

Appliquons à cette somme le théorème des projections, successivement pour l'axe $\overrightarrow{OU}$ et pour l'axe $\overrightarrow{OY}$:

a) axe $\overrightarrow{OU}$:

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3$$

soit : $I_a = I_{a1} + I_{a2} + I_{a3}$

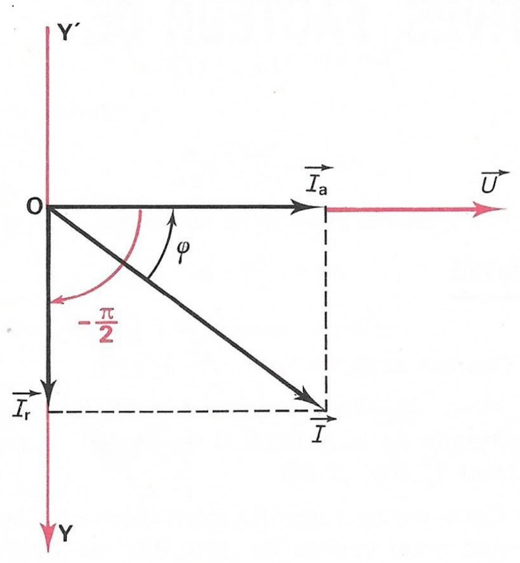


Fig. 22.02. — Dipôle inductif.

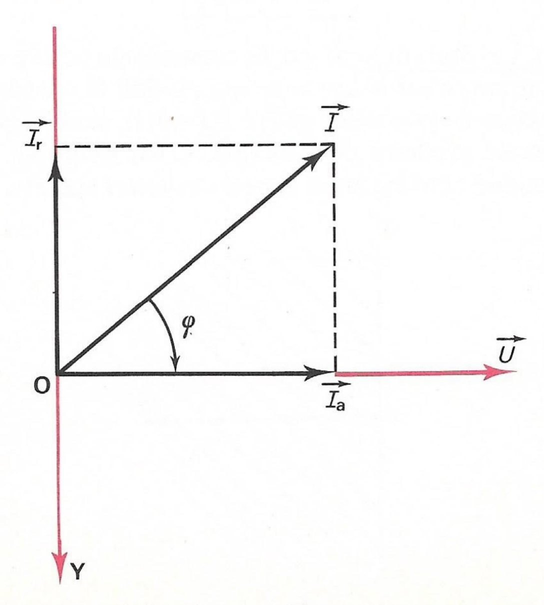


Fig. 22.03. — Dipôle capacitif.

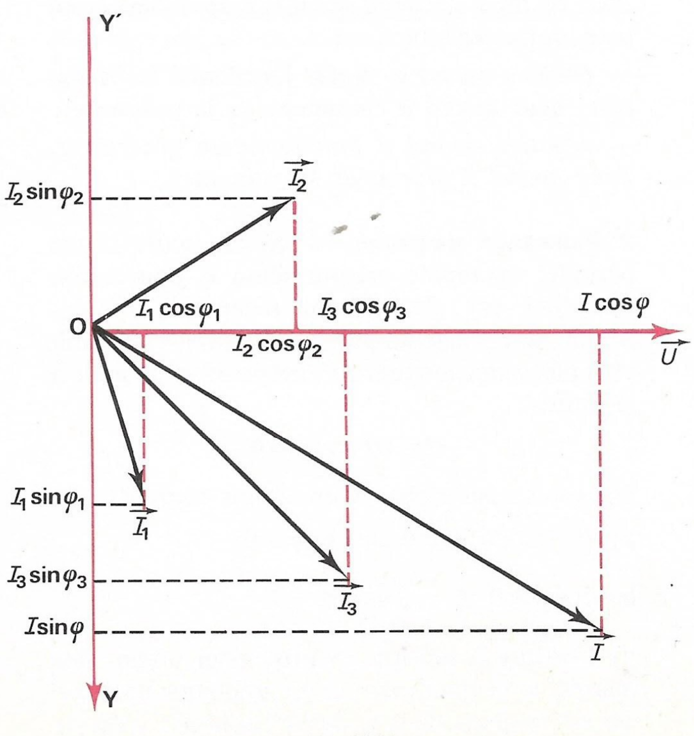


Fig. 22.04.

→ le courant actif consommé par plusieurs dipôles en parallèle, est égal à la somme (arithmétique) des courants actifs consommés par chaque dipôle.

b) Axe $\overrightarrow{OY}$:

$$I \sin \varphi = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 + I_3 \sin \varphi_3$$

soit : $I_r = I_{r1} + I_{r2} + I_{r3}$

→ le courant réactif consommé par plusieurs dipôles en parallèle est égale à la somme (algébrique) des courants réactifs consommés par chaque dipôle.

c) La valeur efficace du courant dans le circuit principal peut maintenant être calculée par la formule (3).

3. Puissances.

1° Puissance active. — Nous la connaissons déjà, c'est la puissance moyenne $P = UI \cos \varphi$, elle s'exprime en watts; c'est elle qui correspond à l'énergie fournie au dipôle. Elle se mesure à l'aide d'un wattmètre.

Puisque le produit $I \cos \varphi$ est le courant actif, la puissance active est aussi égale au produit de la valeur efficace de la tension par le courant actif.

(4) $$P = UI \cos \varphi = UI_a$$

2° Puissance apparente. — Nous la connaissons aussi, elle est égale au produit des valeurs efficaces de U et de I. Elle s'exprime en volts-ampères (VA) et se mesure indirectement à l'aide d'un voltmètre et d'un ampèremètre.

(5) $$S = UI$$ U en volts, I en ampères, S en VA

3° Puissance réactive (Q).

a) Définition. **Elle est égale au produit de la valeur efficace de la tension par le courant réactif :**

(6) $$Q = UI_r = UI \sin \varphi$$ U en volts, I en ampères, Q en vars

Cette puissance s'exprime en vars (volts-ampères réactifs) dont le symbole est « var » (invariable comme tous les symboles).

b) La puissance réactive est mesurable avec un wattmètre dont la bobine tension est en série avec un réactor parfait (au lieu d'un résistor).

c) Signe. — La puissance réactive a le signe de $\sin \varphi$, donc de φ :

dipôle inductif :

$$\varphi > 0 \Rightarrow \sin \varphi > 0 \Rightarrow Q > 0$$

dipôle capacitif :

$$\varphi < 0 \Rightarrow \sin \varphi < 0 \Rightarrow Q < 0.$$

d) L'existence de la puissance réactive est due à la présence des inductances et des capacités dans les circuits.

A de rares exceptions près, toutes les installations sont à tendance inductive, la puissance réactive qui leur correspond est donc (avec nos conventions) positive; nous considérerons que cette puissance est **consommée** par l'installation. Cette puissance est fournie par le réseau qui alimente l'installation, donc par les alternateurs des centrales.
Inversement, les condensateurs consomment une puissance réactive négative donc **fournissent** de la puissance réactive. Nous pouvons déjà envisager une **compensation,** par condensateurs, de la puissance réactive absorbée par une installation (inévitablement inductive). La puissance réactive que devra fournir le réseau s'en trouvera diminuée.

4° Triangle des puissances. — Les formules donnant P, Q et S montrent que ces trois grandeurs peuvent être portées sur les côtés d'un triangle rectangle dit « des puissances » (fig. 22.05). Ce triangle donne immédiatement les relations :

(7) $\cos \varphi = \frac{P}{S}$ (8) $\sin \varphi = \frac{Q}{S}$ (9) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}$

(10) $$S^2 = P^2 + Q^2$$

Si la puissance réactive est négative, le point B est sur AY, au-dessous du point A.

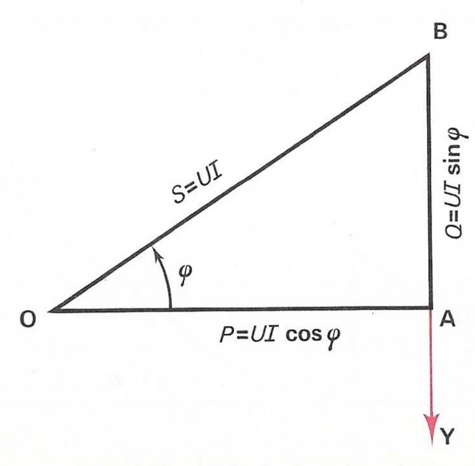


FIG. 22.05. — Triangle des puissances.

5° Circuit R, L, C. — Quand un circuit ne comporte que des résistors, des réactors et des condensateurs, le dipôle série équivalent a un triangle des puissances semblable à celui des impédances dans le rapport I^2 et nous pouvons écrire (fig. 22.06) :

$$P = RI^2 \quad Q = XI^2 \quad S = ZI^2$$

En particulier, pour chaque récepteur élémentaire, nous pouvons dresser le tableau :

DIPOLE PARFAIT	P	Q	S
R	$RI^2 = UI$	0	UI
L	0	$XI^2 = UI$	UI
C	0	$-XI^2 = -UI$	UI

4. Lois relatives aux puissances.

1° Puissance active. — Soit trois récepteurs montés en parallèle et consommant respectivement les courants I_1, I_2, et I_3. Les courants actifs ont tous même sens que la tension commune (fig. 22.04), ils sont tous positifs et leur somme est :

$$I \cos \varphi = I_1 \cos \varphi_1 + I_2 \cos \varphi_2 + I_3 \cos \varphi_3$$

en multipliant par U, nous obtenons encore une somme de nombres positifs :

$$UI \cos \varphi = UI_1 \cos \varphi_1 + UI_2 \cos \varphi_2 + UI_3 \cos \varphi_3$$

soit :

$$\mathbf{P = P_1 + P_2 + P_3}$$

Une démonstration analogue pourrait être effectuée pour un groupement série.

Le résultat est valable pour tout groupement.

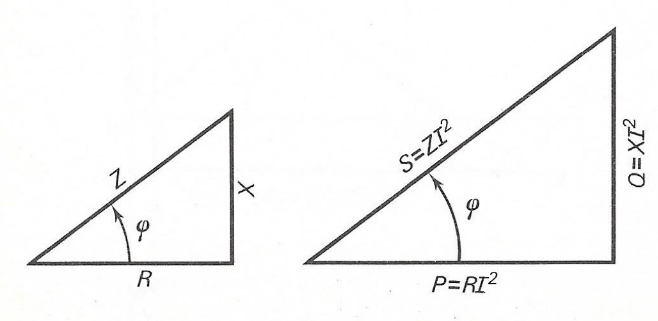


FIG. 22.06. — Les deux triangles sont semblables.

LOI. — **La puissance active consommée par plusieurs récepteurs est égale à la somme arithmétique des puissances actives consommées par chacun d'eux.** Cette loi n'est qu'un cas particulier du principe général de conservation de l'énergie.

2° Puissance réactive. — Dans un groupement parallèle, les courants réactifs sont, soit en quadrature arrière (positifs), soit en quadrature avant (négatifs); leur somme est algébrique (fig. 22.04) :

$$I \sin \varphi = I_1 \sin \varphi_1 + I_2 \sin \varphi_2 + I_3 \sin \varphi_3;$$

en multipliant par U, nous obtenons encore une somme algébrique :

$$UI \sin \varphi = UI_1 \sin \varphi_1 + UI_2 \sin \varphi_2 + UI_3 \sin \varphi_3$$

soit :

$$\mathbf{Q = Q_1 + Q_2 + Q_3}$$

Une démonstration analogue pourrait être effectuée pour un groupement série.

Le résultat est valable pour tout groupement.

Théorème de Boucherot. — **La puissance réactive consommée par plusieurs récepteurs est égale à la somme algébrique des puissances réactives consommées par chacun d'eux.**

3° Puissance apparente. — **Les puissances apparentes ne doivent jamais être additionnées.** La puissance apparente totale se calcule par la formule (10) :

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

où P et Q sont les sommes précédemment définies.

5. Méthode de Boucherot.

1° But et principe. — Elle permet de remplacer les constructions de Fresnel, sur les courants et les tensions, par un calcul utilisant les règles d'addition des puissances.

On effectue séparément l'addition des puissances actives et des puissances réactives. La puissance apparente, égale à UI, est donnée par la formule (10).

Si U est connu, on trouve : $I = \dfrac{S}{U}$

Si I est connu, on trouve : $U = \dfrac{S}{I}$

2° Exemple n° 1. — Deux moteurs M_1 et M_2 sont en parallèle, leur tension commune est $U = 220$ V, (50 Hz).

Connaissant :

$$I_1 = 35 \text{ A} \qquad \cos\varphi_1 = 0{,}85$$
$$I_2 = 40 \text{ A} \qquad \cos\varphi_2 = 0{,}7$$

calculer le courant total et le facteur de puissance global.

Solution.

Sur une table, nous lisons $\operatorname{tg}\varphi_1 = 0{,}62$ et $\operatorname{tg}\varphi_2 = 1{,}02$; $P = UI\cos\varphi$ soit :

$$P_1 = 220 \times 35 \times 0{,}85 = 6\,550 \text{ W}$$

et $$P_2 = 220 \times 40 \times 0{,}7 = 6\,160 \text{ W}$$

$Q = P\operatorname{tg}\varphi$ soit :

$$Q_1 = 6\,550 \times 0{,}62 = 4\,060 \text{ var}$$

et $$Q_2 = 6\,160 \times 1{,}02 = 6\,280 \text{ var.}$$

Nous disposons la suite en tableau :

RÉCEPTEUR	P (W)	Q (var)
M_1 M_2	6 550 6 160	4 060 6 280
TOTAL	12 710	10 340

Les calculs sont plus faciles et les risques d'erreur moins grands si P et Q sont exprimées en kW et kvar, trois chiffres suffisent :

$$S^2 = (12{,}7)^2 + (10{,}3)^2 = 267 \qquad S = 16{,}35 \text{ kVA.}$$

Courant :

$$I = \frac{S}{U} = \frac{16\,350}{220} = 74{,}3 \text{ A.}$$

Facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{12\,710}{16\,350} = 0{,}78.$$

REMARQUES. — **Un peu de bon sens évite les erreurs grossières :**

a) S étant l'hypoténuse d'un triangle rectangle, doit être plus grand que le plus grand côté de l'angle droit et plus petit que la somme des deux côtés :

$$12{,}7 < S = 16{,}35 < 23.$$

b) Le courant total doit être plus grand que le plus grand des courants partiels et plus petit que la somme :

$$40 < I = 74{,}3 < 75.$$

c) Le $\cos\varphi$ de l'ensemble est obligatoirement compris entre les deux valeurs données :

$$0{,}7 < \cos\varphi = 0{,}78 < 0{,}85.$$

d) Ces trois propriétés sont toujours vraies **en l'absence de condensateur.**

3° Exemple n° 2. — Une installation consomme 410 A sous une tension de 5 000 V, 50 Hz et avec un $\cos\varphi$ de $0{,}9\,(\varphi > 0)$. La ligne qui l'alimente a une résistance de 1 Ω et une réactance inductive de 2 Ω. *Calculer la tension au départ de la ligne et le* $\cos\varphi$ *correspondant.*

Solution ($\operatorname{tg}\varphi = 0{,}485$).

Consommation de la ligne :

$$p = RI^2 = 1 \times 410^2 = 168\,000 \text{ W}$$
$$q = XI^2 = 2 \times 410^2 = 336\,000 \text{ var.}$$

Consommation de l'installation :

$$P = UI\cos\varphi = 5\,000 \times 410 \times 0{,}9 = 1\,845\,000 \text{ W}$$

$$Q = P\operatorname{tg}\varphi = 1\,845\,000 \times 0{,}485 = 895\,000 \text{ var}$$

RÉCEPTEUR	P (kW)	Q (kvar)
ligne	168	336
installation	1 845	895
TOTAL	2 013	1 231

Calcul de S :

$$S^2 = 2\,010^2 + 1\,230^2 = 5\,560\,000$$
$$S = 2\,360 \text{ kVA.}$$

Tension :

$$U = \frac{S}{I} = \frac{2\,360\,000}{410} = 5\,750 \text{ V.}$$

Facteur de puissance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{S} = \frac{2\,013}{2\,360} = 0{,}85.$$

6. Énergies.

1° Énergie active. — Elle correspond à la puissance active et s'exprime en kWh (rarement en joules). Elle est mesurée par un compteur d'énergie active, celui que l'on trouve dans tous les logements. C'est elle qui est facturée d'après le relevé du compteur. Nous continuerons à la noter W.

2° Énergie réactive. — Elle correspond à la puissance réactive et s'exprime en vars-heures (varh) ou en kvarh. Elle est mesurée par un compteur d'énergie réactive. Celui-ci n'existe que dans les installations industrielles. L'énergie réactive n'est, en général pas facturée. Cependant si la consommation en est excessive, il y a pénalisation du consommateur. Nous noterons W_r l'énergie réactive.

3° Énergie apparente. — Elle est sans intérêt et n'est jamais mesurée mais on peut la calculer afin de trouver le facteur de puissance :

$$W_a = \sqrt{W^2 + W_r^2}$$

4° Facteur de puissance moyen. — C'est le quotient de l'énergie active par la racine carrée ci-dessus :

$$k = \frac{W}{\sqrt{W^2 + W_r^2}}$$

7. Importance du facteur de puissance.

1° — Nous venons de dire que dans les installations industrielles un compteur spécial enregistrait la consommation d'énergie réactive et que celle-ci pouvait éventuellement être facturée. Nous allons maintenant en expliquer les raisons.

2° — Considérons deux installations consommant la même énergie active pendant le même temps, donc absorbant la même puissance moyenne P.

Ces installations sont alimentées sous la même tension mais les facteurs de puissance sont différents, calculons les courants consommés :

$$I = \frac{P}{U \cos \varphi}$$

Soit :

$$P_1 = P_2 = 1\,000\,000 \text{ W} \quad U_1 = U_2 = 5\,000 \text{ V}$$
$$\cos \varphi_1 = 1 \quad \cos \varphi_2 = 0{,}4.$$

Les courants sont donc respectivement :

$$I_1 = \frac{P_1}{U_1 \cos \varphi_1} = \frac{1\,000\,000}{5\,000 \times 1} = 200 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{P_2}{U_2 \cos \varphi_2} = \frac{1\,000\,000}{5\,000 \times 0{,}4} = 500 \text{ A.}$$

Ainsi, pour **une même énergie enregistrée** au compteur, la seconde installation nécessite la fourniture permanente d'un courant égal à deux fois et demi (2,5) celui de la première installation !

3° Conséquences. — Le point de vue du fournisseur.

a) Dans les lignes de distribution :

— si elles sont identiques, les pertes par effet Joule s'élèveront pour l'installation n° 2 à $(2{,}5)^2 = 6{,}25$ fois celles de l'installation n° 1;

— si l'on veut réduire ces pertes, il faudra surdimensionner la ligne n° 2.

b) Les alternateurs qui fournissent l'énergie, et les transformateurs du réseau, doivent être aussi surdimensionnés.

Le fournisseur d'énergie exigera donc un facteur de puissance compatible avec une utilisation correcte de son équipement mais, néanmoins, acceptable pour le consommateur dont tous les moteurs consomment inévitablement de l'énergie réactive.

Remarquons que, outre cette contrainte, le consommateur a lui aussi intérêt à avoir un bon facteur de puissance afin de réduire les pertes dans son installation propre.

4° Coût de l'énergie réactive.

a) L'électricité de France (E.D.F.) exige qu'une installation alimentée par elle en moyenne tension (20 000 V, par exemple)) ait une valeur moyenne de $\text{tg}\,\varphi$ égale à 0,6, soit un $\cos \varphi$ moyen de 0,86 environ :

$$\text{tg}\,\varphi = 0{,}6 \Rightarrow \cos \varphi \approx 0{,}86.$$

— Si $\text{tg}\,\varphi > 0{,}6$: la consommation excédentaire d'énergie réactive est facturée.

— Si $\text{tg}\,\varphi < 0{,}6$: l'énergie réactive économisée donne lieu à bonification.

b) A titre documentaire, nous donnons un extrait des conditions de la fourniture d'énergie réactive du Lycée d'Enseignement Professionnel de Champagne-sur-Seine.

OPÉRATION	Prix en centimes du kvarh	
	Hiver	Été
Facturation	10,60	6,10
Bonification	0,65	0,35

8. Relèvement du facteur de puissance.

1° Problème posé. — Par suite de la présence de nombreux moteurs asynchrones qui consomment de l'énergie réactive, le facteur de puissance d'une installation industrielle est souvent inférieur à 0,86 avec déphasage arrière du courant (tendance inductive). Pour éviter des pénalités, *voire la suppression de la fourniture d'énergie,* le consommateur doit couvrir une partie de sa consommation d'énergie réactive avec des condensateurs placés en parallèle avec l'installation.

2° Puissance réactive fournie par un condensateur.

En valeur absolue c'est $Q_C = UI$ avec $I = UC\omega$ soit :

(11) $$Q_C = U^2 C\omega$$ Q_C en vars, U en volts, C en farads, ω en rad/s

La tension, la pulsation et la puissance réactive nécessaire étant connues, la valeur de C est :

$$C = \frac{Q_C}{U^2 \omega} \quad \text{(mêmes unités).}$$

3° Calcul. — La puissance active consommée par le condensateur (1 % de Q_C au maximum) étant négligée, la puissance active de l'installation est la même avant et après la mise en place du condensateur.

Soit $\cos\varphi$, le facteur de puissance avant le relèvement et $\cos\varphi'$, le facteur de puissance désiré. Les puissances réactives correspondantes sont (fig. 22.07) :

$$Q = P \operatorname{tg}\varphi \quad \text{et} \quad Q' = P \operatorname{tg}\varphi'.$$

La différence doit être fournie par le (ou les) condensateur :

$$Q_C = Q - Q' = P(\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\varphi').$$

Les capacités nécessaires dépassent souvent la centaine et même le millier de microfarads.

4° Autre solution. — Le courant I', consommé après le relèvement du facteur de puissance, est la somme vectorielle du courant consommé avant et du courant I_C qui traverse le condensateur :

$$\vec{I'} = \vec{I} + \vec{I_C}$$

Or, le courant I_C purement réactif est en quadrature avec la tension et les composantes actives de I et de I' sont égales :

(12) $$I_a = I\cos\varphi = I'\cos\varphi'$$

Les extrémités des deux vecteurs $\vec{I}$ et $\vec{I'}$ sont donc situées sur une droite Δ perpendiculaire à $\vec{U}$.

La solution est la suivante (fig. 22.08) :

— construction du vecteur $\vec{I}$ de module I et faisant avec $\vec{U}$ l'angle φ;

— tracé de la droite Δ perpendiculaire à $\vec{U}$ et de la droite D faisant avec $\vec{U}$ l'angle φ' : l'extrémité de $\vec{I'}$ est l'intersection de D et de Δ;

— tracé de $\vec{I_C} = \vec{I} - \vec{I'}$;

— calcul C par la formule :

$$C = \frac{I_C}{U\omega}$$

avec I_C mesuré ou calculé :

$$I_C = |I\sin\varphi - I'\sin\varphi'|.$$

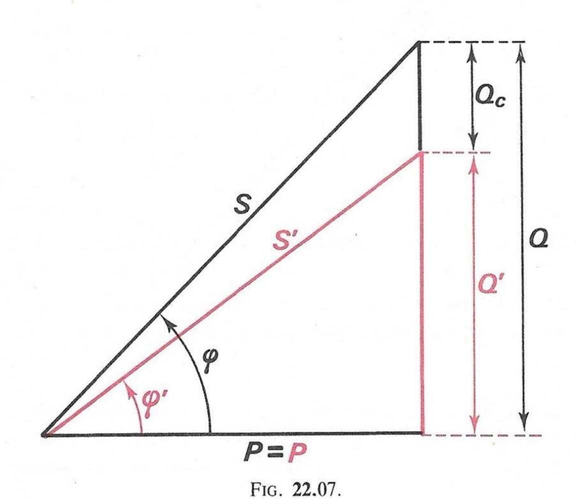


Fig. 22.07.

Fig. 22.08.

5° Montage des condensateurs. — Ils sont montés en parallèle avec le moteur ou l'installation dont ils relèvent le $\cos\varphi$, ils supportent donc la même tension.

Ces condensateurs ont un volume important et un prix élevé, mais celui-ci est amorti rapidement par les économies réalisées sur les pertes et les pénalités.

6° Exemple. — On veut relever de 0,7 à 0,8 le facteur de puissance d'une installation consommant 50 kW sous une tension de 380 V, 50 Hz.

Calculer la capacité du condensateur nécessaire.

$\cos\varphi = 0{,}7$; $\operatorname{tg}\varphi = 1{,}02$;
$\cos\varphi' = 0{,}8$; $\operatorname{tg}\varphi' = 0{,}75$.

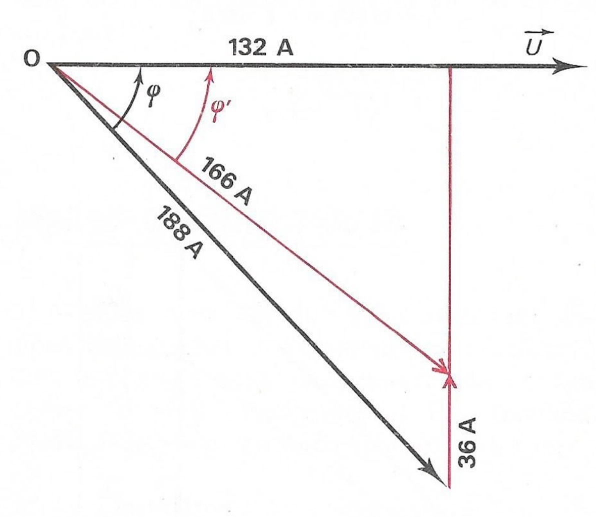


Fig. 22.09. — Échelle 1 mm $\widehat{=}$ 2,5 A.

Solution.

Puissances réactives (fig. 22.07, échelle 1 mm $\widehat{=}$ 1 kvar)

avant : $Q = P \operatorname{tg}\varphi = 50 \times 1{,}02 = 51$ kvar

après : $Q' = P \operatorname{tg}\varphi' = 50 \times 0{,}75 = 37{,}5$ kvar

du condensateur :

$$Q_C = 51 - 37{,}5 = 13{,}5 \text{ kvar.}$$

Capacité :

$$C = \frac{Q_C}{U^2\omega} = \frac{13\,500}{380^2 \times 100\,\pi} = 298\ \mu\text{F}.$$

Courants :

avant :

$$I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{50\,000}{380 \times 0{,}7} = 188 \text{ A}$$

après :

$$I' = \frac{P}{U\cos\varphi'} = \frac{50\,000}{380 \times 0{,}8} = 164 \text{ A.}$$

Graphiquement (fig. 22.09), nous trouvons $I_C = 36$ A d'où :

$$C = \frac{I_C}{U\omega} = \frac{36}{380 \times 100\,\pi} \approx 300\ \mu\text{F}.$$

Problèmes

I. AVEC SOLUTION.

Revoir les exemples du chapitre.

II. AVEC RÉPONSES.

22.01. — Les relevés mensuels des consommations d'une installation sont les suivants :

$$W = 9\,000 \text{ kWh} \quad W_r = 6\,200 \text{ kvarh}.$$

Calculer le facteur de puissance correspondant.

Réponse : 0,825.

22.02. — Une tension de 130 V, 50 Hz est appliquée à un circuit comportant un résistor $R = 100\ \Omega$ en série avec un réactor $L = 0{,}64$ H. Calculer :

1° Le courant dans le circuit.

2° Les tensions entre les bornes de chaque élément.

3° Les puissances actives, réactives et apparentes de chaque élément et de l'ensemble du circuit.

N.B. — Calculer d'abord Z puis I (on ne peut appliquer la méthode de Boucherot pour calculer I).

Réponses : 0,58 A; 58 V; 116 V;

pour l'ensemble : 33,5 W; 67 var; 75,5 VA.

III. A RÉSOUDRE.

22.03. — Une tension 120 V, 50 Hz, est appliquée à un montage série se composant d'un résistor $R = 200\ \Omega$, d'un réactor $L = 0{,}96$ H et d'un condensateur $C = 6{,}4\ \mu$F.

Calculer :

1° Le courant dans le circuit.

2° La tension entre les bornes de chaque élément.

3° Les puissances actives, réactives et apparentes de chaque récepteur et de l'ensemble.

22.04. — Un moteur a une puissance utile de 10 kW et un rendement de 80 %. Il consomme un courant de 65 A sous une tension de 220 V. Calculer :

1° La puissance active absorbée.

2° La puissance réactive et la puissance apparente.

3° Le facteur de puissance.

22.05. — Une installation monophasée fonctionne sous une tension de 380 V. Elle comporte deux moteurs le premier M_1, de 15 kW de puissance utile, de 88 % de rendement et de $\cos\varphi = 0{,}82$.

Le second M_2, de 10 kW de puissance utile, de 82 % de rendement et de $\cos\varphi = 0{,}70$. Calculer :

1° Le courant absorbé par M_1.

2° Le courant absorbé par M_2.

3° Le courant total.

4° Le facteur de puissance de l'installation.

22.06. — Un moteur consomme 30 A sous une tension de 220 V, 50 Hz et un $\cos\varphi = 0{,}7$. Calculer :

1° La puissance absorbée par le moteur.

2° La capacité du condensateur qui permet de relever à 0,86 le facteur de puissance.

3° L'intensité consommée après l'adjonction du condensateur.

22.07. — Une installation 220 V, 50 Hz comporte :

a) des récepteurs purement thermiques R consommant ensemble 15 kW;

b) 6 moteurs identiques ayant chacun pour caractéristiques :

$$p_u = 4 \text{ kW} \quad \eta = 75\,\% \quad \cos\varphi = 0{,}68.$$

On demande :

1° L'intensité absorbée quand tous les appareils fonctionnent et le facteur de puissance résultant.

2° La capacité du condensateur relevant le $\cos\varphi$ d'un moteur à 0,8. On précisera le courant consommé par un moteur avant et après le relèvement.

22.08. — Une installation monophasée 220 V, 50 Hz comporte 60 lampes de 75 W et un moteur de 7 kW de rendement 70 % et de $\cos\varphi = 0{,}65$. Calculer :

1° L'intensité absorbée par le moteur.

2° L'intensité totale quand fonctionnent le moteur et les lampes.

3° Le facteur de puissance global de l'installation.

4° La capacité du condensateur relevant à 0,8 le facteur de puissance du moteur.

23
INTRODUCTION A L'UTILISATION DU TRIPHASÉ

1. Connaissance du triphasé.

1° Exploration du secteur triphasé quatre fils.

a) Les bornes. — Sur le tableau de distribution nous trouvons quatre bornes (fig. 23.01) : la première, souvent reliée à la terre, est appelée **neutre,** N; les trois autres sont les bornes de **phase,** 1, 2, 3.

b) Tensions simples. — Mesurons les tensions efficaces entre N et chacune des bornes de phase : nous trouvons trois valeurs égales(1) :

$$V_1 = V_2 = V_3 = 220 \text{ V}$$

Ces trois tensions sont dites **simples.** Nous appellerons V leur valeur commune :

$$V = 220 \text{ V}$$

c) Tensions composées (fig. 23.01). — Mesurons les tensions efficaces entre phases, c'est-à-dire entre deux des bornes 1, 2 et 3. Nous trouvons trois valeurs égales :

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = 380 \text{ V}$$

Ces trois tensions sont dites **composées.** Nous appellerons U leur valeur commune :

$$U = 380 \text{ V}$$

d) Relation entre U et V. — Divisons U par V :

$$\frac{U}{V} = \frac{380}{220} \approx 1{,}73 \approx \sqrt{3}$$

(1) Nous conservons l'indice N pour les valeurs instantanées mais nous le supprimons pour les valeurs efficaces.

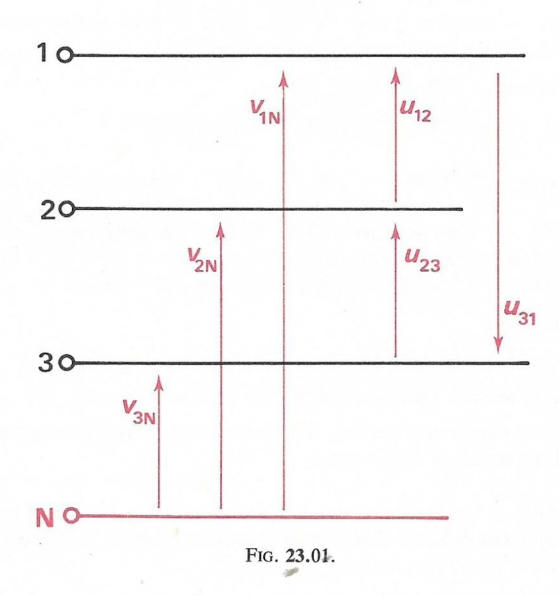


Fig. 23.01.

e) Valeurs usuelles des tensions. — Chez les particuliers, le système de distribution est 220/380 c'est-à-dire $V = 220$ V et $U = 380$ V. Dans certains laboratoires, on trouve encore le système 127/220, soit $V' = 127$ V et $U' = 220$ V. Notons que si l'on cite une seule tension en triphasé, il s'agit toujours de la **tension composée.**

2° Les tensions simples.

a) Visualisation. — Pour pouvoir observer simultanément les trois tensions simples il faut disposer d'un oscillographe bicanon à double faisceau d'électrons, avec commutateur

électronique. Le neutre N est relié à la masse et chaque borne de phase à une des quatre voies. Si l'on ne possède qu'un oscillographe bicourbe, la phase 1 sera reliée à la voie 1 et les phases 2 et 3 seront successivement reliées à la voie 2 (fig. 23.02). Leur déphasage par rapport à la tension v_{1N} pourra ainsi être facilement repéré.

b) Courbes obtenues. — Elles montrent que les trois tensions (fig. 23.03) :

- sont sinusoïdales;
- ont même période et même valeur maximale, donc même valeur efficace;
- sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un tiers de période, donc déphasées de 120°.

c) Expression. — La tension entre le neutre et la borne 1 est arbitrairement prise pour origine des phases :

$$(1) \quad \begin{cases} v_{1N} = V\sqrt{2}\sin \omega t \\ v_{2N} = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{2\pi}{3}\right) \\ v_{3N} = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \dfrac{4\pi}{3}\right) \end{cases}$$

Les trois tensions ayant même valeur efficace et étant régulièrement déphasées entre elles, on dit qu'elles forment un **système triphasé équilibré** (fig. 23.04). En outre ce système est **direct** parce que l'ordre de passage des vecteurs-tensions devant un observateur fixe est : 1-2-3. (Rappelons que les vecteurs de Fresnel sont supposés en rotation dans le sens positif.)

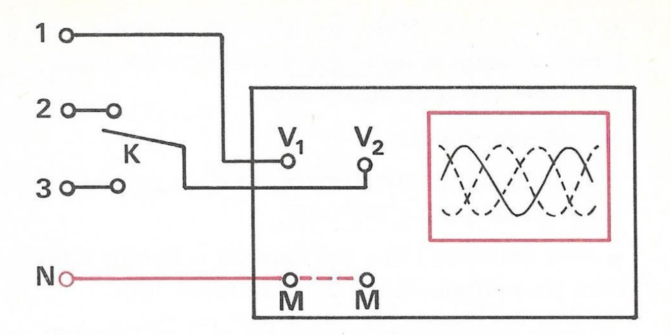


FIG. 23.02. — Visualisation des tensions simples avec un oscillographe bicourbe (synchroniser sur la voie 1).

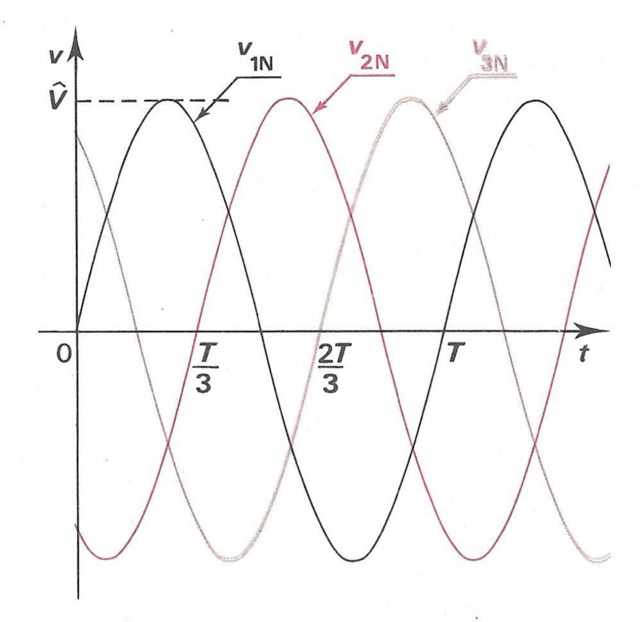


FIG. 23.03. — Tensions triphasées.

3° Tensions composées.

a) Visualisation. — Elle doit être effectuée séparément pour chaque tension avec repérage de chacune d'elles par rapport au quadrillage placé devant l'écran. Il faut observer les tensions telles qu'elles sont définies, c'est-à-dire en notant v_1, v_2, v_3 les potentiels des trois bornes de phase; il faut observer la tension $u_{12} = v_1 - v_2$ et non la tension $u_{21} = v_2 - v_1$ qui lui est opposée. En conséquence les liaisons à effectuer sont :

TENSION A OBSERVER	BORNE A RELIER A LA MASSE	BORNE A RELIER A L'ENTRÉE *V*
$u_{12} = v_1 - v_2$	2	1
$u_{23} = v_2 - v_3$	3	2
$u_{31} = v_3 - v_1$	1	3

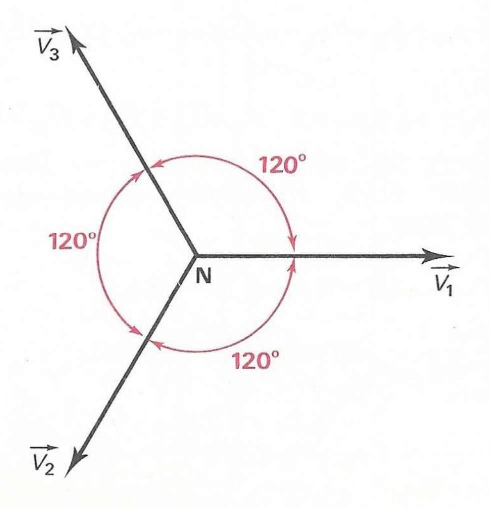


FIG. 23.04. — Les tensions simples.

b) Courbes. — Elles ne diffèrent de celles des tensions simples que par la valeur maximale. Les trois tensions composées :

- sont sinusoïdales;
- ont même période et même valeur maximale, donc même valeur efficace;
- sont décalées l'une par rapport à l'autre d'un tiers de période, donc déphasées de 120°.

c) Représentation de Fresnel. — Les relations du tableau se traduisent par :

$$(2) \quad \begin{cases} \vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \\ \vec{U}_{23} = \vec{V}_2 - \vec{V}_3 \\ \vec{U}_{31} = \vec{V}_3 - \vec{V}_1 \end{cases}$$

Il est facile de construire les vecteurs $\vec{U}_{12}$, $\vec{U}_{23}$, $\vec{U}_{31}$; pour cela remarquons que :

$$\vec{U}_{12} = \vec{V}_1 - \vec{V}_2 \Leftrightarrow \vec{V}_2 + \vec{U}_{12} = \vec{V}_1$$

→ le vecteur $\vec{U}_{12}$ est celui qu'il faut ajouter à $\vec{V}_2$ pour obtenir $\vec{V}_1$ (fig. 23.05).
Nous constatons que les tensions composées forment aussi un système triphasé équilibré et direct (dans l'ordre u_{12}, u_{23}, u_{31}).

4° Relations.

a) Entre tensions simples. — En développant et en simplifiant la somme $v_{1N} + v_{2N} + v_{3N}$ donnée par les relations (1), on vérifiera que :

$$\forall t, \quad v_{1N} + v_{2N} + v_{3N} = 0$$

→ à chaque instant la somme des tensions simples est nulle.
Ce calcul peut être évité puisque le graphique de Fresnel (fig. 23.04) montre clairement que :

$$\vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 = \vec{0}$$

b) Entre tensions composées. — Calculons leur somme :

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = (v_1 - v_2) + (v_2 - v_3) + (v_3 - v_1) = 0$$

donc :

$$u_{12} + u_{23} + u_{31} = 0 \quad \text{et} \quad \vec{U}_{12} + \vec{U}_{23} + \vec{U}_{31} = \vec{0}$$

c) Entre les valeurs efficaces. — Dans le triangle, NAB (fig. 23.06) extrait de la figure 23.05,

$$AH = NA \cos 30° = NA \frac{\sqrt{3}}{2}$$

et

$$AB = 2 \cdot AH = NA\sqrt{3}$$

donc :

$$(3) \quad \boxed{U = V\sqrt{3}}$$

Ce calcul confirme les mesures.

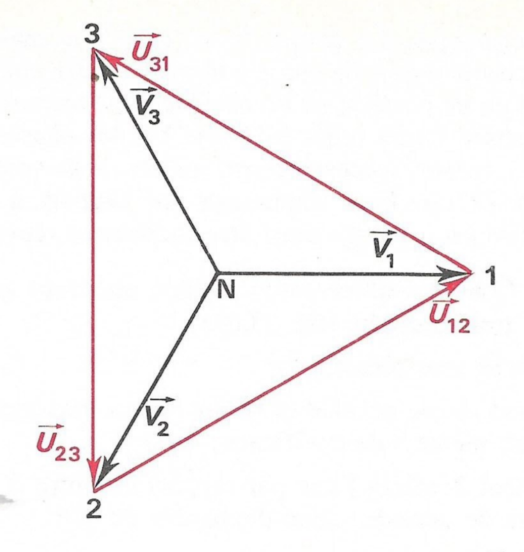


FIG. 23.05. — Les tensions composées.

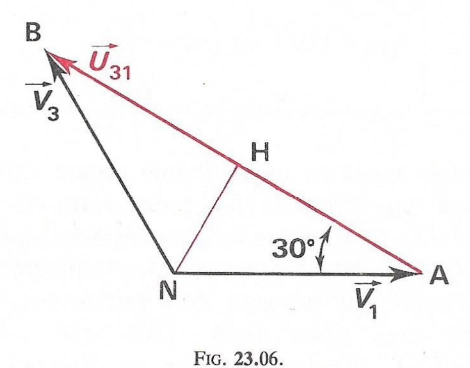


FIG. 23.06.

5° Avertissement.

Dans tout ce qui suit, nous limitons l'étude aux cas les plus simples : les systèmes triphasés et les montages sont parfaitement équilibrés.

a) Tensions composées. — Elles forment un système équilibré direct donc,
— elles se succèdent dans l'ordre u_{12}, u_{23}, u_{31};
— elles sont décalées d'un tiers de période, soit 120° pour les vecteurs de Fresnel.

b) Tensions simples. — Si le neutre est utilisé, les tensions simples forment également un système équilibré, direct, donc (revoir fig. 23.04),
— elles se succèdent dans l'ordre v_1, v_2, v_3;
— elles ont même valeur efficace :

$$V_1 = V_2 = V_3 = V$$

— elles sont décalées d'un tiers de période, soit 120° pour les vecteurs de Fresnel.

2. Montage de récepteurs.

1° Montage en étoile, avec neutre N′ relié à la borne N du secteur.

a) Définition. — Trois dipôles récepteurs sont montés en étoile si chacun d'eux est monté entre le neutre N et une phase du secteur (fig. 23.07).

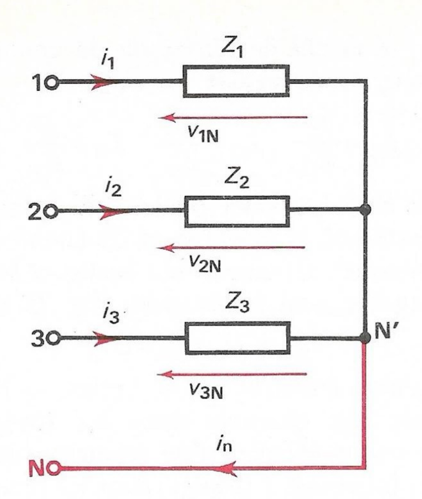


FIG. 23.07. — Montage en étoile.

b) Tensions appliquées. — Chaque dipôle est soumis à une tension simple du secteur puisque, tant que le fil neutre existe, le potentiel de N′ est égal à celui de N :

Z_1 est sous la tension v_{1N}
Z_2 est sous la tension v_{2N}
Z_3 est sous la tension v_{3N}

Ces trois tensions ont la même valeur efficace V.

c) Calculs des intensités. — Chaque dipôle fonctionne indépendamment des autres, comme s'il était en monophasé; son impédance étant connue, le calcul de la valeur efficace des courants est immédiat :

$$I_1 = \frac{V}{Z_1} \qquad I_2 = \frac{V}{Z_2} \qquad I_3 = \frac{V}{Z_3}$$

Dans le cas particulier où les trois récepteurs sont identiques le montage est dit équilibré. Les trois intensités efficaces sont égales et les déphasages φ sont égaux aussi (fig. 23.08) :

$$I_1 = I_2 = I_3 = I$$

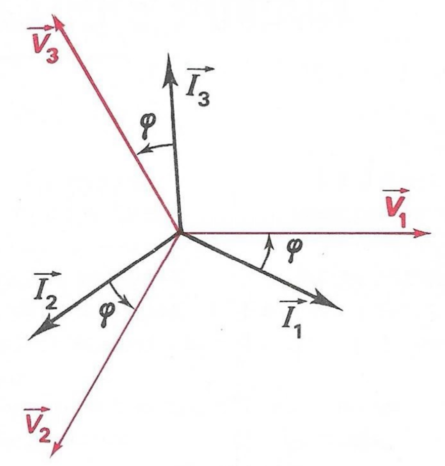


FIG. 23.08.

On vérifiera que, dans ce cas, il n'y a pas de courant dans le fil neutre N′N. Malgré cela, il n'est pas recommandé de le supprimer (voir livre machines et électronique).

2° Montage en triangle.

a) Définition. — Trois dipôles récepteurs sont montés en triangle si chacun d'eux est branché entre deux fils de phase. Le neutre n'est pas utilisé (fig. 23.09).

b) Tensions appliquées. — Chaque dipôle est soumis à une tension composée u :

Z_{12} est soumis à la tension u_{12}
Z_{23} est soumis à la tension u_{23}
Z_{31} est soumis à la tension u_{31}

Ces trois tensions ont la même valeur efficace U.

c) Calcul des intensités. — Chaque dipôle fonctionne indépendamment des autres, comme s'il était en monophasé; son impédance étant

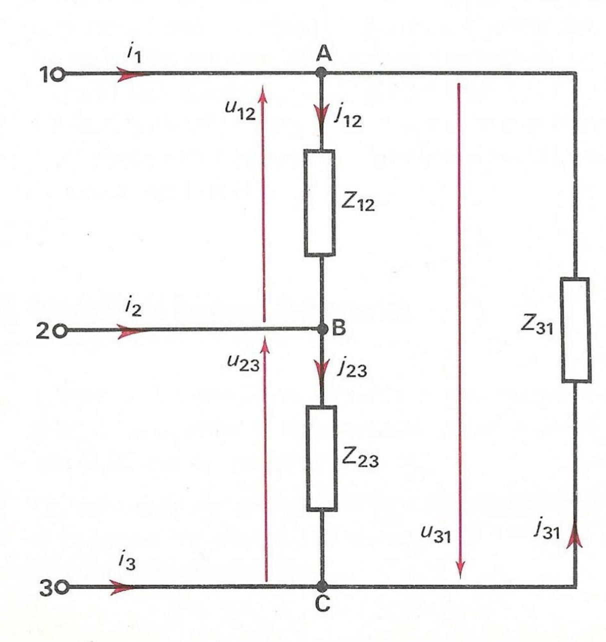


FIG. 23.09. — Montage en triangle.

LE COURANT ÉLECTRIQUE ET LE CORPS HUMAIN

1. Dangers de l'Électricité.

Les journaux relatent quelquefois des accidents, mortels ou non, qui sont causés par l'électricité. Sauf de rares cas où les accidents sont fortuits, ils sont dus soit à une imprudence, soit à une installation défectueuse.

2. Résistance électrique du corps humain.

Elle n'est pas, comme celle des appareils, de valeur constante et bien définie.

Elle peut atteindre plus de 100 000 Ω dans certains cas mais peut aussi descendre jusqu'à 1 000 Ω environ, dans le cas le plus défavorable. Nous donnons ci-contre un tableau précisant les circonstances qui tendent à diminuer ou à augmenter le danger électrique.

3. Effets du courant.

1° Brûlures.

2° Destruction des cellules par électrolyse.

3° Accidents nerveux : paralysie des organes (cœur, poumons).

Noter que les courants alternatifs haute fréquence ne sont pas dangereux. (Ils sont même utilisés en thérapeutique.)

Le danger diminue avec	Le danger augmente avec
Les mains sèches	Les mains humides
Les mains calleuses	Les mains lisses
L'indifférence au courant	La crainte du courant
Le contact volontaire	L'effet de surprise
La bonne santé	La mauvaise santé, la fatigue
Le trajet du courant hors des organes vitaux (bras, jambes)	Le trajet à travers les organes vitaux (cœur, poumons, cerveau)
Le mauvais contact du bout des doigts)	Le bon contact (à pleine main)
Le bon isolement par rapport au sol (chaussures sur tapis)	Le mauvais isolement (pieds nus sur la terre)

4. Intensités et tensions dangereuses.

L'intensité à partir de laquelle il y a danger est 0,05 A en continu et en alternatif (dans ce dernier cas 0,05 est la valeur efficace).

Compte tenu de la valeur de la résistance dans les conditions les plus défavorables soit 1 000 Ω, la tension dangereuse est :

$$U = RI = 0{,}05 \times 1\,000 = 50 \text{ V}$$

Les installations pour lesquelles la tension ne dépasse pas 50 V sont classées « très basse tension » (TBT) et aucune prescription de sécurité ne leur est imposée si elles sont totalement indépendantes des autres installations [1].

5. Contacts dangereux.

1° On touche accidentellement deux points entre lesquels existent une différence de potentiel : le corps est soumis à la tension existante. On dit que le contact est bipolaire.

2° On touche un seul fil (ou un seul point) et un autre point du corps touche le sol conducteur : le corps est soumis à la tension existant entre le fil et le sol. On dit que le contact est monopolaire.

3° On touche une masse métallique qui elle-même est en contact avec un fil par suite d'un défaut d'isolement entre ce fil et la masse. Tout se passe comme si on touchait directement le fil.

6. Mesures de sécurité.

1° Ne jamais toucher **même un seul fil** sous tension.

2° Manœuvrer les appareils de coupure haute tension avec une **perche isolante,** des gants en caoutchouc et debout sur un socle isolant.

3° **Mettre les masses métalliques à la terre :** réfrigérateur, machine à laver, moteur, etc.

4° Partout où le danger est particulièrement présent : cave, salle de bains, écuries, tous lieux humides, installer des interrupteurs à **capot isolant** ou mieux utiliser une alimentation sous tension de sécurité au plus égale à 50 V.

5° Ne jamais toucher un interrupteur avec des mains humides.

6° Ne manœuvrer un interrupteur qu'après s'être assuré que personne ne travaille sur le circuit correspondant.

7° Ne jamais jouer avec le courant électrique. Les « blagues » qui consistent à appliquer une tension à un camarade pour connaître ses réactions en tant que récepteur sont **criminelles** et doivent être totalement exclues.

7. Secours aux électrocutés.

1° **Couper le courant** si possible, sinon dégager le corps avec des gants et en s'isolant du sol.

2° **Avertir docteur et pompiers.**

3° **Pratiquer sur l'électrocuté la respiration artificielle :** méthode Schaeffer ou mieux, car elle ne demande aucun entraînement, méthode du bouche à bouche.

4° **Méthode dite du « bouche à bouche » :** *Appliquer directement, ou avec interposition d'un mouchoir, sa bouche sur celle de l'électrocuté et respirer profondément et lentement en insufflant sa propre expiration dans les poumons du patient.*

Cette méthode est également valable pour les noyés. Un électrocuté, ou un noyé, peut nécessiter une respiration artificielle de plusieurs heures avant de retrouver sa respiration naturelle.

(1). Décret n° 62-1454 du 14 novembre 1962 (Brochure n° 62-237 éditée par le *J.O.*, 26, rue Desaix, Paris-15e).

Problèmes donnés aux examens

Problèmes donnés aux examens

Le chapitre après lequel ils peuvent être traités est précisé au début de chaque catégorie. La « note » sur 20 évalue la part du problème dans l'ensemble du sujet.

A. CHAPITRE 5.

1. — La résistance d'un récepteur purement thermique a été mesurée à deux températures différentes :

- à $\theta_1 = 20$ °C, $R_1 = 25\ \Omega$;
- à $\theta_2 = 2\,020$ °C, $R_2 = 40\ \Omega$.

Calculer le coefficient de température $a(\mathrm{K}^{-1})$ de la formule qui lie la résistance à la température :

$$R_\theta = R_0(1 + a\theta)$$

(C. A. P. 1985, Dessinateur en construction électrique, 3/20.)

2. — Une installation à courant continu située en **bout** de ligne absorbe une puissance de 11 kW sous 220 V de tension. On tolère une chute de tension en ligne égale au maximum à 5 % de la tension en **début** de ligne. La ligne, bifilaire, a une longueur de 300 m. Le conducteur a une résistivité de $1{,}7 \times 10^{-8}$ Ωm.

1° Calculer, à 0,1 V près, la tension en début de ligne et la chute de tension en ligne.

2° Pour les calculs suivants on admettra que la chute de tension en ligne est de 12 V.

a) Quelle est la résistance de la ligne?

b) La ligne est un conducteur cylindrique. Quelle est sa section (en millimètres carrés?) et quel est son diamètre en millimètres?

c) Quelle est la densité de courant en ligne?

(C. A. P. 1982, Électromécaniciens, 6/20.)

B. CHAPITRE 6.

3. — Un courant d'intensité $I = 5$ A se partage entre deux résistors associés en parallèle et dont les résistances sont $R_1 = 8\ \Omega$ et $R_2 = 12\ \Omega$. Calculer les intensités des courants I_1 qui traverse R_1 et I_2 qui traverse R_2.

(C. A. P. 1985, Dessinateur en construction électrique, 5/20.)

4. — Avec les données portées sur la figure P. 4, calculer :

a) les tensions U_1 et U_2;

b) les intensités I_2 et I_3;

c) la résistance R_3.

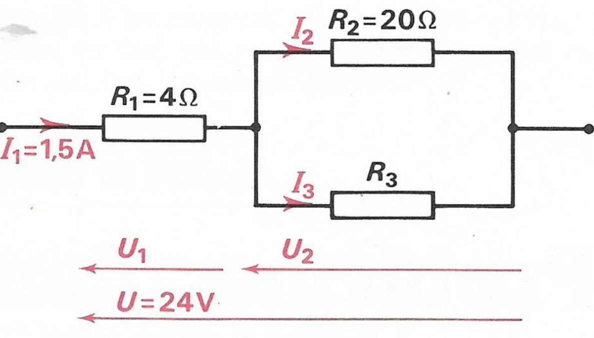


FIG. P. 4.

5. — Le montage de la figure P. 5 comporte trois résistors. L'un d'eux a une résistance $R = 10\ \Omega$, les deux autres ont la même résistance X à déterminer. Calculer X sachant que la résistance équivalente au groupement est de 21 Ω.

(B. E. P. 1985, Électromécaniciens et Électriciens d'équipement, 5/20.)

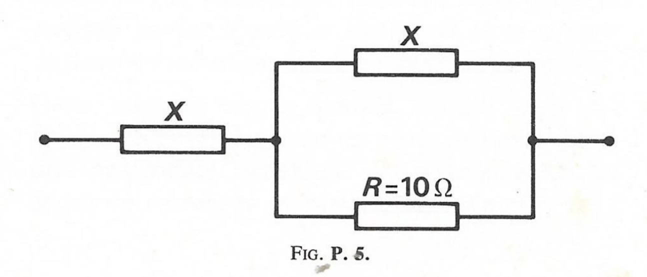


FIG. P. 5.

6. — On dispose de trois résistors dont les résistances respectives sont :

$R_1 = 5\ \Omega$ qui admet un courant maximal de 0,8 A
$R_2 = 20\ \Omega$ qui admet un courant maximal de 0,6 A
$R_3 = 36\ \Omega$ qui admet un courant maximal de 0,7 A.

1° On les groupe en série :

a) Quelle est la résistance équivalente à l'ensemble?

b) Quelle tension maximale peut-on appliquer aux bornes de cet ensemble?

2° On les groupe en parallèle :

a) Quelle est la résistance équivalente à l'ensemble?

b) Quelle tension maximale peut-on appliquer aux bornes de cet ensemble?

(C. A. P. 1985, Télécommunications et Courants faibles, 4/20.)

7. — Calculer la tension U qu'il faut appliquer au montage de la figure P. 7 pour que l'intensité du courant qui traverse R_2 soit $I_2 = 20$ mA.

(C. A. P. 1985, Télécommunications et Courants faibles, 5/20.)

N. B. : Les problèmes 6 et 7 appartiennent au même sujet.

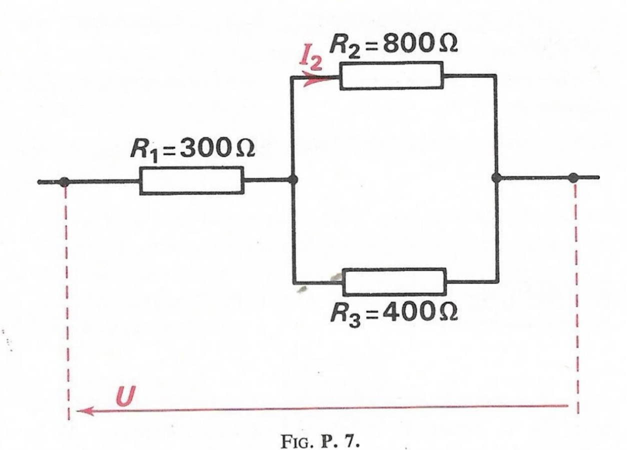


FIG. P. 7.

8. — Un galvanomètre à cadre mobile porte les indications suivantes : 1 mA, 20 mV. Il doit être transformé en voltmètre possédant les calibres 3 V, 75 V, 150 V.

1° Comment doit-on monter les résistors additionnels avec le cadre mobile? Faire un schéma.

2° Quelles doivent être les résistances de ces résistors?

3° Quelle résistance spécifique faudra-t-il indiquer sur le cadran?

(B. E. P. 1985, Électromécaniciens, 5/20.)

9. — Le cadre mobile d'un milliampèremètre a une résistance de 150 Ω, sa déviation est maximale lorsqu'il est traversé par un courant de 2,5 mA. Ce cadre mobile peut être utilisé pour réaliser un ampèremètre ou un voltmètre.

a) Calculer la résistance s du shunt à utiliser pour obtenir un ampèremètre de calibre 0,3 A.

b) Calculer la résistance R du résistor à insérer en série pour obtenir un voltmètre de calibre 15 V.

(B. E. P. 1982, Électromécaniciens, 6/20.)

10. — En vue d'effectuer un essai de machine à courant continu, on désire avoir un ampèremètre permettant de mesurer des courants jusqu'à 50 A.
On dispose d'un milliampèremètre marqué : 5 mA; 50 mV.

1° Quelle est la résistance interne du milliampèremètre?

2° Quelle résistance doit avoir le shunt nécessaire, pour obtenir un calibre de 50 A?

3° Pour réaliser ce shunt, on utilise du fil de cuivre (résistivité $\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}$ Ωm) de section 2,5 mm^2.
Quelle doit être la longueur de fil pour réaliser le shunt?

(C. A. P. 1984, Électromécaniciens, 6/20.)

C. CHAPITRE 7.

11. — Une batterie de piles est formée de 24 éléments identiques (par élément, force électromotrice : $e = 1{,}5$ V et résistance interne : $r = 2$ Ω).
La batterie alimente un circuit extérieur comprenant en série :

- un récepteur de f. é. m. $E' = 2$ V et de résistance $r' = 4{,}4$ Ω.
- Un ensemble de deux résistors ($R_1 = 9$ Ω et $R_2 = 6$ Ω) montés en parallèle.
- Un résistor de résistance X inconnue.

Calculer :

1° La f. é. m. et la résistance interne de la batterie.

2° La résistance équivalente à l'ensemble des deux résistors montés en parallèle.

3° La résistance X pour que l'intensité du courant soit égale à 0,4 A dans le circuit principal.

(C. A. P. 1985, Télécommunications et Courants faibles, 6/20.)

12. — Un générateur, de force électromotrice $E = 10$ V et de résistance interne $r = 0{,}8$ Ω, débite un courant d'intensité I dans un résistor de résistance réglable x.

1° Pour $I = 5$ A, calculer :

a) la puissance électrique totale P_{et};

b) la puissance perdue par effet joule dans le générateur P_j;

c) la puissance utile du générateur P_u.

2° Compléter le tableau :

$I(A)$	0	2,5	5	7,5	10	12,5
$P_{et} = EI$ (W)						
P_j(W)						

3° Utiliser les résultats du tableau pour représenter dans un même repère les variations de P_{et} et P_j pour I variant de 0 à 12,5 A

Échelles : 1 cm $\widehat{=}$ 1 A et 1 cm $\widehat{=}$ 10 W.

4° En utilisant le graphique, déterminer la valeur de P_j quand $P_{et} = 80$ W.

5° Pour quelle intensité de courant a-t-on : $P_{et} = P_j$?
Comment appelle-t-on ce courant particulier?

(C. A. P. 1985, Électrotechnique, option A, 8/20.)

D. CHAPITRE 8.

13. — Par l'intermédiaire d'une ligne de résistance totale $r = 0{,}35\ \Omega$, un générateur de f. é. m. 150 V et de résistance interne 0,12 Ω, alimente, en série :

- un résistor $R_1 = 1{,}38\ \Omega$;
- un moteur de résistance interne 0,15 Ω.

On relève une intensité de 25 A quand le moteur tourne à pleine charge. Calculer :

1° La f. é. m. du moteur.

2° La tension aux bornes de chaque élément du circuit.

3° La puissance totale perdue par effet Joule dans le circuit.

4° La section de la ligne sachant que sa longueur totale est 140 m et sa résistivité $\rho = 1{,}6 \times 10^{-8}\ \Omega\text{m}$.

5° Le rendement de l'installation.

(C. A. P. 1984, Électromécaniciens, 10/20.)

14. — Les résistances des fils de connexion et de l'ampèremètre du montage de la figure P. 14 sont négligées. Le voltmètre indique 30 V et l'ampèremètre 2 A.

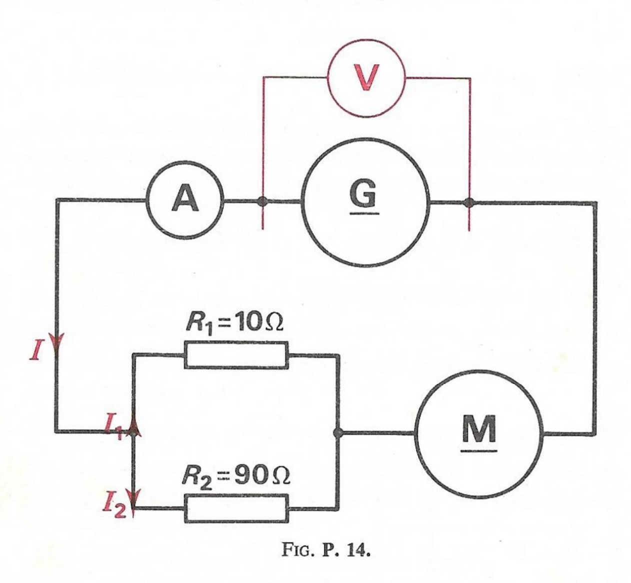


Fig. P. 14.

1° Calculer la résistance équivalente de l'ensemble $(R_1 \star R_2)$.

2° Calculer les intensités I_1 et I_2 des courants dérivés entre B et C.

3° Calculer la tension U aux bornes du moteur.

4° La force électromotrice du moteur est $E' = 10$ V, calculer sa résistance.

5° La résistance du générateur est $r = 1{,}5\ \Omega$; calculer sa force électromotrice.

(C. A. P. 1985, Électromécaniciens, 8/20.)

15. — Une série de mesures effectuées aux bornes d'un récepteur de f. é. m. constante, alimenté en courant continu, a donné les résultats suivants :

I(A)	2	5	8	10
U(V)	11	12,5	14	15

1° Représenter graphiquement $U = f(I)$.
Échelles : 1 cm $\widehat{=}$ 1 A
1 cm $\widehat{=}$ 2 V.

2° Déterminer graphiquement la force électromotrice du récepteur.

3° Déterminer graphiquement l'intensité absorbée pour une tension de 13 V.

(C. A. P. 1984, Électrotechniciens, 5/20.)

E. CHAPITRE 19.

16. — La capacité équivalente au groupement de condensateurs de la figure P. 16 est $C_é = 2{,}4\ \mu$F. Calculer X, la capacité commune aux deux autres condensateurs.

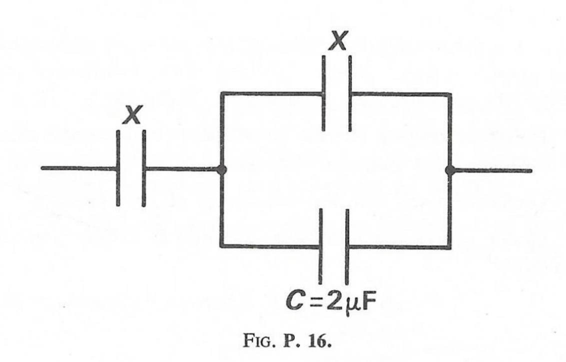


Fig. P. 16.

F. CHAPITRE 20.

17. — Un condensateur de capacité $C = 10\ \mu$F est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace 10 V et de fréquence 50 Hz.

1° Calculer l'intensité du courant.

2° Déterminer l'inductance de la bobine qui, associée en série avec le condensateur, produira la résonance.

(C. A. P. 1985, Électromécaniciens, 4/20.)

18. — Une bobine a une résistance $R = 100\ \Omega$ et une inductance $L = 0{,}25$ H. La tension sinusoïdale disponible a une valeur efficace de 220 V et une fréquence de 50 Hz.

1° Calculer l'impédance de la bobine.

2° On associe en série la bobine et un condensateur. Calculer :

a) la capacité C qui donne la résonance;

b) l'intensité du courant qui traversera le montage, si on le soumet à la tension ci-dessus.

19. — Un récepteur Z est soumis à une tension sinusoïdale de valeur efficace $U = 220$ V et de fréquence $f = 50$ Hz. Il est alors traversé par un courant d'intensité efficace $I = 60$ A, déphasé sur la tension d'un angle $\varphi = (\vec{I}, \vec{U}) = 30°$. Ce récepteur est alimenté par une ligne de résistance $r = 0{,}4\ \Omega$ et d'inductance $L = 1{,}6$ mH.

1° Calculer rI et $L\omega I$ puis préciser les déphasages de $r\vec{I}$ et de $\overline{L\omega I}$ sur $\vec{I}$.

2° Déterminer graphiquement (Fresnel) la valeur efficace de la tension qui est appliquée à l'ensemble série (r, L, Z). Expliquer le tracé.
Échelle : 1 cm = 20 V.

(B. E. P. 1983, Électromécaniciens, 10/20.)

20. — Une résistance pure (R), une bobine (B) dont le facteur de puissance est $\cos \varphi = 0{,}8$ et un condensateur (C) sont associés en série.
Les tensions, de fréquence 50 Hz, aux bornes de chacun des récepteurs sont :

$$U_R = 120 \text{ V}$$
$$U_B = 100 \text{ V}$$
$$U_C = 160 \text{ V}$$

Déterminer graphiquement la tension aux bornes du groupement et son facteur de puissance. (On prendra 1 cm pour 20 V.)

(B. E. P. 1984, Électromécaniciens, 8/20.)

21. — Un résistor de résistance $R = 10\ \Omega$, une bobine B de résistance $r = 22\ \Omega$ et d'inductance $L = 0{,}075$ H, et un condensateur de capacité $C = 50\ \mu$F sont associés en série. La tension totale u_T a une valeur efficace $U_T = 220$ V et une fréquence $f = 50$ Hz.

1° On demande :

a) La réactance X_B de la bobine.

b) L'impédance Z_B de la bobine.

c) L'impédance Z_C du condensateur.

d) L'impédance totale Z_T du circuit.

e) L'intensité I qui traverse le circuit.

f) Le déphasage φ_T de la tension totale $\vec{U}_T$ par rapport à l'intensité $\vec{I}$. (On précisera si la tension est en avance ou en retard sur l'intensité.)

2° L'intensité étant prise comme origine des phases, son équation sera : $i = I\sqrt{2} \sin 314t$ (avec pour I la valeur trouvée à la question précédente). Donner sous cette même forme l'équation de la tension totale U_T.

3° On demande pour le résistor R :

a) La tension U_R à ses bornes.

b) Le déphasage φ_R de la tension U_R par rapport à l'intensité I.

c) L'équation de u_R (l'intensité i étant toujours prise comme origine).

4° On demande pour la bobine :

a) La tension U_B à ses bornes.

b) Le déphasage φ_B de la tension $\vec{U}_B$ par rapport à l'intensité $\vec{I}$ (avance ou retard).

c) L'équation de u_B (l'intensité i étant toujours prise comme origine).

5° On demande pour le condensateur :

a) La tension U_C à ses bornes.

b) Le déphasage φ_C de la tension $\vec{U}_C$ par rapport à l'intensité $\vec{I}$ (avance ou retard).

c) L'équation de u_C (l'intensité i étant toujours prise comme origine).

(B. E. P. 1985, Électromécaniciens et Électriciens d'équipement, 15/20.)

G. CHAPITRE 22

22. — Une bobine de résistance 100 Ω et d'inductance propre 0,5 H est soumise à une tension de 220 V et de fréquence 50 Hz.

1° Quelle est la capacité C du condensateur à mettre en série pour que le courant soit en phase avec la tension?

2° Quelle est alors l'intensité du courant?

3° Calculer la puissance active dépensée dans la bobine.

(B. E. P. 1983, Électromécaniciens et Électriciens d'équipement, 5/20.)

23. — On vous demande de vérifier dans un petit atelier le facteur de puissance d'une installation ancienne et de l'améliorer si nécessaire.
On se fixe comme bon un $\cos \varphi$ égal à 0,80.
Vous constatez que :

- l'alimentation de l'atelier est assurée par une ligne monophasée 220 V; 50 Hz;
- l'éclairage est assuré par 10 lampes à incandescence 220 V; 250 W;
- deux moteurs M_1 et M_2, asynchrones monophasés, assurent le fonctionnement des machines;
  - pour M_1 : $P_{N1} = 3$ kW $\quad \eta_1 = 0{,}75 \quad \cos \varphi_1 = 0{,}75$
  - pour M_2 : $P_{N2} = 4$ kW $\quad \eta_2 = 0{,}80 \quad \cos \varphi_2 = 0{,}80$.

1° Déterminer l'intensité du courant dans la ligne.

2° Déterminer le facteur de puissance de l'installation. Conclure.

(C. A. P. 1982, Électromécaniciens, 5/20.)

24. — Une installation est alimentée par une source de tension alternative ($U = 220$ V; $f = 50$ Hz).
Elle comprend :

a) un moteur M_1 : $P_1 = 7\,200$ W; $\quad \eta = 0{,}8$; $\quad \cos \varphi_1 = 0{,}73$;

b) un moteur M_2 : $P_2 = 3\,600$ W; $\quad \eta = 0{,}8$; $\quad \cos \varphi_2 = 0{,}6$;

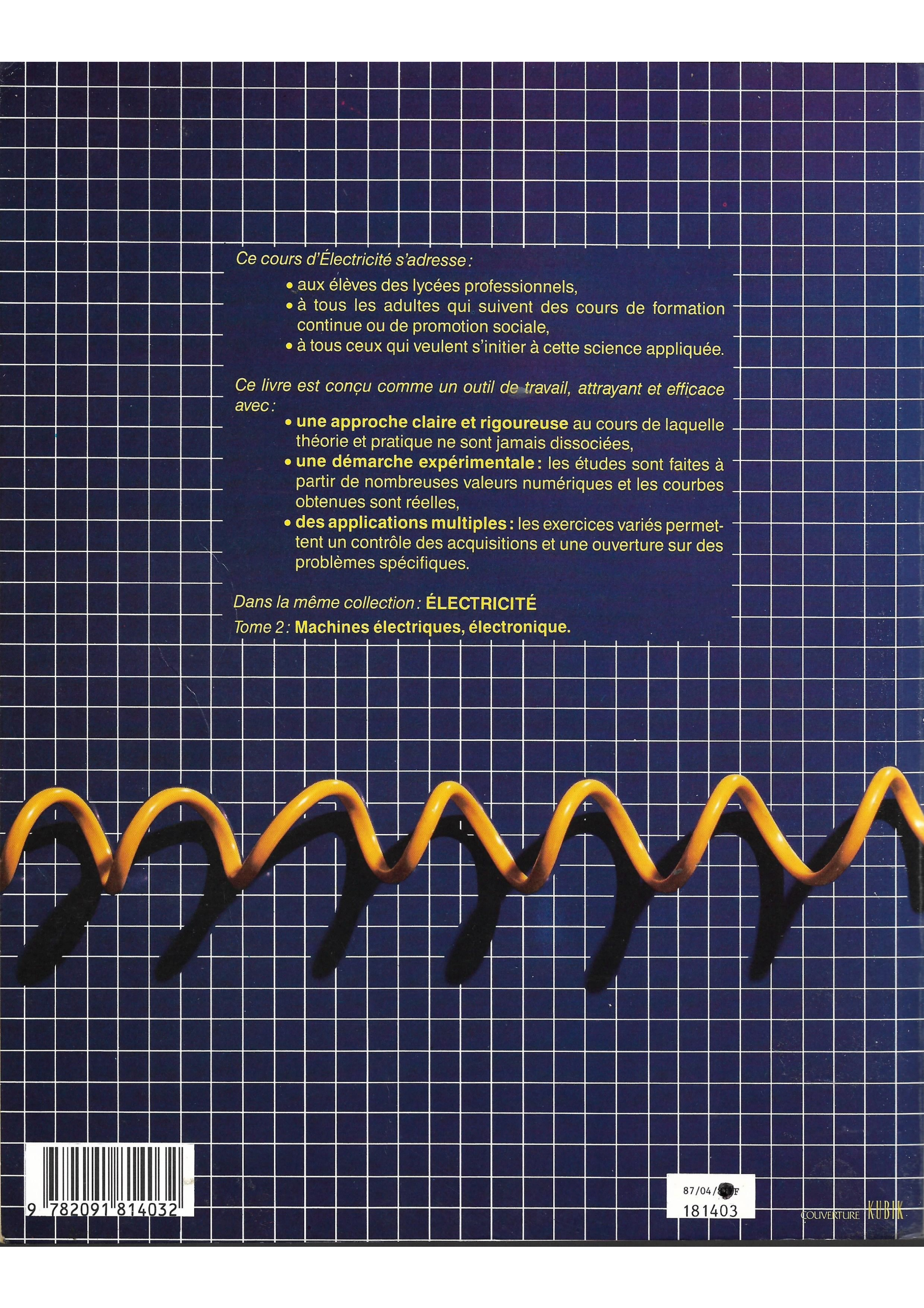
c) 50 lampes (220 V; 60 W).

Calculer :

1° la puissance active, la puissance réactive et la puissance apparente de chaque moteur;

2° l'intensité totale absorbée par l'installation et le facteur de puissance.

(B. E. P. 1983, Électromécaniciens et Électriciens d'équipement, 6/20.)



Ce cours d'Électricité s'adresse :

- aux élèves des lycées professionnels,
- à tous les adultes qui suivent des cours de formation continue ou de promotion sociale,
- à tous ceux qui veulent s'initier à cette science appliquée.

Ce livre est conçu comme un outil de travail, attrayant et efficace avec :

- **une approche claire et rigoureuse** au cours de laquelle théorie et pratique ne sont jamais dissociées,
- **une démarche expérimentale :** les études sont faites à partir de nombreuses valeurs numériques et les courbes obtenues sont réelles,
- **des applications multiples :** les exercices variés permettent un contrôle des acquisitions et une ouverture sur des problèmes spécifiques.

Dans la même collection : **ÉLECTRICITÉ**

Tome 2 : **Machines électriques, électronique.**

9 782091 814032

87/04/[illegible]F

181403

COUVERTURE KUBIK